

Bloque 8. Tema 3.

Álgebra

ÍNDICE

- 1) Conceptos previos.
 - 1.1. ¿Qué es el álgebra?
 - 1.2. Expresiones algebraicas.
 - 1.3. Igualdades: Identidades y ecuaciones.
 - 1.4. Productos notables.
 - 1.5. Ecuaciones de primer grado.
 - 2) Sistemas de ecuaciones.
 - 2.1. ¿Qué es un sistema de ecuaciones con dos incógnitas?
 - 2.2. Métodos de resolución de un sistema ecuaciones.
 - 2.2.1. Método de sustitución.
 - 2.2.2. Método de igualación.
 - 2.2.3. Método de reducción.
 - 3) Ecuaciones de segundo grado.
 - 3.1. Ecuación completa.
 - 3.2. Ecuación incompleta.
 - 3.2.1. Falta b
 - 3.2.2. Falta c
 - 3.3. Número de soluciones.
-

1) Conceptos previos

Muchas veces en distintos momentos de nuestra vida se nos presentan problemas de distinta índole que, de una manera u otra, tenemos que resolver. Si nos ponemos a recapacitar como salimos del problema que tenemos, más o menos lo que hacemos es lo siguiente:

- I. Nos enfrentamos al problema, lo recapacitamos,...
- II. Vemos que es lo que realmente tenemos entre manos.
- III. Buscamos como salir de él.
- IV. Llevamos a cabo todo lo que hemos pensado para quitar del medio el problema.
- V. Y, por último, evaluamos si lo que hemos hecho nos saca de él.

Si esto lo pasamos a un lenguaje un poco más científico, **a la hora de resolver un problema lo que hacemos es seguir los siguientes pasos:**

- A) Se lee el problema una primera vez sin tomar nota de nada para enterarnos, lo mejor posible, sobre qué va el problema y cuantas incógnitas hay.
- B) Se comienza el PLANTEAMIENTO, realizando una segunda lectura del problema, mediante esta lectura sacamos los datos del problema y la pregunta que nos hace. De esta forma ya tenemos estructurado el problema y detectadas las incógnitas. Para continuar avanzando en la resolución del problema es conveniente planificar el método es decir, utilizar una **ESTRATEGIA**, hay varias que pueden ayudarte a resolver problemas, por ejemplo:
- Ensayo y error: es decir, probar y comprobar si la prueba es una solución o nos acerca a ella.
 - Dibujo o esquema: es importante no quedarse parado, sin hacer nada, después de haber leído y comprendido un enunciado. Tras la anotación de los datos, dibujar la situación o intentar representarla en un esquema es, en muchas ocasiones, un camino muy fructífero.
 - Hacia atrás: lo que significa intentar reconstruir el problema desde la parte final hasta el comienzo.
 - Resolución de un problema similar pero con datos más sencillos: esta estrategia suele dar muy buenos resultados, ya que al reconstruir el problema, haciendo simplificaciones, solemos entender cuáles son las piezas claves del razonamiento que nos conduce a la resolución.

En cualquier caso, es muy importante la organización de las ideas y el reflejo escrito de esta organización. Utilizar un método sistemático a la hora de enfrentarnos a un problema es, a medio plazo, muy beneficioso.

Seguidamente se extrae la ecuación a resolver a través del enunciado del problema.

- C) Una vez terminado el planteamiento, se RESUELVE la ecuación (se soluciona).
- D) Resuelta la ecuación se contesta a la pregunta que nos haga el problema.
- E) Para terminar, debemos comprobar que la respuesta que hemos dado es coherente respecto a la pregunta; y comprobar que la respuesta es cierta, es decir, que el problema está bien hecho.

Como podéis observar los pasos a la hora de resolver los problemas tanto en matemáticas como en nuestro día a día son los mismos, lo único que hacemos es cambiarle un poco los nombres.

Para resolver un problema, la ciencia usa un determinado lenguaje, este es el lenguaje algebraico, es decir, ponemos lo que nos dice el problema en un lenguaje con el que podamos realizar operaciones.

Y la parte de las Matemáticas que estudia este lenguaje, se denomina ÁLGEBRA y es lo que vamos a ver en este tema.

1.1) ¿Qué es el Álgebra?

El Álgebra y sus leyes han sido a menudo fuente de trucos y juegos que, a primera vista, parecen poseer cierto elemento mágico y secreto.

Citando al famoso físico y matemático **Isaac Newton** éste decía en uno de sus libros que “para resolver un problema referente a números o relaciones abstractas de cantidades, basta con traducir dicho problema del inglés u otra lengua al idioma algebraico”.

Éste ha de ser el punto de partida para la resolución de problemas en los que aparecen ecuaciones: comprensión y traducción al lenguaje algebraico.

Cuentan que en la tumba de **Diofanto de Alejandría** (un matemático que vivió en el siglo IV y al que se considera “padre” del álgebra) había una inscripción que explicaba, en forma de problema, la edad que tenía el sabio cuando murió. Decía esto:

“Transeúnte, esta es la tumba de Diofanto:
es él quien con esta sorprendente distribución
te dice el número de años que vivió.
Su niñez ocupó la sexta parte de su vida,
después,
durante la doceava parte, su mejilla se cubrió con el primer bozo.
Pasó aún una séptima parte de su vida antes de tomar esposa y,
cinco años después,
tuvo un precioso niño que,
una vez alcanzada la mitad de la edad de su padre,
pereció de una muerte desgraciada.
Su padre tuvo que sobrevivirle,
llorándole, durante cuatro años.
De todo esto se deduce su edad.”

A ver si eres capaz de deducir la edad que tenía Diofanto cuando murió. Si no eres capaz ahora, vuelve a intentarlo al finalizar el tema, seguro que entonces lo descubrirás. No te quedes con la duda...

En este tema vamos a estudiar las ecuaciones. Las ecuaciones de primer grado, por ejemplo, ya se conocían en la civilización babilónica hacia 1500 años antes de Cristo, pero se resolvían sin utilizar de manera sistemática notaciones algebraicas o simbólicas.

Deberías de conocer las **Expresiones Algebraicas** y las **Ecuaciones de Primer grado**, pero como estos Conceptos previos son imprescindibles para entender los **Sistemas de Ecuaciones** y las **Ecuaciones de Segundo grado**, los vamos a repasar y después veremos del resto del tema.

1.2) Expresiones algebraicas

Se llama **expresión algebraica** a cualquier secuencia de operaciones entre números y letras, donde las letras suelen simbolizar cantidades desconocidas. A estas cantidades desconocidas las llamaremos **variables, incógnitas o indeterminadas**.

Ejemplo: $3xy+5ts+8z$

Se llama **valor numérico** de una expresión algebraica al valor que se obtiene al sustituir las variables por un valor numérico determinado.

Ejemplo: Si $x=0$; $y=1$; $z=2$; $t=3$; $s=4$, entonces:

$$3xy + 5ts + 8z = 3 \cdot 0 \cdot 1 + 5 \cdot 3 \cdot 4 + 8 \cdot 2 = 0 + 60 + 16 = 76$$

En una expresión algebraica se llama **parte literal** a la letra o letras con sus exponentes y **coeficiente** al número que multiplica a las letras.

Ejemplo: en la expresión algebraica $3x^2y$, la parte literal es x^2y , siendo **3** el coeficiente.

Te debes ir familiarizando con el **lenguaje algebraico**, para pasar el enunciado de un problema a una expresión algebraica. Veamos algunos ejemplos muy frecuentes:

Doble de un número: $2x$

Triple de un número: $3x$

Mitad de un número: $x/2$

Tercera parte de un número: $x/3$

Cuadrado de un número: x^2

Cubo de un número: x^3

La suma de dos números consecutivos: $x+(x+1)$

El cuadrado de la suma de dos números: $(x+y)^2$

La diferencia de los cuadrados de dos números: x^2-y^2

Ejercicio 1

Dada la expresión $5x^2y - 3yz + 4$, hallar su valor numérico para:

a) $x=0, y=1$ y $z=-3$ = _____

b) $x=-1, y=0, z=1$ = _____

c) $x=2, y=2, z=1$ = _____

1.3) Igualdades: Identidades y ecuaciones

Una **identidad** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que es cierta para cualquier valor de las letras que intervienen:

• Ejemplo: $x + 3 = 3x + 9$

Las identidades sirven para transformar expresiones algebraicas en otras más cómodas de manejar.

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que sólo es cierta para algunos valores de las incógnitas:

• Ejemplo: $xy + 3y^2 = 5$

Una **ecuación con una incógnita** es una igualdad en la que sólo hay un número desconocido –la incógnita– que se representa por una letra, que normalmente es la **x**, aunque podría ser cualquier otra letra.

El **grado** de una ecuación es el mayor exponente al que aparece elevada la incógnita.

Una **ecuación de primer grado** es una igualdad en la que el exponente de la incógnita es 1.

• Ejemplo de ecuación de primer grado con una incógnita: $2x + 6 = 0$

Una **solución** de la ecuación es un valor de la incógnita para el que la igualdad es cierta:

- En el caso de la ecuación de primer grado anterior, la solución es $x=-3$, ya que

$$2 \cdot (-3) + 6 = -6 + 6 = 0$$

Resolver una ecuación es encontrar su solución (o soluciones), o llegar a la conclusión de que no tiene.

Se denomina **primer miembro**, a la expresión algebraica que está a la izquierda del signo igual y **segundo miembro**, a la expresión algebraica que está a la derecha del signo igual.

- Ejemplo: en la ecuación $2x + 3 = 9$, el primer miembro es $2x + 3$ y el segundo miembro es 9.

Se denomina **término**, a cada uno de los sumandos que hay en la ecuación.

- Ejemplo: En la ecuación anterior hay tres términos 2x, 3 y 9

1.4) Productos notables

- **Cuadrado de la suma de dos números:** $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b$

Ejemplo: $(x+2)^2 = x^2 + 2^2 + 2 \cdot x \cdot 2 = x^2 + 4 + 4x = x^2 + 4x + 4$

- **Cuadrado de la resta de dos números:** $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b$

Ejemplo $(x-2)^2 = x^2 + 2^2 - 2 \cdot x \cdot 2 = x^2 + 4 - 4x = x^2 - 4x + 4$

- **Suma por diferencia = diferencia de cuadrados:** $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

Ejemplo: $(x+2) \cdot (x-2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$

Ejercicio 2

Desarrolla el siguiente producto notable: $(1 + \sqrt{2})^2$

Ejercicio 3

Desarrolla los siguientes productos notables:

a) $(1 - y)^2 = \underline{\hspace{4cm}}$

b) $(2x + 3)^2 = \underline{\hspace{4cm}}$

c) $(1 - x)(1 + x) = \underline{\hspace{4cm}}$

1.5) Ecuaciones de primer grado

Ya hemos comentado en apartados anteriores lo que es una ecuación de primer grado, toca ahora aprender a resolverla.

Para resolver una ecuación de primer grado, es recomendable seguir una serie de pasos que nos facilitan el proceso y lo vamos a hacer con un ejemplo:

$$\frac{x}{6} - \frac{3x-1}{4} = 2x + \frac{33}{8}$$

1º Quitar denominadores: si hay fracciones, se multiplican los dos miembros de la ecuación por el m.c.m. (mínimo común múltiplo) de todos los denominadores. En este caso el m.c.m. (6,4,8) = 24

$$24\left(\frac{x}{6}\right) - 24\left(\frac{3x-1}{4}\right) = 24(2x) + 24\left(\frac{33}{8}\right)$$

$$4x - 6(3x - 1) = 48x + 99$$

2º Eliminar paréntesis: si existieran, operamos teniendo en cuenta la regla de los signos

$$4x - 18x + 6 = 48x + 99$$

3º Agrupamos términos semejantes: Se trata de juntar todas las "x" en el primer miembro y todos los números en el segundo. Para ello hacemos lo que comúnmente se conoce como *lo que está sumando, pasa restando o lo que está restando, pasa sumando*.

$$4x - 18x - 48x = 99 - 6$$

$$-62x = 93$$

4º Despejamos la incógnita: Para ello hacemos lo que comúnmente se conoce como *lo que está multiplicando pasa dividiendo o lo que está dividiendo pasa multiplicando*.

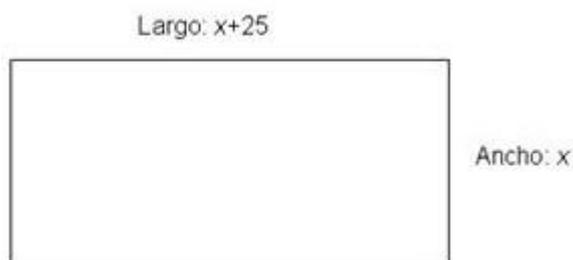
$$x = \frac{93}{-62} = -\frac{3}{2}$$

Veamos cómo aplicamos todo esto a un caso real.

El patio de un colegio mide 25 metros más de largo que de ancho. Si su perímetro es 270 metros, ¿cuál es su longitud y su anchura?

Lo primero que tengo que hacer es leer el problema y entenderlo bien. Luego, plantearlo:

Suele ser muy útil hacer un dibujo con los datos del problema:



Perímetro = 270 metros.

Como no conozco ni el ancho ni el largo, he llamado x al ancho, y como el problema me dice que el largo es 25 metros más que el ancho, me queda:

$$\text{Largo} = x+25.$$

Por otro lado, el perímetro de un rectángulo se calcula sumando la longitud de todos sus lados, luego me queda la siguiente ecuación:

Perímetro = $x+(x+25)+x+(x+25)$ en realidad no hacen falta los paréntesis.

Y, el perímetro es 270 metros.

Por tanto la ecuación que tengo que resolver es: $x+x+25+x+x+25= 270$

Resolución:

Para resolver la ecuación, aplico los pasos antes vistos, así que como no hay ni denominadores ni paréntesis, empiezo por el tercer paso y junto las x en el primer miembro y los números en el segundo:

$$x + x + x + x = 270 - 25 - 25$$

$$4x = 220$$

Y por último despejo la x , lo que está multiplicando pasa dividiendo y hago las cuentas:

$$x = 220/4 = 55$$

Por lo que la solución de la ecuación de primer grado es:

$$x = 55$$

Ya estoy en condiciones de responder a la pregunta del problema:

El ancho del patio de mi colegio es de 55 metros y el largo es de 80 metros (55+25).

Es conveniente comprobar que es cierto:

$$25 + 80 + 25 + 80 = 270$$

Por lo tanto, el problema está bien resuelto.

Ejercicio 4

Resuelve las siguientes ecuaciones sencillas de primer grado:

a) $-5x - 1 = -8x + 5$; $x = \underline{\quad}$

b) $8x - 7 + 3x = 37$; $x = \underline{\quad}$

c) $1 = -8x - 80 - x$; $x = \underline{\quad}$

Ejercicio 5

Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado con paréntesis:

a) $7(x + 1) = -7$; $x = \underline{\quad}$

b) $8(-3x - 7) + 6 = -185 + 3(-x + 3)$; $x = \underline{\quad}$

Ejercicio 6

Resuelve la siguiente ecuación de primer grado con paréntesis y denominadores:

$$\frac{-3(-x-2)}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2(6x-5)}{3} + 4$$

$X = \underline{\quad}$

Ejercicio 7

Antonio tiene 5 años, su hermano Roberto 19 y su padre 41. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?

$\underline{\quad}$ años

Ejercicio 8

Se han mezclado 60 litros de aceite barato con 20 litros de aceite caro, resultando la mezcla a 1,75 euros/litro. Calcula el precio del litro de cada clase, sabiendo que el de más calidad es 4 veces más caro que el otro.

El barato cuesta a _____ €/ litro, y el caro a _____ €/ litro.

2) Sistemas de ecuaciones

2.1) ¿Qué es un sistema de ecuaciones con dos incógnitas?

Frecuentemente, aparecen en los problemas dos cantidades desconocidas sin relación aparente, es decir dos incógnitas. En estos casos, el enunciado del problema se traduce en dos ecuaciones.

Las dos ecuaciones juntas forman un **sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas**. En un sistema podemos distinguir las incógnitas, cuyos valores debemos calcular, los coeficientes, que son los números que multiplican a las incógnitas, y los términos independientes, que son los números que aparecen sumando, sin multiplicar a ninguna incógnita:

La **solución** de un sistema de ecuaciones con dos incógnitas es el conjunto de pares de números para los cuales las dos igualdades se cumplen simultáneamente.

Resolver un sistema de ecuaciones con dos incógnitas es encontrar el conjunto de soluciones del sistema.

A la hora de encontrarnos con un sistema de ecuaciones pueden pasar tres cosas:

- Que el sistema sea **incompatible**; es decir, que no tiene solución.
- Que el sistema sea **compatible indeterminado**; es decir, que tenga infinitas soluciones.
- Que el sistema sea **compatible determinado**; es decir, que tenga una única solución.

Este último caso es el más frecuente y es el que vamos a ver en los siguientes apartados.

2.2) Métodos de resolución de un sistema de ecuaciones

Vamos a transformar un problema real en un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, es decir vamos a pasar del lenguaje ordinario al lenguaje algebraico.

Problema:

Se compran 22 animales entre gallinas y conejos. ¿Cuántos animales se han comprado de cada clase si en total se ha pagado 90 € y el precio de una gallina es 3€ y el de un conejo 5€?

Lo primero que tengo que hacer una vez leído y entendido el problema es plantearlo

Planteamiento:

Total número de animales: 22

Número de gallinas, como no lo conozco, lo llamo: x

Número de conejos, como no lo conozco tampoco, lo llamo: y

Total a pagar: 90 €.

Precio de una gallina: 3 €

Precio de un conejo: 5€

Ya tengo todos los datos que me dan en el problema, veamos como saco las ecuaciones que tengo que resolver.

Lo primero que me dice el problema es que hay 22 animales entre gallinas y conejos, esto no es ni más ni menos que decir: **el número de gallinas más el número de conejos es 22**. Si escribimos lo que está en negrita en lenguaje algebraico obtenemos la primera ecuación:

$$x + y = 22$$

Ya que x es el número de gallinas e y es el número de conejos.

Por otro lado me dicen que pagamos 90€ al final costando cada gallina 3€ y cada conejo 5€; luego lo que pagaré será el número de gallinas que compre por su precio (3€) más el número de conejos que compre por su precio (5€), haciendo un total de 90€. Si escribimos esto en lenguaje algebraico obtenemos la segunda ecuación:

$$3 \cdot x + 5 \cdot y = 90$$

Ya que x es el número de gallinas e y es el número de conejos.

Si juntamos las dos ecuaciones que hemos obtenido tendremos nuestro sistema de ecuaciones planteado:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 22 \\ 3x + 5y = 90 \end{array} \right\}$$

Una vez planteado el problema, lo que tenemos que hacer es resolver el sistema que hemos obtenido.

A la hora de **resolver un sistema de ecuaciones lo podemos hacer usando tres métodos distintos**. Veamos cada método cómo funciona para conseguir la solución del problema anterior.

2.2.1) Método de sustitución

Este método consiste en:

- a. Despejar una de las incógnitas en una de las ecuaciones. Preferiblemente aquella cuyo coeficiente sea 1.
- b. Sustituir la incógnita despejada por su valor en la otra ecuación.
- c. Resolver la ecuación con una incógnita que se ha obtenido.
- d. Sustituir la solución de la ecuación con una incógnita en la ecuación obtenida en el paso a.

Vamos a resolver el sistema que teníamos en el planteamiento anterior.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 22 \\ 3x + 5y = 90 \end{array} \right\}$$

Paso a. Despejo la x en la primera ecuación.

$$x = 22 - y$$

Paso b. Sustituyo el valor de la x en la segunda ecuación. Los signos de multiplicar (\cdot) se suelen omitir.

$$3(22-y) + 5y = 90$$

Paso c. Resuelvo la ecuación de primer grado que he planteado

$$3 \cdot 22 - 3y + 5y = 90$$

$$66-3y+5y = 90$$

$$-3y+5y = 90-66$$

$$2y = 24$$

$$y = 24/2$$

$$\mathbf{y = 12}$$

Paso d. Sustituyo el valor de la variable que he resuelto en la ecuación que tengo despejada:

$$x = 22-y$$

$$x = 22-12$$

$$\mathbf{x = 10}$$

Por tanto la solución es $\mathbf{x = 10}$ e $\mathbf{y = 12}$.

Una vez resuelto el sistema resuelto el sistema contesto a la pregunta que me hacía el problema:

Se han comprado diez gallinas y doce conejos.

Para terminar compruebo que las soluciones satisfacen las condiciones del problema:

Si compro 10 gallinas a 3€, pago 30€.

Si compro 12 conejos a 5€, pago 60€.

Sumando los dos pago en total 90€.

Luego el problema está bien resuelto.

Ejercicio 9

Resuelve utilizando el método de sustitución los sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas siguientes:

$$a) \quad \left. \begin{array}{l} 8x - y = 2 \\ -x + 9y = -18 \end{array} \right\}$$

x = _____

y = _____

$$b) \quad \left. \begin{array}{l} 7x - y = 30 + 4y \\ 2y = 15 + x \end{array} \right\}$$

x = _____ y = _____

2.2.2) Método de igualación

Este método consiste en:

a. Despejar la misma incógnita en las dos ecuaciones del sistema.

b. Igualar los resultados obtenidos.

c. Resolver la ecuación con una incógnita que se ha obtenido.

d. Sustituir la solución de la ecuación del apartado c. en cualquiera de las ecuaciones que se han obtenido en el apartado a.

Vamos a resolver el mismo sistema que teníamos en el apartado anterior.

$$\left. \begin{array}{l} x+y = 22 \\ 3x+5y = 90 \end{array} \right\}$$

Paso a. Despejo la x de las dos ecuaciones:

$$x = 22-y \rightarrow x = 22-y$$

$$3x = 90-5y \rightarrow x = (90-5y)/3$$

Paso b. Igualo el valor de la x de las dos ecuaciones:

$$22-y = (90-5y)/3$$

Paso c. Resuelvo la ecuación de primer grado que he planteado:

$$3(22-y) = 90-5y$$

$$66-3y = 90-5y$$

$$-3y+5y = 90 - 66$$

$$2y = 24$$

$$y = 24/2$$

$$\mathbf{y = 12}$$

Paso d. Sustituyo el valor de la variable que he resuelto en la primera ecuación que tengo despejada:

$$x = 22-y$$

$$x = 22-12$$

$$\mathbf{x = 10}$$

Por lo tanto la solución es: **x = 10** e **y = 12**

Una vez resuelto el sistema contesto a la pregunta que me hacía el problema:

Se han comprado diez gallinas y doce conejos.

Para terminar compruebo que las soluciones satisfacen las condiciones del problema:

- Si compro 10 gallinas a 3€, pago 30€.
- Si compro 12 conejos a 5€, pago 60€.
- Sumando los dos pago en total 90€.
- Luego el problema está bien resuelto.

Ejercicio 10

Resuelve utilizando el método de igualación los sistemas siguientes:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} -x = -30 + 2y \\ x = \frac{3y - 27}{3} \end{array} \right\}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} y = 1 - 5x \\ -2y = -2 + 3x \end{array} \right\}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

2.2.3) Método de reducción

Este método consiste en hacer desaparecer una de las incógnitas, para ello se realizan los siguientes pasos, *suponiendo que deseamos hacer desaparecer la incógnita "x"*.

- a. Multiplicar cada una de las ecuaciones por los números necesarios para que el coeficiente de la incógnita "x" sea el mismo en ambas ecuaciones, pero con signo contrario, lo que nos permitirá "reducirla".
- b. Sumar miembro a miembro las dos ecuaciones obtenidas tras el apartado a, con lo que desaparecerá la incógnita "x", quedando un ecuación de primer grado con una incógnita.
- c. Una vez desaparecida la incógnita "x" resolver la ecuación de una incógnita obtenida.
- d. Sustituir en cualquiera de las ecuaciones iniciales el valor de la incógnita obtenido en el apartado c y resolvemos la ecuación con una incógnita obtenida tras esta sustitución.

Vamos a resolver una vez más el mismo sistema que teníamos:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 22 \\ 3x + 5y = 90 \end{array} \right\}$$

Paso a. Multiplico la primera ecuación por 3 y la segunda por -1:

$$\left. \begin{array}{l} 3(x + y = 22) \\ -1(3x + 5y = 90) \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x + 3y = 66 \\ -3x - 5y = -90 \end{array} \right\}$$

Paso b. Sumo las dos ecuaciones:

$$3x + 3y = 66$$

$$\underline{-3x - 5y = -90}$$

$$0 - 2y = -24$$

Paso c. Resuelvo la ecuación obtenida.

$$-2y = -24$$

$$y = -24/-2$$

$$y = 12$$

Paso d. Sustituyo en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales y resuelvo la ecuación obtenida.

$$x+y = 22 \rightarrow x = 22-y \rightarrow x = 22-12 \rightarrow x = 10$$

Por lo tanto la solución es: $x = 10$ e $y = 12$

Una vez resuelto el sistema resuelto el sistema contesto a la pregunta que me hacía el problema:

Se han comprado diez gallinas y doce conejos.

Para terminar compruebo que las soluciones satisfacen las condiciones del problema:

- Si compro 10 gallinas a 3 €, pago 30 €.
- Si compro 12 conejos a 5 €, pago 60 €
- Sumando los dos pagos en total 90 €.
- Luego el problema está bien resuelto.

Ejercicio 11

Resuelve utilizando el método de reducción los sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas siguientes:

$$a) \quad \left. \begin{array}{l} -5x - 4y = -46 \\ 3x - 3y = -21 \end{array} \right\}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b) \quad \left. \begin{array}{l} 10x + 2y = -78 \\ -3x - 2y = -29 \end{array} \right\}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

VAMOS A RESOLVER OTRO SISTEMA DE ECUACIONES POR LOS TRES MÉTODOS

Método de sustitución: $\left. \begin{array}{l} 3x + 5y = 4 \\ 2x + 3y = 3 \end{array} \right\}$

Paso a. Despejamos x en la primera ecuación:

$$3x = 4 - 5y \rightarrow x = \frac{4 - 5y}{3}$$

Paso b. Sustituyo el valor de la x en la segunda ecuación.

$$2\left(\frac{4-5y}{3}\right) + 3y = 3$$

Paso c. Resuelvo la ecuación de primer grado que he planteado.

$$\frac{8-10y}{3} + \frac{9y}{3} = \frac{9}{3} \rightarrow 8-10y+9y = 9$$

$$-10y+9y = 9 \rightarrow -y = 1 \rightarrow y = -1$$

Paso d. Sustituyo el valor de la variable que he resuelto en la ecuación que tengo despejada.

$$x = \frac{4-5y}{3} = \frac{4-5(-1)}{3} = \frac{4+5}{3} = \frac{9}{3} \rightarrow x = 3$$

Por lo tanto la solución es: **x = 3 e y = -1**

Método de igualación:
$$\left. \begin{array}{l} 3x+5y = 4 \\ 2x+3y = 3 \end{array} \right\}$$

Paso a. Despejo la x de las dos ecuaciones.

$$3x = 4-5y \rightarrow x = \frac{4-5y}{3}$$

$$2x = 3-3y \rightarrow x = \frac{3-3y}{2}$$

Paso b. Igualo el valor de la x de las dos ecuaciones:

$$\frac{4-5y}{3} = \frac{3-3y}{2}$$

Paso c. Resuelvo la ecuación de primer grado que he planteado.

$$2(4-5y) = 3(3-3y) \rightarrow 8-10y = 9-9y$$

$$-10y+9y = 9 \rightarrow -y = 1 \rightarrow y = -1$$

Paso d. Sustituyo el valor de la variable que he resuelto en la primera ecuación que tengo despejada:

$$x = \frac{4-5y}{3} = \frac{4-5(-1)}{3} = \frac{4+5}{3} = \frac{9}{3} \rightarrow x = 3$$

Por lo tanto la solución es: **x = 3 e y = -1**

Método de reducción:
$$\left. \begin{array}{l} 3x+5y = 4 \\ 2x+3y = 3 \end{array} \right\}$$

Paso a. Multiplico la primera ecuación por 3 y la segunda por -5, para poder eliminar la "y".

$$\left. \begin{array}{l} 3(3x+5y = 4) \\ -5(2x+3y = 3) \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 9x+15y = 12 \\ -10x-15y = -15 \end{array} \right\}$$

Paso b. Sumo las dos ecuaciones.

$$9x+15y = 12$$

$$-10x-15y=-15$$

$$-x + \quad = -3$$

Paso c. Resuelvo la ecuación obtenida.

$$-x = -3$$

$$x = 3$$

Paso d. Sustituyo en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales y resuelvo la ecuación obtenida.

$$3x+5y = 4; \quad 3 \cdot 3+5y = 4; \quad 9+5y = 4; \quad 5y = 4-9; \quad 5y = -5;$$

$$y = \frac{-5}{5}$$

$$y = -1$$

Por lo tanto la solución es: $x = 3$ e $y = -1$

Como es lógico obtenemos las mismas soluciones con los tres métodos.

Ejercicio 12

Una envasadora de agua vende botellas de 2 y 5 litros. Si ha envasado 5392 litros en 1844 botellas. ¿Cuántas botellas de 2 y 5 litros ha usado?

_____ botellas de 2 litros y _____ botellas de 5 litros.

Ejercicio 13

Un fabricante de televisores obtiene un beneficio de 44 euros por cada televisor que vende y sufre una pérdida de 51 euros por cada televisor defectuoso que debe retirar del mercado. Un día ha fabricado 458 televisores obteniendo unos beneficios de 6092 euros. ¿Cuántos televisores buenos y defectuosos ha fabricado ese día?

_____ televisores buenos y _____ defectuosos.

3) Ecuaciones de segundo grado

3.1) Ecuación completa

Las ecuaciones de segundo grado se obtienen al igualar a cero un polinomio de segundo grado y por lo tanto han de tener la siguiente forma: $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$, en la que **a**, **b** y **c** son los **coeficientes**, es decir los números que acompañan a x^2 , x y **el término independiente** (el que no lleva x)

Ejemplo:

en la ecuación $x^2 - 2x - 3 = 0$, los valores de los coeficientes son: $a = 1$, $b = -2$ y $c = -3$

Las soluciones de las ecuaciones de segundo grado se obtienen aplicando la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ten cuidado con los signos, ya que "-b" quiere decir que hay que cambiarle el signo a "b". Así, en el ejemplo anterior: $-b = -(-2) = 2$

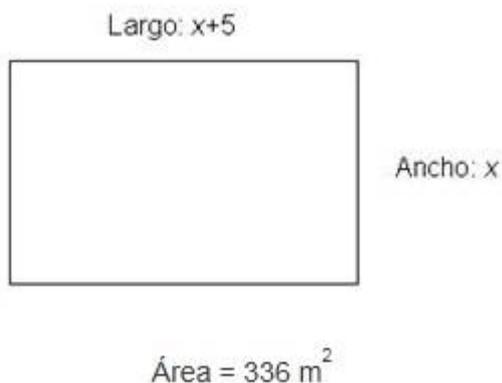
Y lo mismo ocurre con: $b^2 = (-2)^2 = 4$

Y con: $-4ac = -4 \cdot 1 \cdot (-3) = +12$

Veamos un problema en el que aparece este tipo de ecuaciones:

Un rectángulo tiene 5 m más de largo que de ancho, siendo su superficie de 336 m². Halla sus dimensiones.

Planteamiento:



Como no conozco ni el ancho ni el largo, he llamado x al ancho, y como el problema me dice el largo es cinco metros más que el ancho, me queda:

$$\text{Largo} = x+5.$$

Por otro lado, el área de un rectángulo se calcula multiplicando el largo por el ancho, luego me queda la siguiente ecuación:

$$\text{Área} = x(x+5)$$

Y, el área es 336 m^2

Por tanto la ecuación que tengo que resolver es: $x(x+5) = 336$

Solución:

Primero copio la ecuación a resolver.

$$x(x+5) = 336$$

Elimino paréntesis:

$$x^2 + 5x = 336$$

Reescribiendo la ecuación para que quede de la forma: $ax^2 + bx + c = 0$, obtenemos la ecuación:

$$x^2 + 5x - 336 = 0$$

Donde:

$$a = 1 \quad b = 5 \quad c = -336$$

Como hemos comentado antes, estas ecuaciones se resuelven usando la siguiente fórmula.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si sustituimos los valores que tengo de a , b y c del problema y hacemos cuentas obtenemos:

$$\Rightarrow x = \frac{-5 \pm 37}{2} \begin{cases} \nearrow x = \frac{-5 - 37}{2} = \frac{-42}{2} = -21 \Rightarrow x = -21 \\ \searrow x = \frac{-5 + 37}{2} = \frac{32}{2} = 16 \Rightarrow x = 16 \end{cases}$$

Por tanto las soluciones de la ecuación son: $x = 16$ y $x = -21$

Como el problema es de longitudes y éstas no pueden ser negativas, la solución que me interesa es: $x = 16$

Contestando a la pregunta:

Las dimensiones del rectángulo son:

Ancho: 16 metros

Largo: 21 metros (16+5)

Ejercicio 14

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado

a) $x^2 - 4x - 32 = 0$; $x = \underline{\hspace{2cm}}$; $x = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $-x^2 - x + 30 = 0$; $x = \underline{\hspace{2cm}}$; $x = \underline{\hspace{2cm}}$

3.2) Ecuación incompleta

También **puede ocurrir que la ecuación esté incompleta**, es decir, que falten **b** o **c**, ya que **a** no puede ser cero, para que sea de segundo grado (en este hipotético caso sería una ecuación de primer grado).

3.2.1) Falta b

Veamos un caso en el que falta b (o lo que es lo mismo: $b = 0$)

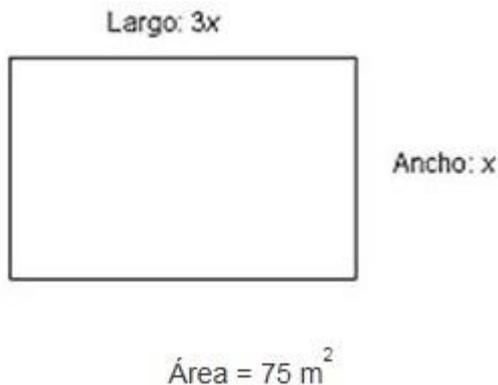
Problema:

Un campo rectangular mide de largo triple que de ancho y su área es 75 m^2 , ¿cuáles son sus dimensiones?

Como siempre lo primero, una vez leído y entendido el problema, es plantearlo.

Planteamiento:

Como puedo dibujar, dibujo:



Como no conozco ni el ancho ni el largo, he llamado x al ancho, y como el problema me dice que el largo es triple que su ancho, me queda que el largo es tres veces el ancho, $Largo = 3x$.

Por otro lado, el área de un rectángulo se calcula multiplicando el largo por el ancho, luego me queda la siguiente ecuación:

$$\text{Área} = 3x \cdot x$$

$$Y, \text{ el área es } 75 \text{ m}^2$$

Por tanto la ecuación que tengo que resolver es: $3x \cdot x = 75$

Solución:

Primero copio la ecuación a resolver: $3x \cdot x = 75$

La reescribo: $3x^2 = 75$

Es una ecuación del tipo $3x^2 - 75 = 0$ (Ha pasado el 75 al miembro de la izquierda restando).

Es una ecuación de segundo grado en la que:

$$a = 3$$

$$b = 0$$

$$c = -75$$

Aplicando la famosa fórmula, obtenemos dos soluciones: $x = 5$ y $x = -5$

Una vez resuelta la ecuación tengo que responder a la pregunta. Dado que el problema es de longitudes y éstas no pueden ser negativas la solución de la ecuación con la que me tengo que quedar es la de $x = 5$. Por tanto:

“Las dimensiones del campo son: Ancho cinco metros y largo quince metros”

Para terminar compruebo que la solución es correcta:

Si tenemos un campo rectangular de cinco metros de ancho por quince de largo y el área de un rectángulo es ancho por largo tenemos que el área es de setenta y cinco metros cuadrados ($5 \cdot 15 = 75$) que era el área que me daba el problema, luego la solución es correcta.

Este tipo de ecuaciones también se pueden resolver despejando x^2 y después haciendo la raíz cuadrada:

$$3x^2 - 75 = 0$$

$$3x^2 = 75$$

$$x^2 = 75/3 = 25$$

$$x = \sqrt{25} = \pm 5$$

Con lo que se llega a la misma solución anterior: $x = 5$ y $x = -5$

3.2.2) Falta c

Veamos un caso en el que falta c (o lo que es lo mismo: $c = 0$)

Problema:

Calcula un número tal que si le restamos 5 y el resultado lo elevamos al cuadrado, me dé 25

Planteamiento:

Llamamos al número que me piden x .

Número: x

Lo primero que me dicen que le haga al número es restarle 5, esto es: $x - 5$

Después me piden que el resultado lo eleve al cuadrado: $(x - 5)^2$

Y por último me dicen que el resultado de lo anterior es 25: $(x - 5)^2 = 25$

Ya tengo la ecuación del problema.

Solución:

Copio la ecuación que tengo que resolver: $(x - 5)^2 = 25$

Si nos damos cuenta, el primer miembro es uno de los productos notables:

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2 a \cdot b$$

Desarrollamos la ecuación haciendo uso de él: $x^2 + 5^2 - 2 x \cdot 5 = 25$

Haciendo cuentas: $x^2 - 10x + 25 = 25$

Si pasamos el 25 de la izquierda al miembro de la derecha cambiado de signo:

$$x^2 - 10x = 25 - 25$$

Tenemos la ecuación: $x^2 - 10x = 0$

Es una ecuación de segundo grado en la que:

$$a = 1 \quad b = -10 \quad c = 0$$

Aplicando la famosa fórmula, obtenemos dos soluciones: $x = 0$ y $x = 10$

Contestamos a la pregunta:

El número pedido es el cero o el diez.

La comprobación es bastante fácil y la dejo para ti.

Este tipo de ecuaciones también se pueden resolver sacando factor común una x :

$$x^2 - 10x = 0; x(x-10) = 0$$

Cuando tenemos un producto de dos números igualados a cero, sabemos que uno de los dos tiene que ser cero:

$$x(x-10) = 0;$$

$$\text{O bien } x=0 \text{ ó } (x-10) = 0$$

Y por tanto las dos soluciones son: $x = 0$ y $x = 10$

Que coinciden, lógicamente, con las obtenidas anteriormente.

Ejercicio 15

Resuelve las siguientes ecuaciones incompletas de segundo grado

a) $4x^2 - 16 = 0$; $x = \underline{\hspace{2cm}}$; $x = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $2x^2 - 8x = 0$; $x = \underline{\hspace{2cm}}$; $x = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $-6x^2 - 18x = 0$; $x = \underline{\hspace{2cm}}$; $x = \underline{\hspace{2cm}}$

3.3) Número de soluciones

Las ecuaciones de segundo grado pueden tener dos soluciones, una solución o ninguna.

La clave está en el valor que tenga la expresión b^2-4ac a la que se le denomina **discriminante** y que es lo que hay dentro de la raíz cuadrada de la fórmula que utilizamos para resolver las ecuaciones de segundo grado.

El número de soluciones depende del signo del discriminante y por tanto pueden darse tres casos:

- **Si el discriminante es positivo**, la ecuación tiene **dos soluciones**. Son los casos vistos anteriormente.

- **Si el discriminante es cero**, la ecuación tiene **una solución**. Ejemplo: $x^2 + 4x + 4 = 0$

En este caso:

$$a = 1 \quad b = 4 \quad c = 4$$

y resolviendo la ecuación obtenemos una única solución: $x = -2$. Compruébalo.

- **Si el discriminante es negativo**, la ecuación **no tiene solución**. Ejemplo: $3x^2 + 3x + 1 = 0$

En este caso:

$$a = 3 \quad b = 3 \quad c = 1$$

y resolviendo la ecuación no obtenemos ninguna solución, ya que al aplicar la fórmula, nos encontramos con la raíz de un número negativo, que como sabes no tiene solución real.

Ejercicio 16

La edad de un padre es el cuadrado de la de su hijo. Dentro de 24 años la edad del padre será el doble que la de su hijo. ¿Qué edad tienen el padre y el hijo?

El hijo tiene años y el padre años.

Ejercicio 17

Dados tres números naturales pares consecutivos, se sabe que si al cuadrado del mayor se le resta el cuadrado de los otros dos, se obtiene el número 12 ¿Cuáles son estos tres números?

Hay ____ soluciones, los números _____, y los números _____

Soluciones de los ejercicios propuestos a lo largo del tema

Ejercicio 1

Dada la expresión $5x^2y - 3yz + 4$, hallar su valor numérico para:

a) $x=0, y=1$ y $z= -3$ = **12**

b) $x=-1, y=0, z=1$ = **4**

c) $x=2, y=2, z=1$ = **38**

Ejercicio 2

Desarrolla el siguiente producto notable: $(1+\sqrt{2})^2$

$$(1+\sqrt{2})^2 = 3+2\sqrt{2}$$

Ejercicio 3

Desarrolla los siguientes productos notables:

a) $(1 - y)^2 = 1 + y^2 - 2y$

b) $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 9 + 12x$

c) $(1 - x)(1 + x) = 1 - x^2$

Ejercicio 4

Resuelve las siguientes ecuaciones sencillas de primer grado:

a) $-5x - 1 = -8x + 5$; $x = 2$

b) $8x - 7 + 3x = 37$; $x = 4$

c) $1 = - 8x - 80 - x$; $x = -9$

Ejercicio 5

Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado con paréntesis:

a) $7(x + 1) = - 7$; $x = -2$

b) $8(-3x - 7) + 6 = - 185 + 3(-x + 3)$; $x = 6$

Ejercicio 6

Resuelve la siguiente ecuación de primer grado con paréntesis y denominadores:

$$\frac{-3(-x-2)}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2(6x-5)}{3} + 4$$

$$X = 1$$

Ejercicio 7

Antonio tiene 5 años, su hermano Roberto 19 y su padre 41. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?

17 años

Ejercicio 8

Se han mezclado 60 litros de aceite barato con 20 litros de aceite caro, resultando la mezcla a 1.75 euros/litro. Calcula el precio del litro de cada clase, sabiendo que el de más calidad es 4 veces más caro que el otro.

El barato cuesta a 1€ el litro, y el caro a 4€ el litro.

Ejercicio 9

Resuelve utilizando el método de sustitución los sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas siguientes:

$$a) \quad \left. \begin{array}{l} 8x - y = 2 \\ -x + 9y = -18 \end{array} \right\}$$

$$x = 0$$

$$y = -2$$

$$b) \quad \left. \begin{array}{l} 7x - y = 30 + 4y \\ 2y = 15 + x \end{array} \right\}$$

$$x = 15$$

$$y = 15$$

Ejercicio 10

Resuelve utilizando el método de igualación los sistemas siguientes:

$$a) \quad \left. \begin{array}{l} -x = -30 + 2y \\ x = \frac{3y - 27}{3} \end{array} \right\}$$

$$x = 4$$

$$y = 13$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} y = 1 - 5x \\ -2y = -2 + 3x \end{array} \right\}$$

$$x = 0$$

$$y = 1$$

Ejercicio 11

Resuelve utilizando el método de reducción los sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas siguientes:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} -5x - 4y = -46 \\ 3x - 3y = -21 \end{array} \right\}$$

$$x = 2$$

$$y = 9$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 10x + 2y = -78 \\ -3x - 2y = -29 \end{array} \right\}$$

$$x = -7$$

$$y = -4$$

Ejercicio 12

Una envasadora de agua vende botellas de 2 y 5 litros. Si ha envasado 5392 litros en 1844 botellas. ¿Cuántas botellas de 2 y 5 litros ha usado?

1276 botellas de 2 litros y 568 botellas de 5 litros.

Ejercicio 13

Un fabricante de televisores obtiene un beneficio de 44 euros por cada televisor que vende y sufre una pérdida de 51 euros por cada televisor defectuoso que debe retirar del mercado. Un día ha fabricado 458 televisores obteniendo unos beneficios de 6092 euros. ¿Cuántos televisores buenos y defectuosos ha fabricado ese día?

310 televisores buenos y 148 defectuosos.

Ejercicio 14

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado

a) $x^2 - 4x - 32 = 0$; $x = 8$; $x = -4$

b) $-x^2 - x + 30 = 0$; $x = -6$; $x = 5$

Ejercicio 15

Resuelve las siguientes ecuaciones incompletas de segundo grado

a) $4x^2 - 16 = 0$; $x = 4$ $x = -4$

b) $2x^2 - 8x = 0$; $x = 0$ $x = 2$

c) $-6x^2 - 18x = 0$; $x = 0$ $x = -3$

Ejercicio 16

La edad de un padre es el cuadrado de la de su hijo. Dentro de 24 años la edad del padre será el doble que la de su hijo. ¿Qué edad tienen el padre y el hijo?

El hijo tiene **6** años y el padre **36** años.**Ejercicio 17**

Dados tres números naturales pares consecutivos, se sabe que si al cuadrado del mayor se le resta el cuadrado de los otros dos, se obtiene el número 12 ¿Cuáles son estos tres números?

Hay **dos** soluciones, los números **4, 6 y 8**, y los números **0, 2 y 4**.**TAREAS del TEMA 3 – Módulo 3****A) REPASO. ECUACIONES DE PRIMER GRADO.**

Resuelve:

a) $\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{2} = x - 5$

c) $\frac{3x}{4} - \frac{x+5}{12} = \frac{5}{6} - \frac{x+1}{6}$

b) $\frac{x-2}{4} + \frac{2x+5}{3} = \frac{6x-1}{18} + \frac{x}{9}$

d) $\frac{4 \cdot (x+5)}{6} + 5 = x - \frac{3-2x}{3}$

B) ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

Resuelve:

a) $3x^2 + 5x - 2 = 0$

c) $3x^2 + 4x - 2 = 2 \cdot (2 + x)$

b) $3x^2 - 12 = 0$

d) $3x^2 + 2 \cdot (x - 4) = -4 \cdot (2 + x)$

C) SISTEMAS DE ECUACIONES.

Resuelve:

a) $\begin{cases} 2x - y = -2 \\ 5x - y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 7x + y = 1 \\ 3x + 5y = -11 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x + y = 8 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$

D) PROBLEMAS DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO Y SISTEMAS.

Dados los siguientes problemas, haz dos cosas

- a) En primer lugar, explica el razonamiento que has seguido para llegar a la ecuación o sistema de ecuaciones que resuelven el problema, es decir, escribe el planteamiento de cada problema. **(PLANTEAMIENTO)**
- b) Para terminar contesta a la pregunta que se formula en cada problema. **(SOLUCIÓN)**

1.- Si a un número se le suma el doble de su siguiente, el resultado es 74. ¿De qué número se trata?.

2.- Julia se ha gastado 220€ en una camisa, un cinturón y un abrigo. Si la camisa cuesta el triple que el cinturón; y el abrigo el doble que la camisa, ¿cuánto vale cada prenda?.

3.- Durante dos días consecutivos consumimos agua de un depósito, de forma que el primer día gastamos $\frac{1}{3}$ de la capacidad total; y el segundo día, $\frac{3}{4}$ de lo que quedaba. Si en el depósito quedan sólo 5 l. ¿Cuánta agua había en él?.

4.- En el almacén de un comercio de venta de bicicletas y triciclos se han contabilizado 22 vehículos y 51 ruedas. ¿Cuántas bicicletas y triciclos hay?.

5.- La edad de Lucio y la tercera parte de la edad de su hija Clara suman 44 años; pero dentro dos años, Lucio tendrá el triple de años que Clara. ¿Qué edad tienen actualmente padre e hija?

6.- En una tienda de informática vendes pen-drives según su capacidad a dos precios distintos de 16€ y 18€. Si se han vendido un total de 45 pen-drives la última semana obteniendo 770€ por ellos, ¿cuántos pens han vendido de cada clase?

AUTOEVALUACIONES del Tema 3 – Módulo 3

AUTOEVALUACIÓN 1

Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

1) $x - 7 = 1$ (Solución: $x =$)

9) $3 \cdot (6 + x) = 2 \cdot (x - 6)$ (Solución: $x =$)

2) $7x = -63$ (Solución: $x =$)

10) $9 \cdot (x + 1) = 6 \cdot (x + 3)$ (Solución: $x =$)

3) $x - 12 = 26$ (Solución: $x =$)

11) $12 - (x - 3) = 6$ (Solución: $x =$)

4) $2x - 3 = 11$ (Solución: $x =$)

12) $16 \cdot (x - 2) = 24 \cdot (x - 3)$ (Solución: $x =$)

5) $x + 8 = 12$ (Solución: $x =$)

13) $3 \cdot (x + 1) - 5 = 2x + 1$ (Solución: $x =$)

6) $15x = 60$ (Solución: $x =$)

14) $2 \cdot (x - 7) = -4 \cdot (x - 1)$ (Solución: $x =$)

7) $7x = 49$ (Solución: $x =$)

15) $\frac{7-x}{3} = \frac{13-x}{6}$ (Solución: $x =$)

8) $x + 15 = 48$ (Solución: $x =$)

16) $\frac{x+2}{8} - \frac{x-2}{4} = 0$ (Solución: $x =$)

AUTOEVALUACIÓN 2

Resuelve los siguientes problemas. Recuerda que un problema se termina de resolver cuando contesto a la pregunta de forma correcta:

1) El padre de Antonio tiene 38 años y él 6. ¿Dentro de cuántos años la edad de su padre será doble de la de Antonio?

Solución: La edad del padre será doble de la de Antonio cuando pasen ___ años.

2) Josefa tiene 7 años menos que su prima Begoña y dentro de 15 años la suma de sus edades será 53 años. ¿Qué edad tiene cada una?

Solución: La edad de Begoña es de ___ años y Josefa ___ años.

3) El patio de mi colegio mide 25 metros más de largo que de ancho. Si su perímetro es 270 metros, ¿cuál es su longitud y su anchura?

Solución: El ancho y el largo de mi colegio son de ___y___ metros respectivamente.

4) En la repoblación de un río mueren la tercera parte de los alevines arrojados al agua. ¿Cuántos alevines se soltaron, si quedan vivos 2748?

Solución: El número de alevines que se soltó es de ___.

5) Se quieren repartir 99 plátanos entre tres monos de modo que el primero reciba 14 plátanos más que el segundo, y el tercero, 16 menos que el primero. ¿Cuántos recibirá cada uno? Escribe la solución numéricamente.

Solución: El primer mono recibirá ___plátanos, el segundo ___y el tercero ___.

6) La valla que rodea un campo rectangular mide 3200 metros. ¿Cuáles son las dimensiones del campo si su largo es triple que su ancho?

Solución: El largo del campo es de ___metros, mientras que su ancho es de ___metros.

AUTOEVALUACIÓN 3

1.- Resuelve los siguientes sistemas usando el método de sustitución:

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ x - 3y = -6 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{\hspace{1cm}}$, e $y = \underline{\hspace{1cm}}$.

b) $\begin{cases} 5x - y = 9 \\ x - y = 1 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{\hspace{1cm}}$, e $y = \underline{\hspace{1cm}}$.

c) $\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{\hspace{1cm}}$, e $y = \underline{\hspace{1cm}}$.

2.- Resuelve los siguientes sistemas usando el método de igualación:

a) $\begin{cases} 4x - y = 11 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{\hspace{1cm}}$, e $y = \underline{\hspace{1cm}}$.

b) $\begin{cases} 5x + y = 8 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{\quad}$, e $y = \underline{\quad}$.

c) $\begin{cases} 3x - y = 4 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{\quad}$, e $y = \underline{\quad}$.

3.- Resuelve los siguientes sistemas usando el método de reducción:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{\quad}$, e $y = \underline{\quad}$.

b) $\begin{cases} x + 2y = 9 \\ 3x - y = 20 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{\quad}$, e $y = \underline{\quad}$.

c) $\begin{cases} 5x - 2y = 3 \\ 4x - y = 3 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{\quad}$, e $y = \underline{\quad}$.

AUTOEVALUCIÓN 4

Resuelve los siguientes problemas:

1.- La suma de dos números es 12 y su cociente es 3. Halla estos números.

Solución: Los números son el $\underline{\quad}$ y el $\underline{\quad}$.

2.- La suma de las dos cifras de un número es 10 y la cifra de las decenas es cuádruple de la cifra de las unidades. Halla el número.

Solución: El número es el $\underline{\quad}$.

3.- Halla las edades de dos hermanos sabiendo que al mayor le faltan dos años para tener cinco veces la edad del menor y que si el mayor tuviera seis años menos tendría la edad del menor.

Solución: La edad del hermano menor es $\underline{\quad}$ años, y la del mayor es $\underline{\quad}$ años.

4.- La edad de un padre es doble que la de su hijo. Hace diez años la edad del padre era triple que la del hijo. ¿Cuáles son las edades actuales del padre y del hijo?

Solución: La edad del padre es de $\underline{\quad}$ años, mientras que la del hijo es de $\underline{\quad}$ años.

5.- Por 5,60 € se han comprado 6 kg de azúcar de la clase A y 2 kg de azúcar de la clase B. Se mezcla 1 kg de azúcar de cada clase y se obtiene una mezcla que vale 0,75 € el kg. ¿Cuánto vale el kilogramo de azúcar de la clase A? ¿Y el de la clase B?

Solución: El kilo de azúcar de clase A vale $\underline{\quad}$ € y el kilo de azúcar de clase B vale $\underline{\quad}$ €.

6.- En una feria de ganado hemos comprado 3 potros y 5 corderos por 1375 €, mientras que un vecino ha adquirido 1 potro y 8 corderos por 680 €. ¿Cuál era el precio de cada animal?

Solución: El precio de un potro era de ___€ y el un cordero de ___€

7.- Un grupo de turistas acude a visitar un museo cuya entrada cuesta 5€ por persona. Entre todos, reúnen 60€. Como no llega para todos, algunos se quedan sin entrar. Al día siguiente, vuelven y se dan cuenta de que se pueden sacar entradas colectivas a partir de 10 personas, al precio de 3€. Gastando 60€ pueden entrar, de esta forma, todos los del grupo y, además, invitar a otro grupo formado por tantos como se quedaron sin entrar el día anterior. Halla el número de personas que formaba el grupo de turistas. ¿Cuántos se quedaron sin entrar el primer día?

Solución: El grupo de turistas estaba formado por ___ personas y el primer día se quedaron sin entrar turistas.

AUTOEVALUACIÓN 5

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado. Si la solución es una fracción, escríbela de la forma $\frac{4}{7}$:

a) $2x^2 - 5x + 3 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

b) $3x^2 - 14x + 8 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

c) $5x^2 - 11x + 2 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

d) $x^2 - 10x + 24 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

e) $9x^2 - 36 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

f) $49x^2 - 196 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

g) $35x^2 + 9x - 2 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

h) $x^2 - 2x - 8 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

i) $4x^2 + 11x - 3 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

j) $4x^2 - 13x + 3 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

k) $2x^2 - 11x + 5 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

l) $x^2 - 13x + 42 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

m) $6x^2 + 3x = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

n) $8x^2 + 9x = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

o) $12x^2 - 3x = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

p) $4x^2 + 2 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

q) $8x^2 + 6 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

r) $4x^2 + 8 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

s) $4x^2 - 16 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

t) $8x^2 - 72 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\quad}$, $x_2 = \underline{\quad}$.

AUTOEVALUACIÓN 6

Resuelve los siguientes problemas:

1.- Hay un número natural tal que al sumarle 8 y multiplicar la suma por el número que resulta al restarle 3 al número natural, da como producto 476. ¿Cuál es ese número natural?

Solución: El número natural es el__.

2.- Dos números naturales se diferencian en dos unidades y la suma de sus cuadrados es 580. ¿Cuáles son esos números?

Solución: Los números naturales son el__y el__.

3.- El cuadrado de un número menos su duplo es -1. Calcula ese número.

Solución: El número es el__.

4.- El producto de dos números enteros consecutivos es 156. Calcula esos números.

Primera Solución: Los dos números consecutivos son el__y el__.

Segunda Solución: Los dos números consecutivos son el__y el__.

5.- Si a un número se le añade 3 y a ese mismo número se le resta 2, el producto de los dos factores resultantes es igual a 24. Halla dicho número.

Primera Solución: El número es el__.

Segunda Solución: El número es el__.

6.- Un rectángulo tiene 5 m más de largo que de ancho. Si su superficie es 336 m^2 , halla sus dimensiones.

Solución: El ancho es __metros y el largo es __metros

7.- Halla dos números pares consecutivos cuyo producto sea 528.

Primera Solución: Los dos números pares consecutivos son el__y el__.

Segunda Solución: Los dos números pares consecutivos son el__y el__.

SOLUCIONES AUTOEVALUACIONES del Tema 3 – Módulo 3

AUTOEVALUACIÓN 1

Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

1) $x - 7 = 1$ (Solución: $x = 8$)

2) $7x = -63$ (Solución: $x = -9$)

3) $x - 12 = 26$ (Solución: $x = 38$)

4) $2x - 3 = 11$ (Solución: $x = 7$)

5) $x + 8 = 12$ (Solución: $x = 4$)

6) $15x = 60$ (Solución: $x = 4$)

7) $7x = 49$ (Solución: $x = 7$)

8) $x + 15 = 48$ (Solución: $x = 33$)

9) $3 \cdot (6 + x) = 2 \cdot (x - 6)$ (Solución: $x = -30$)

10) $9 \cdot (x + 1) = 6 \cdot (x + 3)$ (Solución: $x = 3$)

11) $12 - (x - 3) = 6$ (Solución: $x = 9$)

12) $16 \cdot (x - 2) = 24 \cdot (x - 3)$ (Solución: $x = 5$)

13) $3 \cdot (x + 1) - 5 = 2x + 1$ (Solución: $x = 3$)

14) $2 \cdot (x - 7) = -4 \cdot (x - 1)$ (Solución: $x = 3$)

15) $\frac{7-x}{3} = \frac{13-x}{6}$ (Solución: $x = 1$)

16) $\frac{x+2}{8} - \frac{x-2}{4} = 0$ (Solución: $x = 6$)

AUTOEVALUACIÓN 2

Resuelve los siguientes problemas. Recuerda que un problema se termina de resolver cuando contesto a la pregunta de forma correcta:

1) El padre de Antonio tiene 38 años y él 6. ¿Dentro de cuántos años la edad de su padre será doble de la de Antonio?

Solución: La edad del padre será doble de la de Antonio cuando pasen 26 años.

2) Josefa tiene 7 años menos que su prima Begoña y dentro de 15 años la suma de sus edades será 53 años. ¿Qué edad tiene cada una?

Solución: La edad de Begoña es de 15 años y Josefa 8 años.

3) El patio de mi colegio mide 25 metros más de largo que de ancho. Si su perímetro es 270 metros, ¿cuál es su longitud y su anchura?

Solución: El ancho y el largo de mi colegio son de 55 y 80 metros respectivamente.

4) En la repoblación de un río mueren la tercera parte de los alevines arrojados al agua. ¿Cuántos alevines se soltaron, si quedan vivos 2748?

Solución: El número de alevines que se soltó es de 4122.

5) Se quieren repartir 99 plátanos entre tres monos de modo que el primero reciba 14 plátanos más que el segundo, y el tercero, 16 menos que el primero. ¿Cuántos recibirá cada uno? Escribe la solución numéricamente.

Solución: El primer mono recibirá 43 plátanos, el segundo 29 y el tercero 27.

6) La valla que rodea un campo rectangular mide 3200 metros. ¿Cuáles son las dimensiones del campo si su largo es triple que su ancho?

Solución: El largo del campo es de 1200 metros, mientras que su ancho es de 400 metros.

AUTOEVALUACIÓN 3

1.- Resuelve los siguientes sistemas usando el método de sustitución:

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ x - 3y = -6 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{3}$, e $y = \underline{3}$.

b) $\begin{cases} 5x - y = 9 \\ x - y = 1 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{2}$, e $y = \underline{1}$

c) $\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{4}$, e $y = \underline{2}$.

2.- Resuelve los siguientes sistemas usando el método de igualación:

a) $\begin{cases} 4x - y = 11 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{25/9}$, e $y = \underline{1/9}$.

b) $\begin{cases} 5x + y = 8 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{1}$, e $y = \underline{3}$.

c) $\begin{cases} 3x - y = 4 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{2}$, e $y = \underline{2}$.

3.- Resuelve los siguientes sistemas usando el método de reducción:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{4}$, e $y = \underline{2}$.

b) $\begin{cases} x + 2y = 9 \\ 3x - y = 20 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{7}$, e $y = \underline{1}$.

c) $\begin{cases} 5x - 2y = 3 \\ 4x - y = 3 \end{cases}$

Solución: $x = \underline{1}$, e $y = \underline{1}$.

AUTOEVALUCIÓN 4

Resuelve los siguientes problemas:

1.- La suma de dos números es 12 y su cociente es 3. Halla estos números.

Solución: Los números son el 3 y el 9.

2.- La suma de las dos cifras de un número es 10 y la cifra de las decenas es cuádruple de la cifra de las unidades. Halla el número.

Solución: El número es el 82.

3.- Halla las edades de dos hermanos sabiendo que al mayor le faltan dos años para tener cinco veces la edad del menor y que si el mayor tuviera seis años menos tendría la edad del menor.

Solución: La edad del hermano menor es 2 años, y la del mayor es 8 años.

4.- La edad de un padre es doble que la de su hijo. Hace diez años la edad del padre era triple que la del hijo. ¿Cuáles son las edades actuales del padre y del hijo?

Solución: La edad del padre es de 40 años, mientras que la del hijo es de 20 años.

5.- Por 5,60 € se han comprado 6 kg de azúcar de la clase A y 2 kg de azúcar de la clase B. Se mezcla 1 kg de azúcar de cada clase y se obtiene una mezcla que vale 0,75 € el kg. ¿Cuánto vale el kilogramo de azúcar de la clase A? ¿Y el de la clase B?

Solución: El kilo de azúcar de clase A vale 0,65 € y el kilo de azúcar de clase B vale 0,85 €.

6.- En una feria de ganado hemos comprado 3 potros y 5 corderos por 1375 €, mientras que un vecino ha adquirido 1 potro y 8 corderos por 680 €. ¿Cuál era el precio de cada animal?

Solución: El precio de un potro era de 400 € y el un cordero de 35 €

7.- Un grupo de turistas acude a visitar un museo cuya entrada cuesta 5€ por persona. Entre todos, reúnen 60€. Como no llega para todos, algunos se quedan sin entrar. Al día siguiente, vuelven y se dan cuenta de que se pueden sacar entradas colectivas a partir de 10 personas, al precio de 3€. Gastando 60€ pueden entrar, de esta forma, todos los del grupo y, además, invitar a otro grupo formado por tantos como se quedaron sin entrar el día anterior. Halla el número de personas que formaba el grupo de turistas. ¿Cuántos se quedaron sin entrar el primer día?

Solución: El grupo de turistas estaba formado por 16 personas y el primer día se quedaron sin entrar 4 turistas.

AUTOEVALUACIÓN 5

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado. Si la solución es una fracción, escríbela de la forma $\frac{a}{b}$:

a) $2x^2 - 5x + 3 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{1}$, $x_2 = \underline{\frac{3}{2}}$.

b) $3x^2 - 14x + 8 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\frac{2}{3}}$, $x_2 = \underline{4}$.

c) $5x^2 - 11x + 2 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\frac{1}{5}}$, $x_2 = \underline{2}$.

d) $x^2 - 10x + 24 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{4}$, $x_2 = \underline{6}$.

e) $9x^2 - 36 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{-2}$, $x_2 = \underline{2}$.

f) $49x^2 - 196 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{-2}$, $x_2 = \underline{2}$.

g) $35x^2 + 9x - 2 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{-\frac{2}{5}}$, $x_2 = \underline{\frac{1}{7}}$.

h) $x^2 - 2x - 8 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{-2}$, $x_2 = \underline{4}$.

i) $4x^2 + 11x - 3 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{-3}$, $x_2 = \underline{\frac{1}{4}}$.

j) $4x^2 - 13x + 3 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\frac{1}{4}}$, $x_2 = \underline{3}$.

k) $2x^2 - 11x + 5 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\frac{1}{2}}$, $x_2 = \underline{5}$.

l) $x^2 - 13x + 42 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{6}$, $x_2 = \underline{7}$.

m) $6x^2 + 3x = 0$

Solución: $x_1 = \underline{-\frac{1}{2}}$, $x_2 = \underline{0}$.

n) $8x^2 + 9x = 0$

Solución: $x_1 = \underline{-\frac{8}{9}}$, $x_2 = \underline{0}$.

o) $12x^2 - 3x = 0$

Solución: $x_1 = \underline{0}$, $x_2 = \underline{\frac{1}{4}}$.

p) $4x^2 + 2 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\text{no tiene}}$, $x_2 = \underline{\text{no tiene}}$.

q) $8x^2 + 6 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\text{no tiene}}$, $x_2 = \underline{\text{no tiene}}$.

r) $4x^2 + 8 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{\text{no tiene}}$, $x_2 = \underline{\text{no tiene}}$.

s) $4x^2 - 16 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{-2}$, $x_2 = \underline{2}$.

t) $8x^2 - 72 = 0$

Solución: $x_1 = \underline{-3}$, $x_2 = \underline{3}$.

AUTOEVALUACIÓN 6

Resuelve los siguientes problemas:

1.- Hay un número natural tal que al sumarle 8 y multiplicar la suma por el número que resulta al restarle 3 al número natural, da como producto 476. ¿Cuál es ese número natural?

Solución: El número natural es el 20.

2.- Dos números naturales se diferencian en dos unidades y la suma de sus cuadrados es 580. ¿Cuáles son esos números?

Solución: Los números naturales son el 16 y el 18.

3.- El cuadrado de un número menos su duplo es -1. Calcula ese número.

Solución: El número es el 1.

4.- El producto de dos números enteros consecutivos es 156. Calcula esos números.

Primera Solución: Los dos números consecutivos son el 12 y el 13.

Segunda Solución: Los dos números consecutivos son el -13 y el -12.

5.- Si a un número se le añade 3 y a ese mismo número se le resta 2, el producto de los dos factores resultantes es igual a 24. Halla dicho número.

Primera Solución: El número es el 5.

Segunda Solución: El número es el -6.

6.- Un rectángulo tiene 5 m más de largo que de ancho. Si su superficie es 336 m², halla sus dimensiones.

Solución: El ancho es 16 metros y el largo es 21 metros

7.- Halla dos números pares consecutivos cuyo producto sea 528.

Primera Solución: Los dos números pares consecutivos son el 22 y el 24.

Segunda Solución: Los dos números pares consecutivos son el -24 y el -22.

Bloque 8. Tema 4.

Geometría del espacio

ÍNDICE

- 1) Conceptos previos.
 - 1.1. ¿Qué es la geometría?
- 2) Repaso a las figuras planas elementales.
 - 2.1. Perímetros y áreas de figuras planas.
- 3) Poliedros y cuerpos de revolución.
 - 3.1. Poliedros.
 - 3.1.1. Poliedros regulares.
 - 3.1.2. Prisma.
 - 3.1.3. Pirámides.
 - 3.2. Cuerpos redondos.
 - 3.2.1. El cilindro.
 - 3.2.2. El cono.
 - 3.2.3. Esfera.
 - 3.3. El área y el volumen.

1) Conceptos previos

¿Dónde podemos encontrar geometría? ¡En todas partes! Basta mirar para ver geometría, basta únicamente pensar, en todo hay geometría, hasta en nuestros sueños. Seguramente ahora mismo estás leyendo estas líneas dentro de una habitación, es decir, dentro de un ortoedro, si has impreso el tema estarás usando un rectángulo de papel, si no, una pantalla rectangular. Tu ojo es un prodigio geométrico esférico que te permite leer, tu cuerpo, el edificio en el que vives, tu calle, la farola más cercana,... Todo está hecho utilizando geometría. No es extraño el interés que esta rama de la matemática despertó ya en la antigua Grecia, en el Egipto de los faraones o incluso antes.

En este tema se presentarán formas geométricas elementales, estudios sencillos y métodos para trabajar usando la geometría.

1.1) ¿Qué es la geometría?

Geometría (del griego geo, 'tierra'; metrein, 'medir'), rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades del espacio. En su forma más elemental, la geometría se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área y diámetro de figuras planas y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos.

2) Repaso a las figuras planas elementales

Antes de meternos en el estudio de los cuerpos geométricos elementales recordemos algunas de las figuras planas que vamos a necesitar, así como sus elementos, perímetro y área.

Debemos recordar que:

- El **perímetro** es la suma de la longitud de los bordes de una figura geométrica plana.
Perímetro = Suma de todos los lados de una figura.
El perímetro de un círculo se llama longitud de una circunferencia.
- El **área** (o **superficie**) es el trozo de plano que queda encerrado por el borde de una figura geométrica.

2.1) Perímetros y áreas de figuras planas

Perímetro y área de un triángulo.

Un **triángulo** es un polígono de tres lados. Los puntos comunes a cada par de lados se denominan vértices del triángulo.

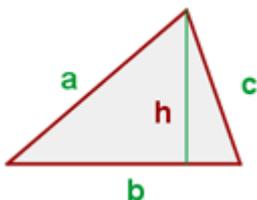


Imagen 1. Triángulo.

URL: <http://www.vitutor.com/>

Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

El perímetro de un triángulo es igual a la suma de sus lados: $P = a + b + c$

Para calcular el área de un triángulo usaremos la siguiente fórmula: $A = (b \cdot h) / 2$

Perímetro y área de un cuadrado.

Un cuadrado es la figura plana cerrada formada por cuatro líneas rectas iguales que forman otros tantos ángulos rectos.



Imagen 2. Cuadrado.

URL: <http://www.vitutor.com/>

Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Si un cuadrado cualquiera tiene lados que miden l , entonces, el perímetro es igual a $4l$, pues los cuatro lados son iguales.

$$P = 4 \cdot l$$

El área de un cuadrado es el producto de la longitud del lado por sí misma.

$$A = l^2$$

Perímetro y área de un rectángulo.

Un *rectángulo* es un paralelogramo cuyos cuatro lados forman ángulos rectos entre sí. Los lados opuestos tienen la misma longitud.

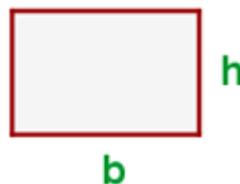


Imagen 3. Rectángulo.

URL: <http://www.vitutor.com/>

Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

El perímetro de un rectángulo es igual a la suma de todos sus lados:

$$P = 2 \cdot b + 2 \cdot h$$

El área de un rectángulo es igual al producto de dos de sus lados contiguos:

$$A = b \cdot h$$

Perímetro y área de un polígono regular.

En geometría, se denomina **polígono regular** a un polígono cuyos lados y ángulos interiores son iguales entre sí. Los polígonos regulares de tres y cuatro lados se llaman triángulo equilátero y cuadrado, respectivamente. Para polígonos de más lados, se añade el término *regular* (pentágono regular, hexágono regular, octágono regular, etc).

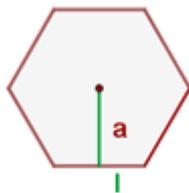


Imagen 4. Polígono regular.
URL: <http://www.vitutor.com/>
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Al tener todos los lados iguales, el perímetro se calcula multiplicando el número de lados por la longitud del lado.

$$P = n \cdot l \quad \text{donde } n \text{ es el número de lados y } l \text{ la longitud de cada uno.}$$

El área de un polígono regular, conociendo el perímetro y la apotema es:

$$A = (\text{perímetro} \cdot \text{apotema}) / 2$$

Siendo la apotema, **a**: segmento perpendicular a un lado, hasta el centro del polígono.

Perímetro (longitud) de una circunferencia.

La **circunferencia** es una curva plana y cerrada donde todos sus puntos están a igual distancia del centro. El perímetro o longitud de la circunferencia se calcula mediante la siguiente fórmula:



Imagen 5. Circunferencia.
Fuente: www.vitutor.com.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

$$L = 2 \pi r$$

Siendo **r**, **radio**: segmento que une el centro de la circunferencia con un punto cualquiera de la misma.

Área de un círculo.

Un **círculo** es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya distancia a otro punto fijo, llamado centro, es menor o igual que una cantidad constante, llamada radio. En otras palabras, es la región del plano delimitada por una circunferencia y que posee un área definida.



Imagen 6. Círculo. Licencia: Desconocida.
URL: <http://www.vitutor.com/>.

$$A = \pi r^2$$

Ejercicio 1

¿Cuál es el perímetro de un triángulo cuyos lados son iguales y miden 10 cm?

El perímetro mide _____

Ejercicio 2

¿Cuál es el perímetro de un pentágono regular de lado 6 cm?

a. 24 cm
b. 36 cm
c. 30 cm

Ejercicio 3

Calcula la longitud de una circunferencia de radio 5 cm. Solución: _____

Ejercicio 4

Completa las palabras que faltan.

Calcula el área de las siguientes figuras:

- Un cuadrado de 3 dm de lado. Solución: ____ dm².
- Un rectángulo de 8 cm de altura y la mitad de base. Solución: ____ cm².
- Un triángulo rectángulo de 13 cm de base y 4 cm de altura. Solución: ____ cm².
- Hexágono regular de 6 m de lado. Solución: ____ m²
- Círculo de radio 5 cm. Solución: ____ cm²

3) Poliedros y cuerpos de revolución

3.1) Poliedros

Un **poliedro** es un sólido de caras planas (la palabra viene del griego, poli- significa "muchas" y -edro significa "cara").

Cada cara plana (simplemente "cara") es un polígono (triángulos, cuadrados, rectángulos, pentágono,....).

Los poliedros tienen elementos comunes, algunos de los cuales son:

- Cara: cada uno de los polígonos que forman o limitan un poliedro.
- Arista: segmento formado por la intersección de dos caras de un poliedro.
- Vértice: punto de intersección de dos o más aristas de un poliedro.

En la siguiente imagen podemos ver estos elementos sobre un poliedro regular formado por doce caras pentagonales, un dodecaedro.

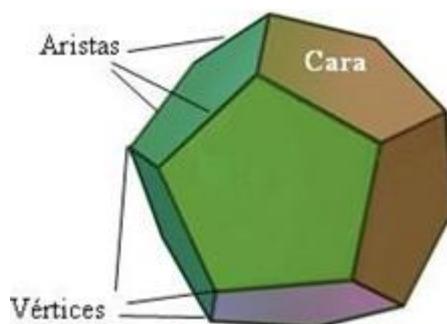


Imagen 7. Fuente: Desconocida.

Autor: Desconocido.

Licencia: Desconocida.

A parte de los elementos que aparecen en el dibujo están los vértices que son los puntos donde se cortan las aristas.

Los elementos de un poliedro convexo cumplen una propiedad curiosa que relaciona el número de caras, el de vértices y el de aristas. Es conocido como la fórmula de Euler y dice que:

“El número de caras más el número de vértices es igual al número de aristas más dos, es decir: $C + V = A + 2$ ”.

Un punto de vista especial, con respecto a un poliedro se obtiene al realizar el denominado desarrollo plano del mismo, que consiste en dibujar sobre un papel una figura que permita construir el poliedro mediante operaciones de plegado. Por ejemplo, aquí mostramos un desarrollo plano para un cubo, cuerpo geométrico formado por seis caras cuadradas:

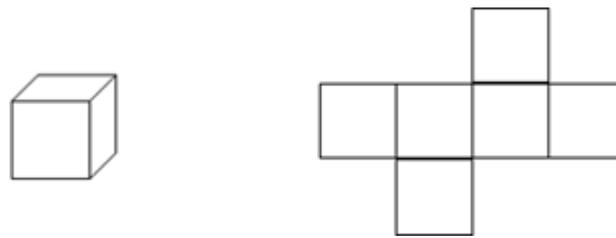


Imagen 8: Desarrollo plano de un cubo. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.
URL: <http://www.wikipedia.com/>

3.1.1) Poliedros regulares

Dentro de todos los poliedros que existen hay unos pocos, concretamente **cinco**, que se les conoce como poliedros regulares o sólidos platónicos.

Estos poliedros tienen una propiedad especial y es que todas sus caras están formadas por polígonos regulares iguales. Debido a esta propiedad sólo cinco son los cuerpos geométricos que la cumplen: el tetraedro, el cubo o hexaedro, el octaedro, el dodecaedro y el icosaedro. En la imagen siguiente podemos observar estas figuras junto a su desarrollo plano:

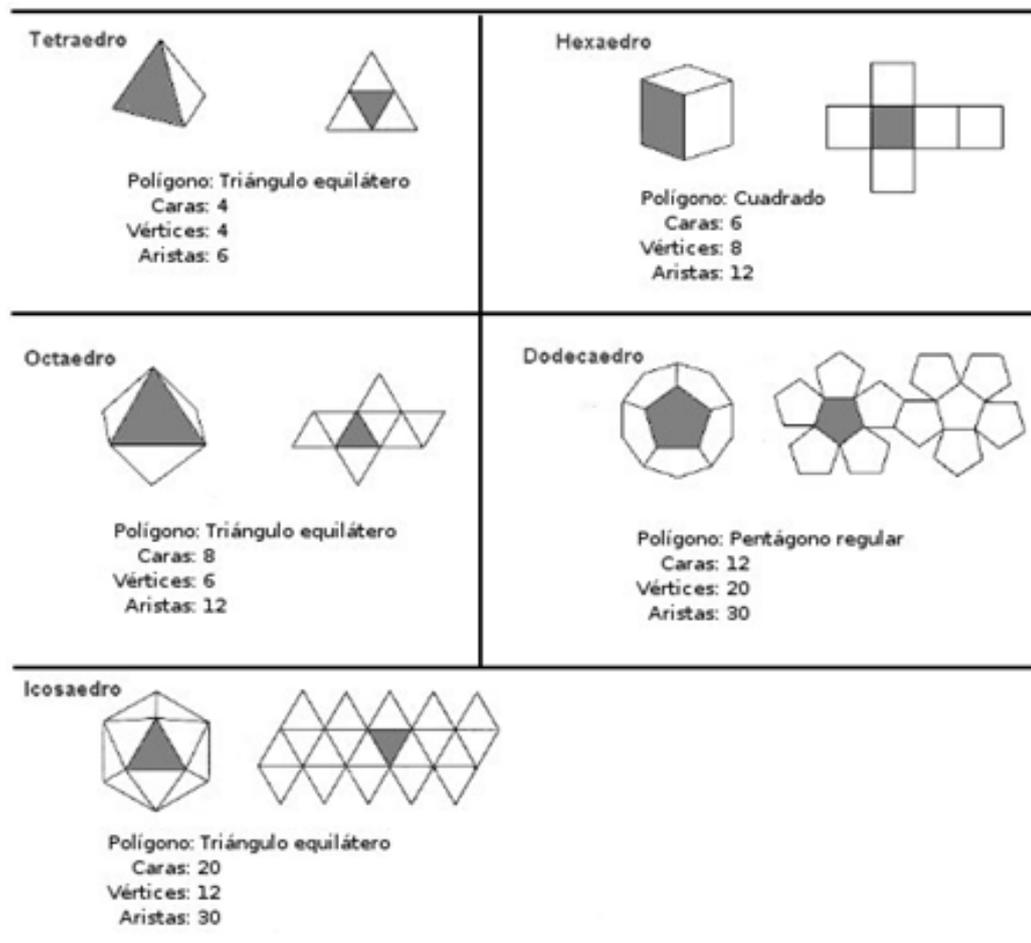


Imagen 9: Poliedros regulares. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

3.1.2) Prisma

Otro tipo de poliedros son los prismas, estos tienen las características especiales de que sus bases son polígonos regulares iguales y las caras laterales son rectángulos. El nombre de los prismas depende del polígono regular de la base:

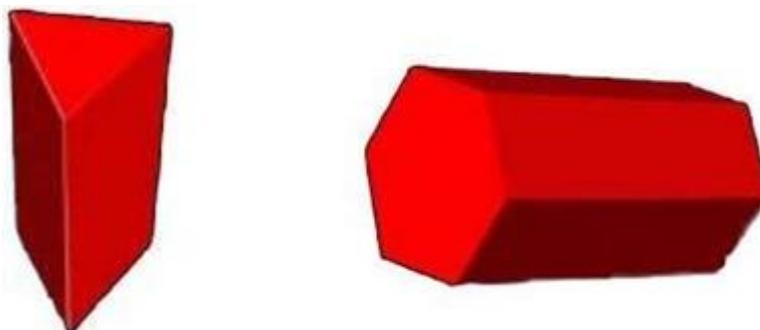


Imagen 10: Prisma triangular y hexagonal. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Algunos de los elementos de un prisma son los que aparecen en el siguiente dibujo:

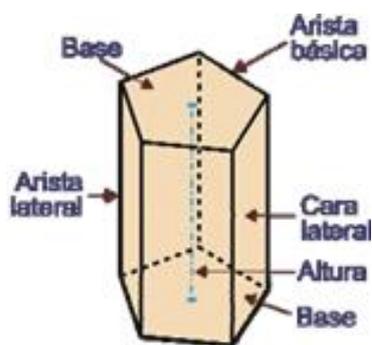


Imagen 11: Elementos de un prisma. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Hay diferentes tipos de prismas, en función de sus características podemos hablar de:

- Prismas regulares: aquellos cuyas bases son polígonos regulares. En función del polígono de las bases, los prismas pueden ser de base triangular, cuadrangular, pentagonal, hexagonal, etc.
- Prismas irregulares: aquellos cuyas bases son polígonos irregulares.
- Prismas rectos: aquellos cuyas caras laterales son cuadrados o rectángulos.
- Prismas oblicuos: aquellos cuyas caras laterales son romboides o rombos.
- Paralelepípedos: prismas cuyas bases son paralelogramos.
- Ortoedros: prisma que tiene todas sus caras rectangulares.

En la imagen siguiente vemos algunos ejemplos de prismas:

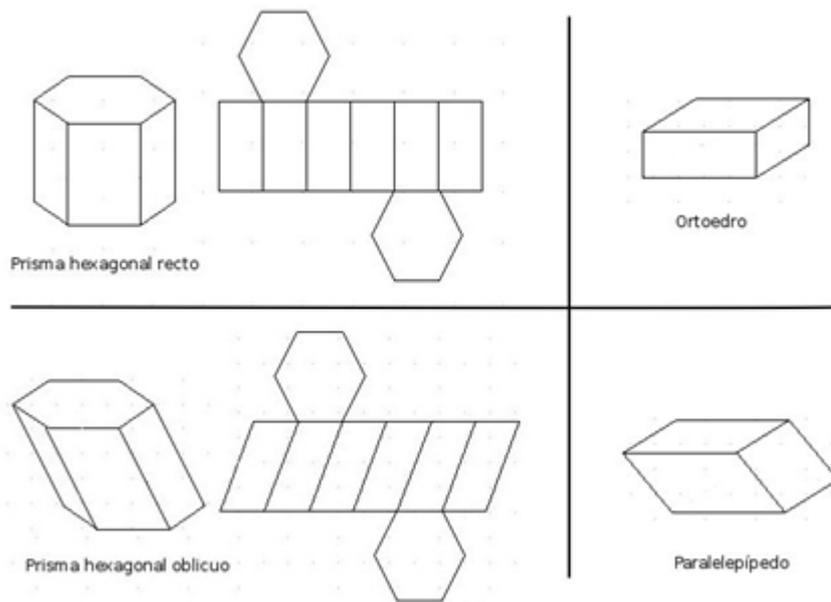


Imagen 12: Ejemplos de prismas. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

3.1.3) Pirámides

Siguiendo el análisis de los distintos poliedros llegamos al último que vamos a estudiar a fondo, estos son las pirámides.

Las pirámides están formadas por una cara (la base) que es un polígono regular y caras laterales que son triángulos que se unen en un vértice.

A la hora de llamar a las pirámides el nombre varía dependiendo del polígono regular que tienen por base.

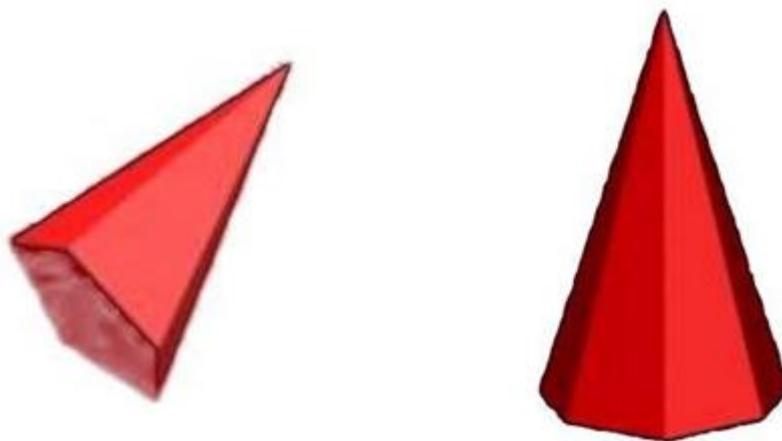


Imagen 13: Pirámides. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

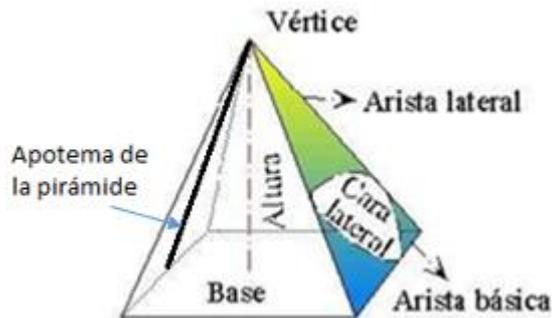


Imagen 14: Elementos de una pirámide. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

3.2) Cuerpos redondos

Los cuerpos geométricos que hemos estudiado por ahora tiene todas sus caras planas, pero también hay los que las tienen curvas. Estos son los cuerpos redondos. Nos vamos a centrar sólo en el estudio de tres de ellos, son cuerpos que se denominan de revolución, ya que se obtienen cuando hacemos girar una figura geométrica plana.

- Si partimos de un rectángulo y lo hacemos girar sobre uno de sus lados obtenemos un cilindro.
- Si partimos de un triángulo rectángulo y lo hacemos girar sobre uno de sus catetos obtenemos un cono.
- Si partimos de una media circunferencia y la hacemos girar sobre el diámetro obtenemos una esfera.

La imagen ilustra la construcción de los cuerpos de la revolución citados.

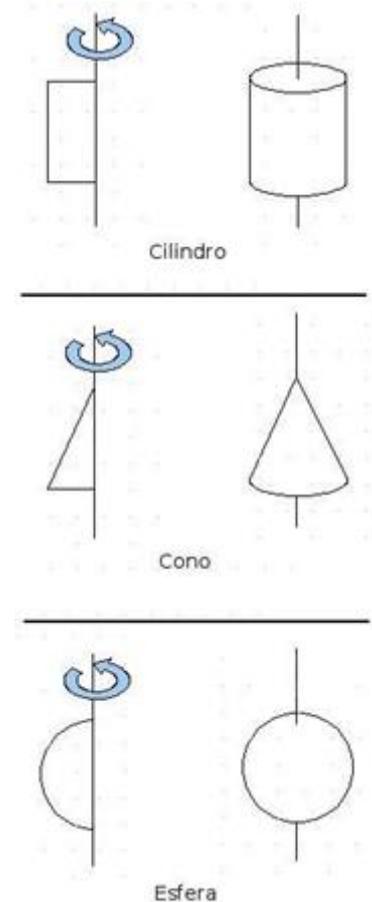


Imagen 15: Construcción de los cuerpos de revolución. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

3.2.1) El cilindro

Como hemos dicho antes se obtiene al hacer girar un rectángulo sobre uno de sus lados. Los elementos de un cilindro son:

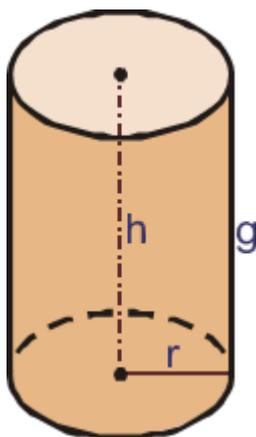


Imagen 16: Cilindro. Elementos. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Donde h simboliza la altura del cilindro, g la generatriz y r el radio de la base. Observa que en un cilindro la altura coincide en valor con la generatriz:

$$h = g$$

3.2.2) El cono

Al igual que el cilindro es un cuerpo de revolución, obtenido, como ya hemos dicho, al hacer girar un triángulo rectángulo sobre uno de sus catetos.

Los elementos de un cono son:

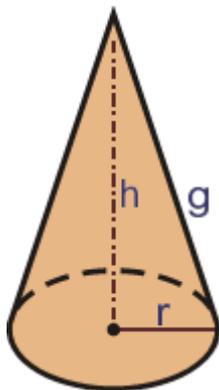


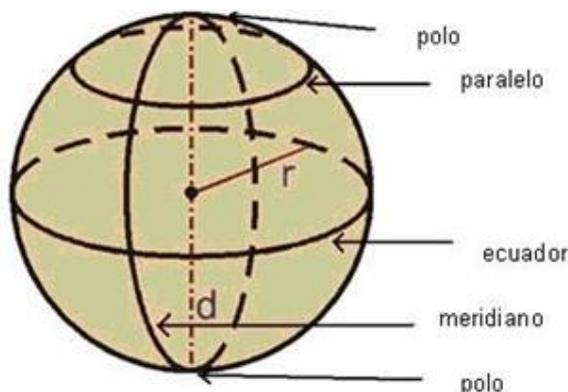
Imagen 17. Cono. Elementos. Fuente: Desconocida.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Donde h simboliza la altura del cilindro, g la generatriz y r el radio de la base. En este caso, el valor de la altura y de la generatriz YA NO ES LA MISMA; y tendremos que utilizar el Teorema de Pitágoras para poder obtener una a partir de la otra:

$$\text{Como } h \neq g \rightarrow g^2 = h^2 + r^2$$

3.2.3) Esfera

Por último, la esfera, cuerpo de revolución que se obtiene al girar una semicircunferencia. Se usa como modelo ya sea para arquitectura, moda, deportes, balones,...; además es una de las formas que más se repite en la naturaleza: los planetas, distintas frutas, semillas,... Sus elementos son:



Y la r simboliza el radio y la d el diámetro

Imagen 18. Esfera. Elementos. Fuente: Desconocida.
 Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

3.3) El área y el volumen

Hay veces que necesitamos saber la superficie de alguno de los cuerpos que hemos estudiado así como la capacidad interior que tiene.

Supongamos que queremos poner un depósito de agua de forma cilíndrica con la mayor capacidad posible, para ello necesitamos calcular el área de un cilindro y el volumen del mismo.

Para calcular el área de los cuerpos geométricos lo primero que tenemos que visualizar es el desarrollo de cada uno. Veamos un ejemplo:

Si tenemos un prisma hexagonal obtenemos seis rectángulos y dos hexágonos:

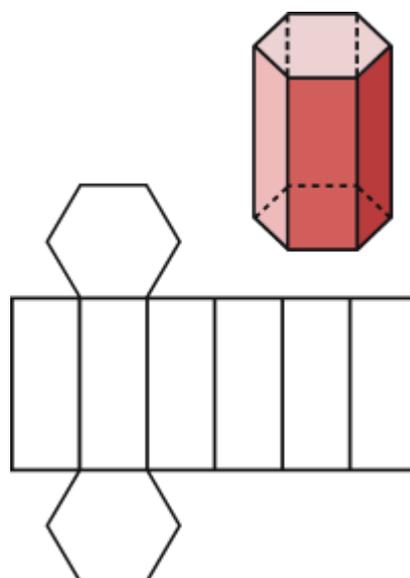


Imagen 19: Prisma hexagonal. Fuente: Desconocida.
 Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

En la tabla de la página siguiente se encuentran el desarrollo y las fórmulas del área y el volumen de los distintos cuerpos:

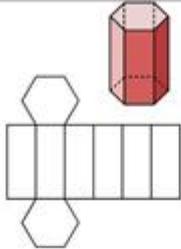
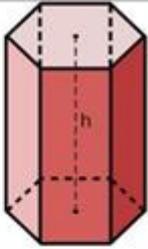
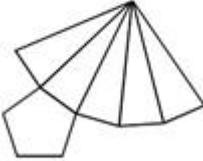
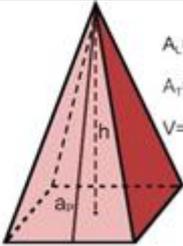
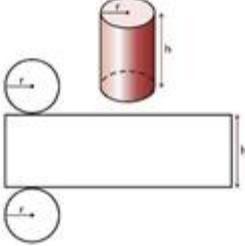
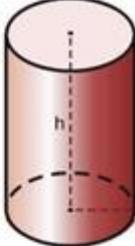
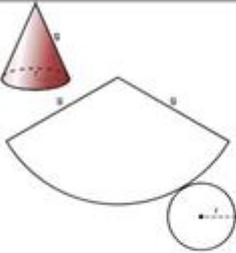
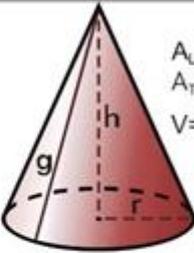
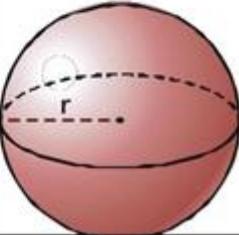
Cuerpo geométrico	Desarrollo	Área y volumen
Prisma recto		 $A_L = p \cdot h$ $A_T = p \cdot h + 2A_B$ $V = A_B \cdot h$
Pirámide recta		 $A_L = \frac{p \cdot a_B}{2}$ $A_T = \frac{p \cdot a_B}{2} + A_B$ $V = \frac{A_B \cdot h}{3}$
Cilindro recto		 $A_L = 2\pi r \cdot h$ $A_T = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2$ $V = \pi r^2 \cdot h$
Cono recto		 $A_L = \pi r \cdot g$ $A_T = \pi r \cdot g + \pi r^2$ $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$
Esfera		 $A = 4\pi r^2$ $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

Imagen 20: Áreas y volúmenes en poliedros y cuerpos de revolución. Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Por último, debemos recordar que muchas formaciones geométricas son composiciones de los cuerpos geométricos que se han estudiado en este tema.

Ejercicio 5

Calcula el área que ocupan:

- Un prisma hexagonal regular recto de arista básica 8 cm y altura 10 cm. Solución: _____ cm²
- Un planeta esférico de 10 km de radio. Solución: _____ Km²

Ejercicio 6

¿Qué volumen ocupan las siguientes figuras?

- Un cilindro recto de altura 4 cm y radio de la base 3 cm. Solución: _____ cm³
- Un cono recto de 4 cm de altura y radio de la base 3 cm. Solución: _____ cm³
- Un cubo de 9 m de arista. Solución: _____ m³.
- Un prisma hexagonal recto de arista básica 8 cm y altura 10 cm. Solución: _____ cm³.

Soluciones de los ejercicios propuestos a lo largo del tema:

Ejercicio 1

¿Cuál es el perímetro de un triángulo cuyos lados son iguales y miden 10 cm?

El perímetro mide **30 cm**

Ejercicio 2

¿Cuál es el perímetro de un pentágono regular de lado 6 cm?

	d. 24 cm
	e. 36 cm
X	f. 30 cm

Ejercicio 3

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan.

Calcula la longitud de una circunferencia de radio 5 cm. Solución: **31,4 cm**

Ejercicio 4

Complete las palabras que faltan.

Calcula el área de las siguientes figuras:

- Un cuadrado de 3 dm de lado. Solución: **9** dm².
- Un rectángulo de 8 cm de altura y la mitad de base. Solución: **32** cm².
- Un triángulo rectángulo de 13 cm de base y 4 cm de altura. Solución: **26** cm².
- Hexágono regular de 6 m de lado. Solución: **93,53** m²
- Círculo de radio 5 cm. Solución: **78,5** cm²

Ejercicio 5

Completa las palabras que faltan.

Calcula el área que ocupan:

- Un prisma hexagonal regular recto de arista básica 8 cm y altura 10 cm. Solución: **812,55** cm²
- Un planeta esférico de 10 km de radio. Solución: **1256,64** Km²

Ejercicio 6

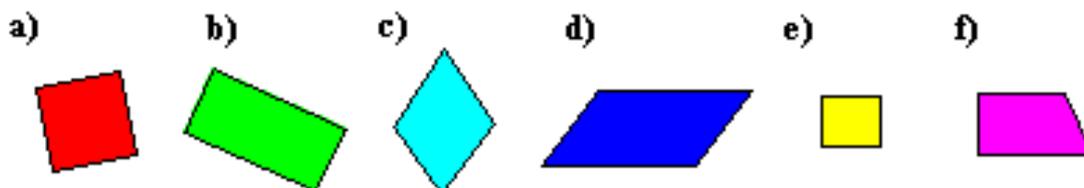
Completa las palabras que faltan.

¿Qué volumen ocupan las siguientes figuras?

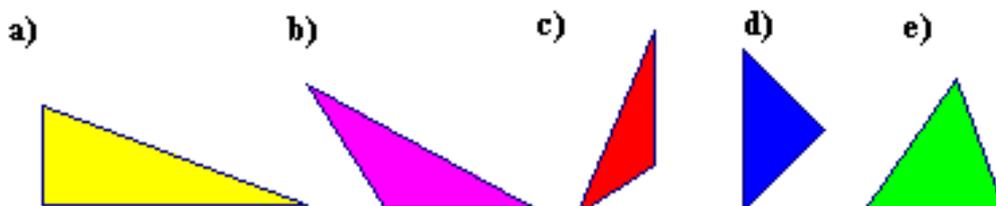
- Un cilindro recto de altura 4 cm y radio de la base 3 cm. Solución: **282,74** cm³
- Un cono recto de 4 cm de altura y radio de la base 3 cm. Solución: **37,70** cm³
- Un cubo de 9 m de arista. Solución: **486** m³.
- Un prisma hexagonal recto de arista básica 8 cm y altura 10 cm. Solución: **1662,77** cm³.

TAREAS del TEMA 4 – Módulo 3

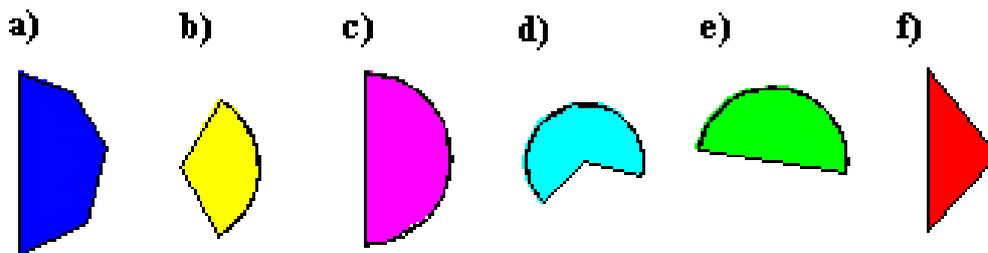
1.- ¿Cuáles de los siguientes cuadriláteros, al girar en torno a uno de sus lados engendra un cilindro?



2.- ¿Cuáles de los siguientes triángulos, al girar en torno a uno de sus lados engendra un cono?



3.- ¿Cuáles de las siguientes figuras, al girar en torno a uno de sus lados engendra una esfera?



4.- Comprueba la fórmula de EULER en:

- a) un prisma pentagonal.
- b) Una pirámide hexagonal.

5.- Dibuja el desarrollo en superficie de:

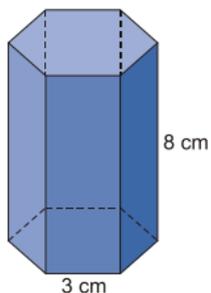
- a) Un prisma triangular.
- b) Una pirámide cuadrangular.

6.- Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones. En las que sean falsas, explica por qué:

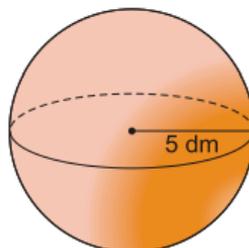
- a) Un cilindro es un poliedro.
- b) En cada vértice de un poliedro concurren al menos tres caras.
- c) Una pirámide de base pentagonal es un poliedro.
- d) Un poliedro tiene al menos diez aristas.
- e) Una pirámide de base cuadrada es un poliedro regular.

7.- Halla el área total de cada una de estas figuras:

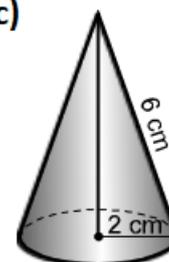
a)



b)



c)



8.- Halla el volumen de estos cuerpos geométricos:

- a) Un cono con 2 cm de radio de la base y 5 cm de altura.
- b) Un prisma de base cuadrada, de 6 cm de altura, cuyo lado de la base mide 3 cm
- c) Un cilindro de 5 cm de altura, cuyo radio de la base mide 2 cm.

Autoevaluación del Tema 4 – Módulo 3

1. Calcula el área de un cuadrado de 3 dm de lado. Hallar también su perímetro.
 - a) 9 dm^2 . 12 dm.
 - b) 12 dm^2 . 9 dm.
 - c) 6 dm^2 . 12 dm.

2. Halla el área que ocupa un rectángulo de 4 cm de altura y doble de base. Hallar también su perímetro.
 - a) 16 cm^2 . 32 cm
 - b) 32 cm^2 . 24 cm
 - c) 32 cm^2 . 32 cm

3. Halla el área que ocupa un triángulo de 13 cm de base y 4 cm de altura.
 - a) 17 cm^2 .
 - b) 52 cm^2 .
 - c) 26 cm^2 .

4. Calcula el área de un hexágono regular de 6 m de lado.
 - a) $93,53 \text{ m}^2$.
 - b) $153,53 \text{ m}^2$.
 - c) $54,34 \text{ m}^2$.

5. Calcula el área que ocupa un círculo de radio 6 m.
 - a) 97 cm.
 - b) $113,04 \text{ cm}^2$.
 - c) 226 cm^2 .

6. Calcular el área y el volumen de un cubo de 5 cm de arista.
 - a) 100 cm^2 . 150 cm^3 .
 - b) 150 cm^2 . 125 cm^3 .
 - c) 150 cm. 125 cm^2 .

7. Calcula el área y el volumen de un prisma cuadrangular en el que la arista de la base mide 4 dm y su altura es de 11 dm.
 - a) 208 dm^2 . 176 dm^3 .
 - b) 104 dm^2 . 176 cm^3 .
 - c) 208 dm^2 . 328 dm^3 .

8. Calcula el área y el volumen de un prisma hexagonal en el que la arista de la base mide 14 m y su altura es de 27 m.

- a) 512 m^2 . 103 m^3 .
b) 256 m^2 . 512 m^3 .
c) $3286,42 \text{ m}^2$. $13748,62 \text{ m}^3$.
9. Calcula el área y el volumen de un cilindro recto cuya base mide 5.3 cm de radio y su altura es el triple del radio de la base.
- a) $705,98 \text{ cm}^2$. $467,71 \text{ cm}^3$.
b) $3250,78 \text{ cm}^2$. $1243,12 \text{ cm}^3$.
c) 706 cm^2 . 480 cm^3 .
10. Calcula el área total y el volumen de una [pirámide](#) cuadrangular de 10 cm de arista básica y 12 cm de altura.
- a) 360 cm^2 . 400 cm^3 .
b) 250 cm^2 . 360 cm^3 .
c) 400 cm^2 . 360 cm^3 .
11. Calcula el área total y el volumen de un cono cuya generatriz mide 13 cm y el radio de la base es de 5 cm.
- a) $141,34 \text{ cm}^2$. 156 cm^3 .
b) $282,34 \text{ cm}^3$. $282,34 \text{ cm}^3$.
c) $282,74 \text{ cm}^2$. $314,16 \text{ cm}^3$.
12. Calcula el área total y el volumen de un cono cuya altura mide 4 cm y el radio de la base es de 3 cm.
- a) $25,39 \text{ cm}^2$. $37,70 \text{ cm}^3$.
b) $75,39 \text{ cm}^2$. $37,70 \text{ cm}^3$.
c) $75,39 \text{ cm}^2$. $67,40 \text{ cm}^2$.
13. Calcula el volumen que ocupa una esfera de radio 7 cm.
- a) 1436 cm^3 .
b) 876 cm^3 .
c) 1560 cm^3 .

SOLUCIONES AUTOEVALUACIÓN del Tema 4

1. Calcula el área de un cuadrado de 3 dm de lado. Hallar también su perímetro.
- a) 9 dm^2 . 12 dm .**
b) 12 dm^2 . 9 dm .
c) 6 dm^2 . 12 dm .
2. Halla el área que ocupa un rectángulo de 4 cm de altura y doble de base. Hallar también su perímetro.
- a) 16 cm^2 . 32 cm
b) 32 cm^2 . 24 cm

- c) 32 cm^2 . 32 cm
3. Halla el área que ocupa un triángulo de 13 cm de base y 4 cm de altura.
- a) 17 cm^2 .
 - b) 52 cm^2 .
 - c) 26 cm^2 .**
4. Calcula el área de un hexágono regular de 6 m de lado.
- a) $93,53 \text{ m}^2$.**
 - b) $153,53 \text{ m}^2$.
 - c) $54,34 \text{ m}^2$.
5. Calcula el área que ocupa un círculo de radio 6 m .
- a) 97 cm .
 - b) $113,04 \text{ cm}^2$.**
 - c) 226 cm^2 .
6. Calcular el área y el volumen de un cubo de 5 cm de arista.
- a) 100 cm^2 . 150 cm^3 .
 - b) 150 cm^2 . 125 cm^3 .**
 - c) 150 cm . 125 cm^2 .
7. Calcula el área y el volumen de un prisma cuadrangular en el que la arista de la base mide 4 dm y su altura es de 11 dm .
- a) 208 dm^2 . 176 dm^3 .**
 - b) 104 dm^2 . 176 cm^3 .
 - c) 208 dm^2 . 328 dm^3 .
8. Calcula el área y el volumen de un prisma hexagonal en el que la arista de la base mide 14 m y su altura es de 27 m .
- a) 512 m^2 . 103 m^3 .
 - b) 256 m^2 . 512 m^3 .
 - c) $3286,42 \text{ m}^2$. $13748,62 \text{ m}^3$.**
9. Calcula el área y el volumen de un cilindro recto cuya base mide 5.3 cm de radio y su altura es el triple del radio de la base.
- a) $705,98 \text{ cm}^2$. $467,71 \text{ cm}^3$.**
 - b) $3250,78 \text{ cm}^2$. $1243,12 \text{ cm}^3$.
 - c) 706 cm^2 . 480 cm^3 .

10. Calcula el área total y el volumen de una [pirámide](#) cuadrangular de 10 cm de arista básica y 12 cm de altura.
- a) **360 cm². 400 cm³.**
 - b) 250 cm². 360 cm³.
 - c) 400 cm². 360 cm³.
11. Calcula el área total y el volumen de un cono cuya generatriz mide 13 cm y el radio de la base es de 5 cm.
- a) 141,34 cm². 156 cm³.
 - b) 282,34 cm³. 282,34 cm³.
 - c) **282,74 cm². 314,16 cm³.**
12. Calcula el área total y el volumen de un cono cuya altura mide 4 cm y el radio de la base es de 3 cm.
- a) 25,39 cm². 37,70 cm³.
 - b) **75,39 cm². 37,70 cm³.**
 - c) 75,39 cm². 67,40 cm².
13. Calcula el volumen que ocupa una esfera de radio 7 cm.
- a) **1436 cm³.**
 - b) 876 cm³.
 - c) 1560 cm³.

Bloque 8. Tema 5.
Química ambiental. Máquinas.

ÍNDICE

- 1) Introducción.
- 2) Contaminación.
 - 2.1. Tipos de contaminantes.
- 3) Contaminación atmosférica.
 - 3.1. Lluvia ácida.
 - 3.2. Aumento del efecto invernadero.
 - 3.3. Agujero de la capa de ozono.
- 4) Contaminación del suelo.
- 5) Contaminación del agua.
 - 5.1. Depuración del agua.
- 6) Contaminación nuclear o radioactiva.
- 7) Residuos sólidos.
- 8) Máquinas.
 - 8.1. Tipos de mecanismos.
 - 8.2. Mecanismos de transmisión lineal.
 - 8.2.1. Palancas.
 - A) Tipos de palancas.
 - 8.3. Mecanismos de transmisión circular.
 - 8.4. Mecanismos de transformación del movimiento circular en rectilíneo alternativo.
 - 8.5. Mecanismos de transformación del movimiento circular en rectilíneo.

1) Introducción

Hace 3.500 millones de años que existe vida en el planeta. Desde entonces se han producido cambios lentos, graduales, que han afectado al planeta y a sus habitantes, provocando la aparición y extinción de nuevas especies.

La vida del hombre sobre la tierra es corta (sólo unos miles de años) y el número de seres humanos sobre el planeta tampoco es grande (mucho menor que el de otras especies), sin embargo, la capacidad que tienen los humanos de modificar la biosfera es mucho mayor que el resto. El hombre posee más inteligencia pero es la única especie que parece que se esfuerza por destruir la naturaleza, vertiendo gran cantidad de contaminantes, procedentes de la actividad agrícola, industrial, minera, sanitaria o urbana.

Si miramos a nuestro alrededor comprobamos que hay una gran cantidad de máquinas que tienen o producen algún movimiento: un reloj, una bicicleta, una lavadora... Por eso, al final del tema estudiaremos distintas máquinas y mecanismos que el hombre ha construido con el fin de satisfacer sus necesidades y mejorar así su calidad de vida

2) Contaminación

La **contaminación** es un concepto de connotación negativa, y es la **introducción de una sustancia nociva o contaminante o alguna forma energética, que cambia el medio en el que se introduce, desequilibrándolo**. Estos contaminantes tienden a dispersarse, incluso transfiriéndose fuera de su medio, invadiendo otros, y eleva así su grado de contaminación, al mezclarse con otros contaminantes.

La **contaminación ambiental** es la **presencia de sustancias nocivas para los seres vivos que irrumpen en la composición de los elementos naturales, como el agua, el suelo y el aire**. Tenemos varias **clases de contaminación**: *atmosférica, hídrica, del suelo, sonora, visual*, entre otras. La *contaminación nuclear* es la producida por una sustancia radiactiva al emitir alguna radiación nociva.



Imagen 1: Contaminación natural y artificial.

URL: <https://deconceptos.com/wp-content/uploads/2008/11/concepto-de-contaminacion.gif>

Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

Si bien muchas veces la **contaminación puede ser natural**, como una erupción volcánica, el máximo responsable de este mal es el hombre, es decir la contaminación **artificial**, y el origen del problema está en el supuesto progreso, sobre todo económico, que lleva a un desarrollo no sostenible. O sea, se crece en términos cuantitativos, pero no cualitativos. Vivimos en un mundo más tecnificado pero imposible de

resistir por nuestro organismo. Los países desarrollados son los que más contaminan, sobre todo Estados Unidos, que a su vez se ha negado a suscribir acuerdos internacionales, como el protocolo de Kioto, que firmaron los países para comprometerse a reducir la contaminación.

Ejercicio 1

¿Qué es la contaminación ambiental?

Ejercicio 2

¿Qué tipos de contaminación ambiental existen según la parte de la Tierra contaminada?

Ejercicio 3

Según la procedencia de los contaminantes, ¿cómo puede ser la contaminación?

2.1) Tipos de contaminantes

Un **contaminante** es cualquier sustancia química o forma de energía (como sonido, calor, luz o radiactividad) que se introduce en un medio (aire, agua o suelo) y cambia las propiedades naturales de dicho medio, pudiendo causar efectos adversos para la salud o el medio ambiente

Tipos de contaminantes:

1.- Biológicos: Son microorganismos como las bacterias, los virus o los protozoos causantes de enfermedades, que se encuentran en el agua, aire y suelo.

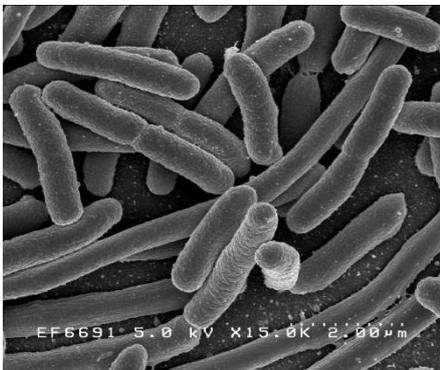


Imagen 2: Escherichia coli (bacteria).

URL: <https://es.wikipedia.org/wiki/Bacteria>.

Autor: Rocky Mountain. Licencia: Dominio público

2.- Químicos: Compuestos químicos orgánicos o inorgánicos, naturales o sintéticos que son vertidos a la atmósfera, agua o suelo, produciendo contaminación. Son por ejemplo los compuestos clorofluoro carbonados (CFC), dióxido de carbono (CO₂) y sulfuros de nitrógeno y azufre vertidos a la atmósfera, los detergentes y metales pesados (plomo) vertidos al agua y los pesticidas y abonos vertidos al suelo.



Imagen 3: Hombre vertiendo plaguicidas.

URL: <https://es.wikipedia.org/wiki/Radiactividad#/media/File:Radioactive.svg>

Autor: Laufe. Licencia: Desconocida

3.- Físicos: Son ruidos, radiaciones, calor...



Imagen 4: Símbolo de radiactividad.

url: <https://es.wikipedia.org/wiki/Radiactividad#/media/File:Radioactive.svg>

Autor: [Cary Bass](#). Licencia: Dominio público

Gracias a su composición química, la tierra, el aire y el agua pueden ser capaces de disolver y depurar sustancias contaminantes, que se llaman **biodegradables**, pero hay otras que no pueden perder su efecto contaminante, llamadas **no biodegradables**, provenientes sobre todo de los residuos del petróleo y de los desechos de las industrias.

Entre las **actividades humanas contaminantes**, encontramos las **agropecuarias** (agricultura y ganadería), que contaminan el aire con polvo; el agua y el suelo, con fertilizantes y abonos, y provocan deforestación para crear áreas de cultivo. En el mundo urbano la contaminación es aún mayor, por la emanación de gases y ruidos, por el alto crecimiento del número de **automóviles**, y por los desechos **industriales, sanitarios y urbanos**.

La minería también produce mucha contaminación ya que remueve el suelo, la contaminación con polvo y residuos, la eliminación de la fauna y la deforestación. Tengamos en cuenta la importancia de los árboles que son los pulmones del planeta y que tienen por función la purificación del aire.

Ejercicio 4

Cuando nos hacen una radiografía, ¿qué tipo de contaminante se vierte?

a. Físico
b. Químico
c. Biológico

Ejercicio 5

Si se vierten aguas fecales, ¿qué tipo de contaminante se vierte?

a) Físico
b) Biológico
c) Químico

Ejercicio 6

Cuando un agricultor pone plaguicida en su campo de cultivo, ¿qué tipo de contaminante vierte?

a) Biológico
b) Químico
c) Físico

3) Contaminación atmosférica

La atmósfera es la capa gaseosa que rodea la Tierra, a la que atrae por la fuerza de la gravedad.

El aire es la mezcla homogénea de gases que constituye la atmósfera. La composición del aire es:

78.08 % de Nitrógeno.

20.95 % de Oxígeno.

0,93 Argón.

0.03 % de CO₂.

0.01% Otros gases (O₃, Neón, Helio, Metano, Kriptón, etc.).

Vapor de agua en proporción variable, entre un 0.4 – 1 %, no incluido en la composición de aire seco.

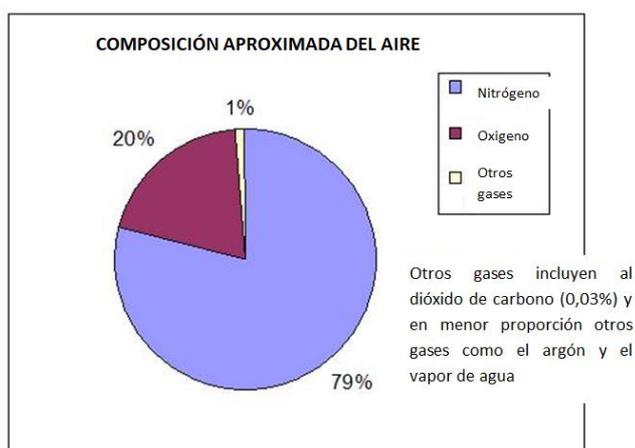


Imagen 5: Composición de la atmósfera.

URL:

https://commons.wikimedia.org/wiki/Atmosphere#/media/File:Air_composition_pie_chart.JPG

Autor: Desconocido. Licencia: [Creative Commons](#) (CC)

Pero la composición química del aire ha ido cambiando, principalmente a partir de la revolución industrial, con la emisión de contaminantes a la atmósfera.

Los **contaminantes atmosféricos** pueden ser de varios tipos:

Sustancias químicas. Sustancias que se emiten directamente a la atmósfera.

- Partículas sólidas y líquidas.
- Compuestos de azufre, como el dióxido de azufre (SO₂), el trióxido de azufre (SO₃), y el ácido sulfhídrico (H₂S).
- Compuestos orgánicos, como el metano.
- Óxidos de nitrógeno.
- Óxidos de carbono, como el monóxido de carbono (CO) y el dióxido de carbono (CO₂).
- Compuestos halogenados y derivados. Son sustancias que tienen cloro y flúor. Por ejemplo, el cloro (Cl₂), el cloruro de hidrógeno (HCl) y el fluoruro de hidrógeno (HF), y entre los derivados, los clorofluorocarbonados (CFC).
- Metales pesados.
- Olores.

Formas de energía. Puede haber varios tipos de contaminación por formas de energía:

- Radiaciones ionizantes. Partículas u ondas electromagnéticas como las radiaciones alfa, beta, gamma y los rayos X. Pueden ionizar átomos o moléculas sobre las que actúan alterando el equilibrio químico de su estructura.
- Radiaciones no ionizantes. No provocan la ionización de los átomos sobre los que actúan. Por ejemplo, las radiaciones ultravioletas y microondas.
- Ruido. Por su importancia en nuestro entorno, dedicaremos un apartado a la contaminación acústica.

Según la extensión del territorio que se vea afectada por la contaminación atmosférica, se distinguen tres tipos de efectos, según afecten de modo local, regional o global.

- **Efectos locales** de la contaminación atmosférica, afecta a una ciudad. Ejemplos:
 - **Isla de calor.** Fenómeno que se produce en las grandes ciudades es la isla de calor. Las construcciones de las ciudades frenan los vientos suaves. Con el aumento de calor y de contaminación, y sin vientos fuertes, los contaminantes no se dispersan y generan una inversión térmica a cierta altura. Las corrientes de aire caliente de la ciudad ascienden, y al enfriarse descienden por la zona periférica de la ciudad, creando una cúpula de contaminantes sobre la ciudad. Los contaminantes del aire impiden que entre y salga radiación, por lo que la temperatura de la ciudad aumenta.
 - **Esmog** (del inglés smog, de smoke, humo, y fog, niebla). Nieblas de sustancias contaminantes producidas cuando la contaminación se combina con un período largo de situación anticiclónica (altas presiones) que provoca el estancamiento del aire y que no se dispersen los contaminantes.

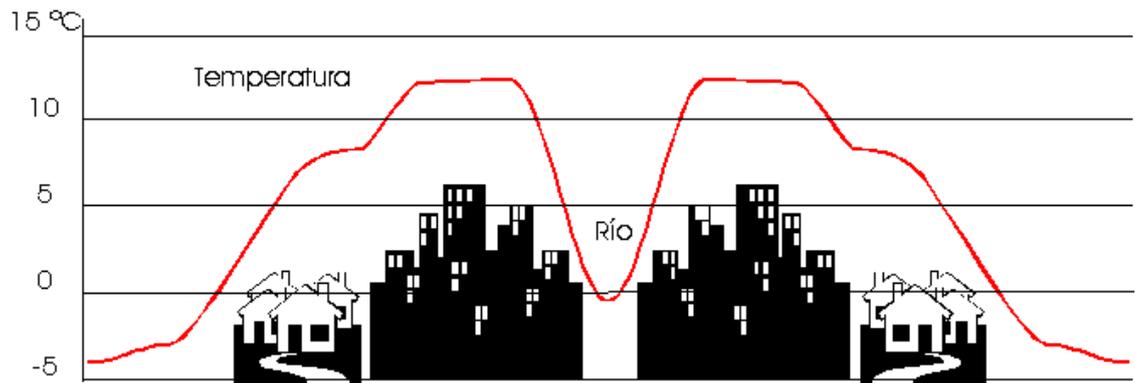


Imagen 6: Isla de calor.

URL: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Isla_de_calor.png?uselang=es

Autor: [Pastranec](#). Licencia: [Creative Commons](#) (CC)

- **Efectos regionales de la contaminación atmosférica.** Afectan a una región, es la **lluvia ácida**
- **Efectos globales de la contaminación atmosférica.** Afectan a todo el planeta. Son **el aumento del efecto invernadero y el agujero de la capa de ozono**

Ejercicio 7

El smog es efecto

a) Local
b) Regional
c) Global

Ejercicio 8

El aumento del efecto invernadero es un efecto

a) Local
b) Regional
c) Global

Ejercicio 9

El agujero de la capa de ozono es un efecto

a) Local
b) Regional
c) Global

Ejercicio 10

La lluvia ácida es un efecto

a) Local
b) Regional
c) Global

3.1) Lluvia ácida

El empleo de combustibles fósiles, tanto derivados del carbón como del petróleo vierte a la atmósfera grandes cantidades de **dióxido de azufre** (SO_2) y de diversos **óxidos de nitrógeno** (NO_2). Por acción de **la luz solar y el agua** presente en la atmósfera, **se transforman en ácido sulfúrico** (H_2SO_4) y en **ácido nítrico** (HNO_3). Estos ácidos caen al suelo arrastrados por la lluvia.

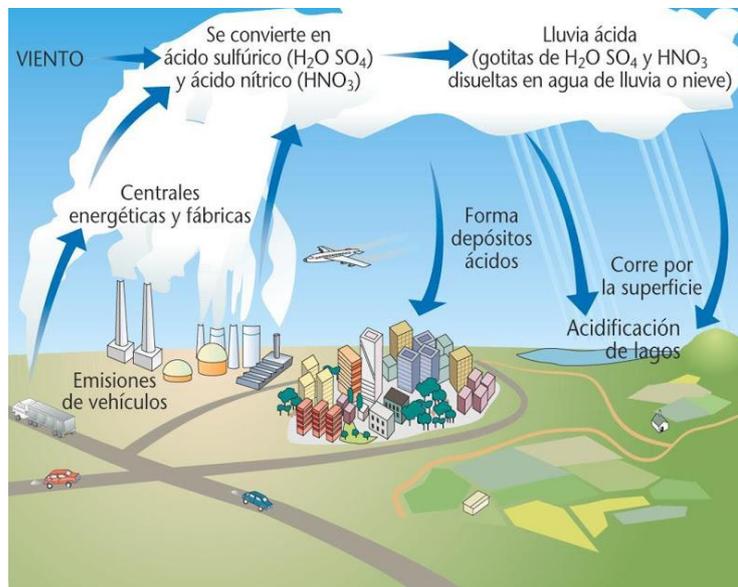


Imagen 7: Lluvia ácida.

URL: <http://www.temasambientales.com/2017/04/lluvia-acida.html>.

Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

La **lluvia ácida es un problema regional** o transfronterizo. Los contaminantes se generan en una región y la precipitación ácida puede producirse en una zona no muy lejana hacia donde los vientos han arrastrado los contaminantes.

Efectos de la lluvia ácida

Esta lluvia que contiene ácido sulfúrico y nítrico no sólo **ataca las estructuras metálicas y de cemento** humanas, también ocasionan **daños directos sobre las hojas y raíces de las plantas** sobre las que cae la lluvia, llegando incluso a acabar con ellas. Junto a estas acciones directas, la lluvia ácida produce la **acidificación el suelo y las aguas**, impidiendo el desarrollo de las plantas y matando a los animales. No todos los ecosistemas son igual de sensibles frente a la lluvia ácida. **Bosques y lagos son los más afectados por la lluvia ácida**, sobre todo en zonas que carecen de carbonatos. Pero en cualquier ecosistema el efecto de la lluvia ácida puede llegar a ser impredecible.



Imagen 8: Efectos de La Lluvia ácida en un [bosque](#) de la [República Checa](#).
Fuente: Wikipedia. Autor: [Lovecz](#). Licencia: Dominio público.
<https://es.wikipedia.org/wiki/Bosque>

Imagen 9: Una [gárgola](#) que ha sido dañada por la lluvia ácida. Fuente: Wikipedia. Autor: [User:Nino Barbieri](#). Licencia: Creative Commons (CC) <https://es.wikipedia.org/wiki/G%C3%A1rgola> (arquitectura)



Video 1: La Lluvia ácida. Fuente: [Youtube](#)
https://www.youtube.com/watch?time_continue=37&v=hfGx8pF4Rhg

Ejercicio 11

¿Qué ácidos son los responsables de la lluvia ácida? ¿De dónde proceden?

Ejercicio 12

Para que los óxidos de nitrógeno y de azufre se transformen en ácido sulfúrico y nítrico, se necesita:

a) Agua de la atmósfera
b) Viento
c) Luz solar
d) Nada

Ejercicio 13

¿Qué gases son los que producen la lluvia ácida?

a) Óxidos de nitrógeno
b) Dióxido de carbono
c) Óxidos de azufre
d) CFC

3.2) Aumento del efecto invernadero

La vida es posible en nuestro planeta, entre otras cosas, porque la temperatura media es de 15 °C. Por la distancia de la Tierra al Sol, la temperatura media de la Tierra debería ser 33 °C más baja, pero gracias a la presencia en la atmósfera de algunos gases como el CO₂ y el metano (CH₄), se crea un efecto invernadero que aumenta la temperatura.

Los gases de efecto invernadero (dióxido de carbono y metano), por su alta densidad, ocupan la parte más baja de la atmósfera.

La energía (**rayos infrarrojos**) procedente del Sol **atraviesa la atmósfera y calienta la Tierra. La Tierra, al calentarse, emite radiación infrarroja de la que parte es absorbida por los gases de efecto invernadero, reteniéndola e irradiándola de nuevo hacia la superficie terrestre, aumentando la temperatura media de la Tierra.**

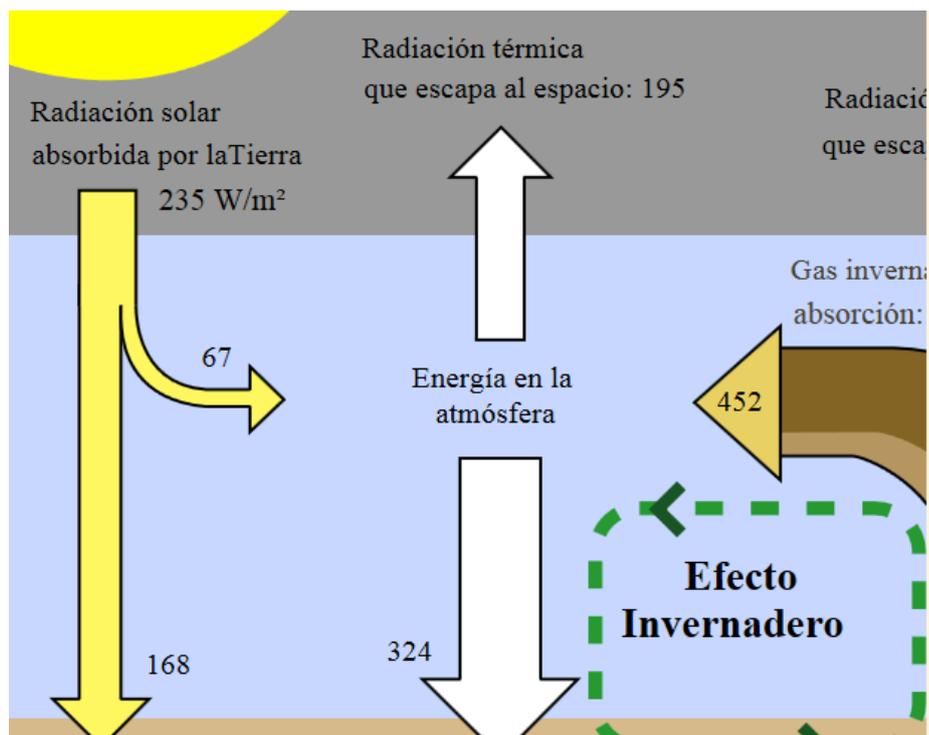


Imagen 10: Esquema del efecto invernadero mostrando los flujos de energía entre el espacio, la atmósfera y superficie de la tierra. En esta gráfica la radiación absorbida es igual a la emitida, por lo que la Tierra no se calienta ni se enfría. La habilidad de la atmósfera para capturar y reciclar la energía emitida a la superficie terrestre es el fenómeno que caracteriza al efecto invernadero. Fuente: Wikipedia. Autor: Robert A. Rohde.

Licencia: [GFDL 1.2](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

El efecto invernadero natural es bueno y necesario para la vida, pero con el aumento de la contaminación y la emisión de gases, como el CO_2 , procedentes de la combustión de carbón, derivados del petróleo y de gas natural, o el metano (CH_4) procedente de la ganadería intensiva, están provocando un aumento del efecto invernadero.

Las principales causas del aumento de gases de efecto invernadero en la atmósfera son:

- La obtención de energía a partir de la **quema de combustibles fósiles** produce un aumento de la concentración de CO_2 en la atmósfera.
- La **deforestación** hace que se capte menos CO_2 por la fotosíntesis y que ese CO_2 permanezca en la atmósfera.
- La **ganadería intensiva y los arrozales** provocan el aumento de metano (CH_4) en la atmósfera.

El aumento del efecto invernadero está provocando una mayor retención de la radiación infrarroja, produciendo un calentamiento global responsable del cambio climático.

El aumento del efecto invernadero está provocando un **cambio climático** en el que, además del **aumento de la temperatura**, se están produciendo otras alteraciones como:

- **Subida del nivel del mar.**
- **Deshielo de glaciares** de montaña.
- **Disminución de la superficie helada** en Groenlandia y el Ártico.
- **Sequías, huracanes, grandes precipitaciones, inundaciones, olas de calor**, etc.
- **Cambio de hábitat de especies animales y vegetales.**

Soluciones al cambio climático

- 1) Reducción del uso de combustibles fósiles en todas las actividades (transporte, calefacciones, industrias, etc.).
- 2) Sustitución del actual modelo energético por la utilización de las energías renovables: solar, eólica, biomasa, mareomotriz, geotérmica e hidrógeno.
- 3) Planes de ahorro energético y de eficacia en los vehículos, iluminación, calefacciones, refrigeración, aislamientos, edificios ecológicos, industrias, etc.
- 4) Desarrollo de planes de reforestación para la captación y reducción del CO₂ atmosférico.
- 5) Protección de los ecosistemas captadores de CO₂ tanto terrestres (selvas) como marinos (arrecifes).
- 6) Establecimiento de protocolos internacionales que comprometan la actuación común de todos los países como el aprobado en Kyoto en 1997.



Vídeo 2: ¿Qué es el efecto invernadero? Fuente: Youtube

<https://www.youtube.com>

[/watch?time_continue=1&v=YLFLxQ0t07A](https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=YLFLxQ0t07A)

Vídeo 3: Causas y consecuencias del cambio climático. Fuente: Youtube

<https://www.youtube.com>

[/watch?time_continue=1&v=ITyLuvBTi4w](https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=ITyLuvBTi4w)



Ejercicio 14

¿Cuáles son las consecuencias del efecto invernadero?

Ejercicio 15

¿Cuál es el gas que más influye en el efecto invernadero?

a) CFC
b) Óxidos de nitrógeno
c) Dióxido de carbono
d) Óxidos de azufre

Ejercicio 16

¿Qué radiación solar, es la que calienta la Tierra?

a) Rayos ultravioletas
b) Rayos gamma
c) Luz visible
d) Rayos infrarrojos

3.3) Agujero de la capa de ozono

La capa de ozono (O₃) está en la estratosfera, a unos 25 km de altura, y actúa de filtro de los rayos ultravioletas, impidiendo que alcancen la superficie terrestre y perjudiquen la salud de los seres vivos, ya que estos rayos producen enfermedades cutáneas y cánceres.

La capa de ozono empezó a disminuir su grosor cuando, a partir de los años setenta, se empezaron a liberar CFC (clorofluorocarbonos) de aerosoles, disolventes, refrigerantes, y fertilizantes. Los CFCs, por la acción de la radiación solar, desprenden cloro y bromo en la estratosfera, que reaccionan con el ozono y lo descomponen. Esto hizo que en los años 80, en la zona de la Antártida (Polo Sur) disminuyera de forma notable, originando el conocido agujero de la capa de ozono. No es realmente un agujero, sino una disminución en el espesor de la capa de ozono.

En los años 90 se prohibió la emisión de CFC y ya se puede apreciar cómo está volviendo a aumentar su espesor.

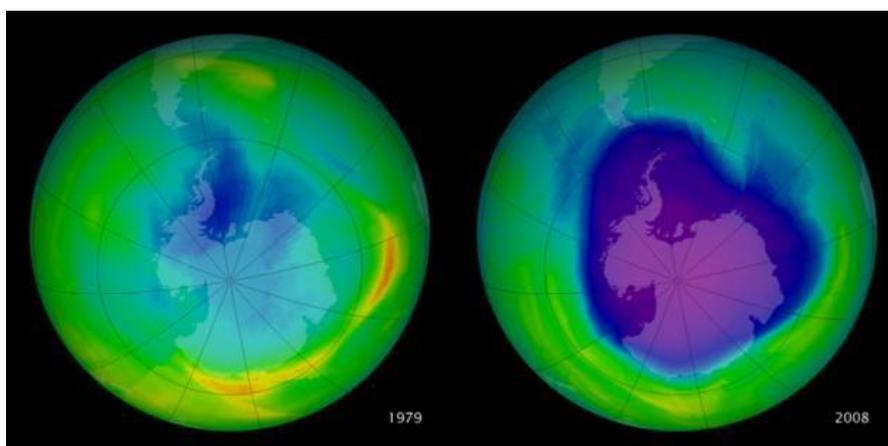


Imagen 11: Comparación del agujero en la capa de ozono sobre la [Antártida](#) en 1979 y 2008. La densidad de ozono llegó a su mínimo en el año 2000 y a partir de entonces se ha ido recuperando. Se espera que en pocas décadas vuelva a sus niveles originales.

UTL: https://es.wikipedia.org/wiki/Capa_de_ozono

Autor: NASA. Licencia: Dominio público.



Vídeo 4: El ataque de los CFC a la capa de ozono.
Fuente: Youtube
<https://www.youtube.com/watch?v=aV5eu1tr46w>

Vídeo 5: Ozzy Ozono. El riesgo de la destrucción de la capa de ozono. Fuente: Youtube

<https://www.youtube.com>

[/watch?time_continue=6&v=WdNEenABvhEE](https://www.youtube.com/watch?time_continue=6&v=WdNEenABvhEE)



El vídeo repasa la contaminación atmosférica

Vídeo 6: La contaminación ambiental. Fuente: Youtube

<https://www.youtube.com>

[/watch?time_continue=1&v=l9ifsO50Z1l](https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=l9ifsO50Z1l)

Ejercicio 17

Explica brevemente en qué consiste el agujero en la capa de ozono. Cita los efectos que tiene sobre los seres vivos.

Ejercicio 18

¿Qué gas es el responsable del agujero de la capa de ozono?

	a) Óxidos de nitrógeno
	b) CFCs
	c) Óxidos de azufre
	d) Dióxido de carbono

Ejercicio 19

¿Qué radiación solar, dañina para los seres vivos, deja pasar el agujero de la capa de ozono?

	a) Rayos infrarrojos
	b) Rayos de luz visible
	c) Rayos ultravioletas
	d) Rayos gamma

Ejercicio 20

Completa el siguiente texto con la palabra concreta sobre contaminación atmosférica. Escríbela tal como está aquí:

CFC	desaparecer	muchos	rayos ultravioleta
NO	destrucción	negativo	ácido nítrico
cáncer	ultravioleta	ozono	ácido sulfúrico
dañan	vegetales	sprays	lluvia ácida

A. El oxígeno y el vapor de agua de la atmósfera atacan al NO₂ y al SO₂ y forman el _____ y el _____ que disueltos en gotas de agua dan lluvia ácida.

Esta puede caer a _____ kilómetros del foco contaminante. Los daños que ocasionan son:

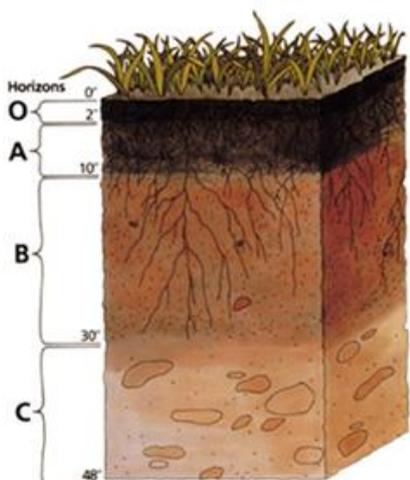
- Dañan a los _____ impidiendo su correcto funcionamiento y su función fotosintética.
- Hace _____ la vida de ríos y lagos por aumentar la acidez.
- También _____ los monumentos de piedra.

B. Otro efecto _____ de la contaminación atmosférica es la _____ de la capa de _____ que rodea a la tierra y filtra los rayos _____ procedentes del sol. El óxido nítrico (_____) procedente de reactores de los aviones, los _____ de los _____, de aparatos de aires acondicionados y de frigoríficos destruyen el ozono facilitando que los _____ lo atraviesen y lleguen a los seres vivos, produciendo entre otros efectos el _____ de piel.

Ejercicio 21

Propón 5 medidas para solucionar o mitigar los problemas medioambientales de importancia global. Tres medidas para disminuir el aumento del efecto invernadero y dos para disminuir el agujero de la capa de ozono.

4) Contaminación del suelo



El **suelo** es una **delgada capa natural situada en la parte superficial de la corteza terrestre**, formada por fragmentos procedentes de la descomposición de la roca madre.

Imagen 12: Esquema del suelo:

O - [Materia orgánica](#) A - [Suelo](#) B - [Subsuelo](#) C - [Material parental](#).

URL: <https://es.wikipedia.org/wiki/Subsuelo>

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

Cuando se contamina el suelo, se está alterando la superficie terrestre con sustancias perjudiciales para los distintos seres vivos del ecosistema.

Se distinguen **dos tipos de contaminantes** del suelo:

- **Residuos Sólidos Urbanos.** Cuando el suelo contiene residuos procedentes de las ciudades.
- **Sustancias contaminantes que se han infiltrado y depositado** en el suelo:
 - o **Pesticidas** procedentes de actividades agrícolas, pueden provocar enfermedades mortales en niños.
 - o **Metales pesados** (plomo, mercurio, aluminio,...) arrastrados por el agua de lluvia procedente de depósitos de Residuos Sólidos Urbanos o de otras actividades industriales o mineras. Ocasionalmente envenenan crónicamente, ya que se acumulan en el organismo.
 - o **Sales minerales** que salinizan el suelo por regar con agua con alto contenido en sales.

Ejercicio 22

Los pesticidas proceden de actividades

	a) Industriales
	b) Agrícolas
	c) Sanitarias
	d) Mineras

Ejercicio 23

Los metales pesados, proceden de actividades

a) Agrícolas
b) Mineras
c) Industriales
d) Urbanas

5) Contaminación del agua

Las aguas han sido tradicionalmente el receptor natural de todo tipo de residuos, ya que son capaces de autodepurarse. Esta contaminación se produce no sólo en aguas superficiales, ríos, torrentes, lagos, mar... sino también en aguas subterráneas.

Las **principales sustancias contaminantes** del agua son: **la materia orgánica, los nitratos, fosfatos, detergentes, plaguicidas, petróleo y derivados, sales minerales y los metales pesados.**

El agua es imprescindible para el ser humano. Se requiere para nuestra alimentación, para nuestra higiene y para las actividades económicas que realizamos.

La disponibilidad de una buena calidad del agua va unida a una buena calidad de vida.

El incremento de las actividades humanas hace que se requiera una mayor cantidad de agua disponible, pero el agua es un bien escaso.

Contaminantes del agua

Los contaminantes del agua son muy diversos y proceden de distintas fuentes:

- **Las aguas residuales:** las aguas domésticas cuando no son tratadas tienen grandes cantidades de materia orgánica y detergentes (fosfatos y nitratos). Estos compuestos provocan la eutrofización de las aguas: proliferación de microorganismos que conduce a una pérdida de transparencia, disminución de la cantidad de oxígeno disuelto, mal olor y muerte de peces y otros organismos.
- **La agricultura y la ganadería:** En la agricultura se utilizan gran cantidad de fertilizantes mientras que en la ganadería se producen gran cantidad de restos orgánicos como los purines (excrementos del ganado), ambos pueden dar lugar a procesos de eutrofización del agua. Además se utilizan grandes cantidades de pesticidas que contaminan las aguas y provoca que sus restos lleguen a todos los organismos a través de las cadenas tróficas, proceso llamado de bioacumulación.
- **Las industrias y la minería:** Contienen sustancias tóxicas y de difícil descomposición por lo que deben de almacenarse para ser tratadas. Las aguas pueden contener plomo, mercurio, ácidos, etc. Debido al transporte de productos químicos, puede ocurrir que se produzcan vertidos con consecuencias muy negativas para el medio ambiente, como ocurre con las mareas negras de petróleo.

Como hemos dicho antes las aguas son capaces de autodepurarse, siempre y cuando no tengan un exceso de contaminantes. La autodepuración es más rápida si las aguas están en movimiento.

Para eliminar ese exceso de contaminantes, las aguas deben depurarse antes de ser vertidas al medio ambiente y si su destino es el consumo humano, deben ser potabilizadas.

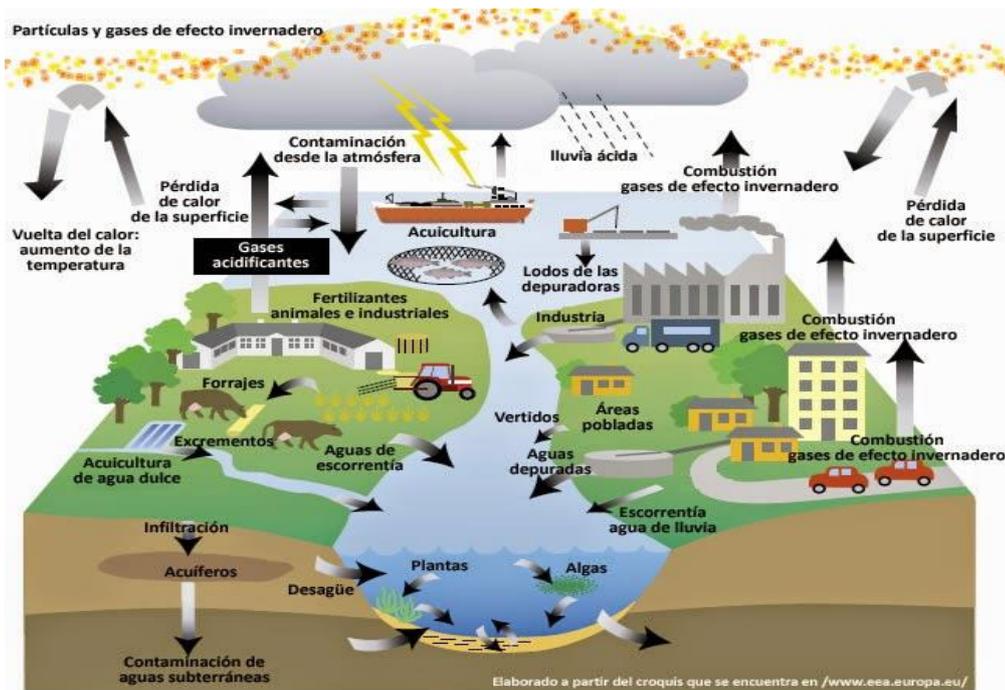


Imagen 13: Contaminantes. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

URL: <http://biologiacampmorvedre.blogspot.com.es/2014/11/3-eso-tema-12-la-persona-y-el-medio.html>



Vídeo 7: El Agua. Cuidemos Nuestro Planeta. Fuente: Youtube

https://www.youtube.com/watch?v=S_SaCPa1Zkg

Ejercicio 24

Relaciona cada contaminante con su origen y efecto:

MATERIA ORGÁNICA	DETERGENTES	PLAGUICIDAS	PETRÓLEO Y DERIVADOS
------------------	-------------	-------------	----------------------

Escríbelo como está aquí

- A. Vertidos urbanos, aparición de espuma, toxicidad. _____
- B. Vertidos accidentales (naufragios de petroleros) o habituales (limpieza de cascos de barcos, tanques y plataformas); contaminación por hidrocarburos. Impide el paso de la luz al agua y consecuentemente dificultan la fotosíntesis y la respiración de animales y plantas.

- C. Explotaciones agrícolas; venenos tóxicos para plantas y animales. _____
- D. Vertidos domésticos, agrícolas y ganaderos, proliferación de algas y plantas acuáticas: eutrofización. Mal olor. _____

5.1) Depuración del agua

Todos habréis visto o escuchado alguna campaña sobre el ahorro de agua. Es un bien escaso e imprescindible. Para hacer un uso racional del recurso hay una gran cantidad de empresas y entidades que se dedican a la gestión integral del agua. Así, se encargan de tareas como hacer llegar agua de calidad a tu grifo o que el agua esté libre de residuos procedentes de tu ciudad cuando te bañes en el río, la playa o un embalse. Esta labor, que en principio parece tan sencilla, ha supuesto y supone una gran inversión tecnológica y económica que se financia parcialmente a través del recibo del agua.

Potabilización del agua

Cuando el agua tiene como destino el uso doméstico debe ser tratada mediante un proceso llamado potabilización que da lugar al agua potable.

Se realiza en las plantas potabilizadoras y consta de los siguientes procesos:

- Desbaste y sedimentación de arenas: Se produce la eliminación de los elementos sólidos de distinto tamaño que transporta el agua.
- Precloración y decantación: Se añade cloro para destruir los organismos presentes en agua y se deja reposar para que los restos sedimenten y puedan ser eliminados.
- Cloración del agua y filtración: Se añade cloro para una total desinfección y se filtra para una total eliminación de sabores y olores.

Depuración del agua

Las aguas residuales no pueden volver directamente a los ríos debido a los diversos contaminantes que contiene. Para su eliminación estas aguas deben ser tratadas mediante un proceso llamado depuración que da lugar al agua depurada.

Se realiza en las estaciones depuradoras y consta de los siguientes procesos:

- Pretratamiento: Es un proceso en el que usando rejillas y cribas se separan restos voluminosos como palos, telas, plásticos, arenas, gravas, etc.
- Tratamiento químico y decantación primaria: Se añaden compuestos químicos que agrupan a las sustancias en suspensión y se eliminan por sedimentación.
- Tratamiento biológico y decantación secundaria: El agua es tratada con determinadas bacterias que eliminan la materia orgánica y los restos son eliminados por sedimentación. El agua resultante está ya depurada.
- Tratamiento de fangos: Los restos sedimentados (lodos o fangos) son sometidos a una fermentación anaeróbica que conduce a la obtención de abonos (uso en jardinería) y metano (obtención de energía).

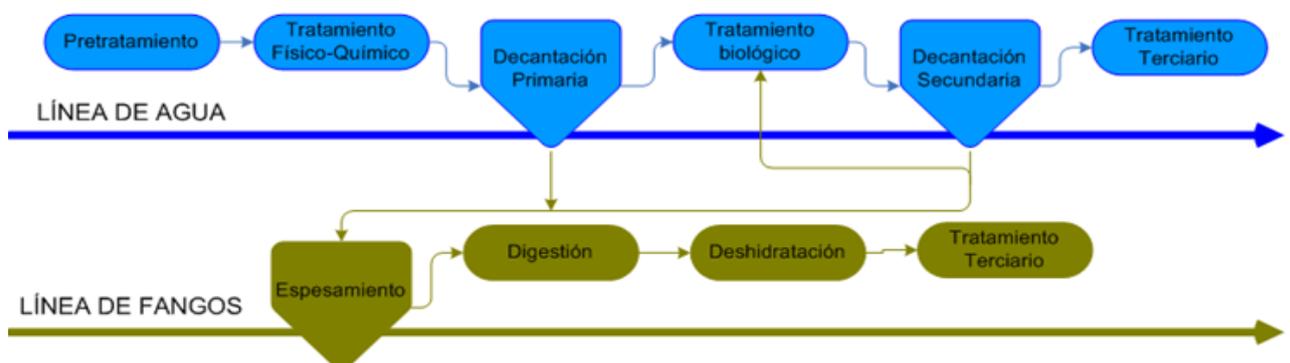


Imagen 14: Croquis de las líneas de depuración del agua. URL: https://es.wikipedia.org/wiki/Estaci%C3%B3n_depuradora_de_aguas_residuales#/media/File:Croquis_e_dar.png

Autor: [Josefpm](#). Licencia: Creative commons (CC)

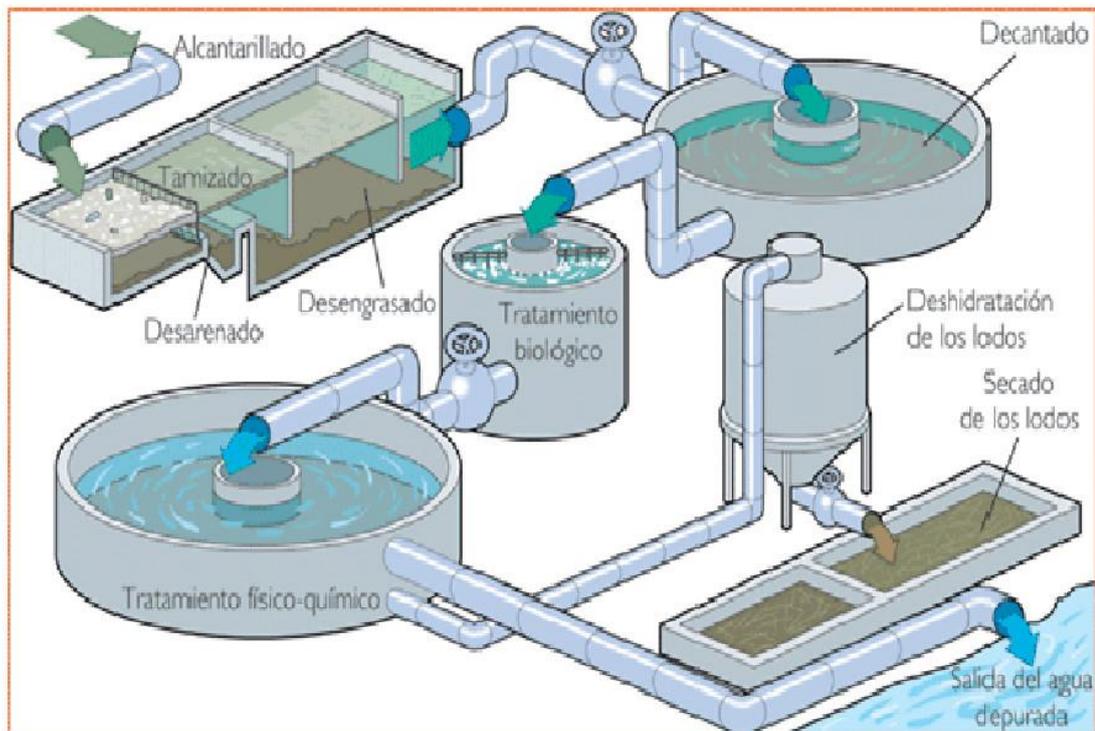


Imagen 15: Depuradora de aguas residuales.

<http://www.estacionesdepuradoras.com/depuradora-aguas-residuales/> Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida



Vídeo 8: EPSAR depuración aguas residuales. Fuente: Youtube

<https://www.youtube.com>

[/watch?time_continue=1&v=umGObk7bCGI](https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=umGObk7bCGI)

Vídeo 9: La potabilización - Didáctica del Agua. Fuente: Youtube



https://www.youtube.com/watch?time_continue=2&v=nq70X1TPRA

Ejercicio 25

¿Cuáles son las fases de depuración del agua?

- Pretratamiento: Se produce el desbaste y eliminación de arenas y grasas que lleva el agua.
- Tratamiento químico y decantación primaria: Se añaden compuestos químicos que agrupan a las sustancias en suspensión y se eliminan por sedimentación.
- Tratamiento biológico y decantación secundaria: El agua es tratada con determinadas bacterias que eliminan la materia orgánica y los restos son eliminados por sedimentación. El agua resultante está ya depurada.
- Tratamiento de fangos: Los restos sedimentados (lodos o fangos) son sometidos a una fermentación anaeróbica que conduce a la obtención de abonos (uso en jardinería) y metano (obtención de energía).

Ejercicio 26

Queremos agua para el consumo humano, ¿a qué proceso la tenemos que someter?

Cuando el agua tiene como destino el uso doméstico debe ser tratada mediante un proceso llamado potabilización que da lugar al agua potable.

Ejercicio 27

En el pretratamiento de una estación depuradora se eliminan

a) Restos voluminosos como palos, telas, plásticos, arenas, gravas, etc.
b) Sustancias en suspensión.
c) Materia orgánica.

Ejercicio 28

En el tratamiento químico y decantación primaria, se eliminan

a) Materia orgánica
b) Sustancias en suspensión
c) Restos voluminosos como palos, telas, plásticos, arenas, gravas, etc.

Ejercicio 29

Tratamiento biológico y decantación secundaria, se eliminan

a) Restos voluminosos como palos, telas, plásticos, arenas, gravas, etc.
b) Materia orgánica.
c) Sustancias en suspensión.

Ejercicio 30

Los abonos y el metano, se obtienen en

a) Tratamiento químico y decantación primaria
b) Pretratamiento
c) Tratamiento de fangos
d) Tratamiento biológico y decantación secundaria

6) Contaminación nuclear o radiactiva

Se entiende por **contaminación nuclear o radiactiva** a la **presencia no deseada de sustancias radiactivas en el entorno**.

El medio ambiente está sometido a las radiaciones tanto procedentes de la **radiactividad natural**, como de la **radiactividad artificial** derivada de las actividades humanas. Los efectos de la radiación dependen de la naturaleza de las radiaciones, de su energía y de los iones producidos a su paso.

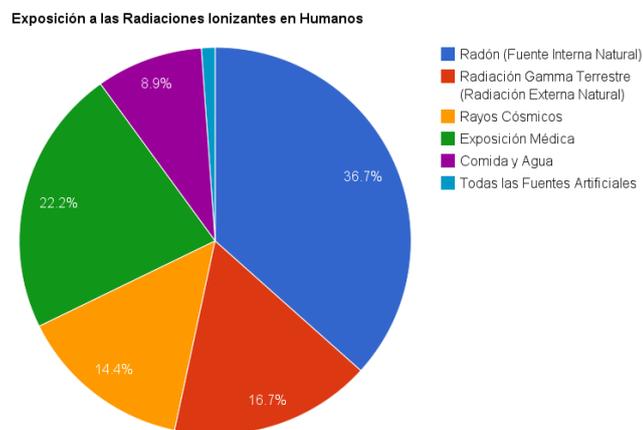


Imagen 16: Exposicion_humanos.

URL: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Exposicion_humanos.png.

Autor: Pabloes . Licencia: [Licencia de documentación libre GNU](#)

Las **fuentes radiactivas naturales** son debidas a los **rayos cósmicos** (C-14, P-32, Ar-39,...) y a los **materiales radiactivos de la corteza terrestre** (Ra-224, Ra-226, Rn-222, K-40,...). **Cuando estos isótopos naturales se encuentran en concentraciones más elevadas de lo normal**, por acción del hombre, **se puede hablar de contaminación radiactiva**.

Las **fuentes radiactivas artificiales** son debidas a **explosiones nucleares, centrales nucleares, radioisótopos de uso médico o industrial** y otros. En este caso **cualquier cantidad podría considerarse contaminación**.

Además en los organismos vivos existen isótopos que se incorporan en los procesos metabólicos (K-40, Ra-226, U-238, C-14,...). Al fumar, por ejemplo, se inhalan Pb-210 y Po-210.

La actividad de un material radiactivo se expresa en desintegraciones por segundo. La unidad de actividad en el SI es el becquerelio (Bq), que corresponde a una desintegración por segundo.

Cuando se habla de contaminación radiactiva, puede ser:

- **La contaminación de las personas.** Esta puede ser interna cuando han ingerido, inyectado o respirado algún radioisótopo, o externa cuando se ha depositado el material radiactivo en su piel.
- **La contaminación de alimentos.** Del mismo modo puede haberse incorporado al interior de los mismos o estar en su parte exterior.
- **La contaminación de suelos.** En este caso la contaminación puede ser solo superficial o haber penetrado en profundidad.
- **La contaminación del agua.** Aquí la contaminación aparecerá como radioisótopos disueltos en la misma.



Vídeo 10: La contaminación radioactiva. Fuente: Youtube

https://www.youtube.com/watch?v=DRSGwdatIVA&feature=player_embedded

Los daños producidos por las radiaciones en los organismos vivos dependen de la energía de las radiaciones. Estos daños **pueden ser somáticos y genéticos**. Los daños somáticos se manifiestan tras la exposición a la radiación o después de varios años (aparición de cánceres) y los daños genéticos aparecen en la siguiente generación.

El daño causado es siempre proporcional a la dosis recibida.

También las radiaciones producen **daños en el suelo y agua**:

- El **suelo** lo empobrece y lo hace poco fértil, durante largos periodos de tiempo.
- El **agua** se contamina con los isótopos radiactivos.
- **Tanto en el suelo como en el agua** produce la muerte de los seres vivos, alterando las cadenas tróficas.

Ejercicio 31

¿Qué es la contaminación nuclear o radiactiva?

Ejercicio 32

Según la procedencia de las radiaciones, estas pueden ser...

Ejercicio 33

Los residuos nucleares pueden ser de media y baja actividad y de alta actividad.

Busca información en internet sobre donde se almacenan los residuos de media y baja actividad

Ejercicio 34

Busca información en internet sobre lo que se hace con los residuos de alta actividad en España.

7) Residuos sólidos

Tipos de residuos sólidos

- **Residuos sólidos urbanos.** Son los que se producen en las urbes o su entorno. Los residuos son muy heterogéneos: materia orgánica, papel, plásticos, vidrio, metal, envases, pilas, etc.



Imagen 17: Representación gráfica de la cantidad media de cada componente de los residuos urbanos en España.

URL: https://es.wikipedia.org/wiki/Residuos_s%C3%B3lidos_urbanos_en_Espa%C3%B1a

Autor: DARTORIUS. Licencia: Creative commons (CC)

- **Residuos agrícolas, ganaderos y forestales.** Son los generados por esas actividades: restos orgánicos, abonos, purines, podas, maderas, serrín, etc.
- **Residuos sanitarios.** Son los relacionados con la salud procedentes de clínicas, hospitales, industrias farmacéuticas: restos biológicos, jeringuillas, radiografías, etc.
- **Residuos industriales.** Son muy variados, desde residuos inertes (escombros) hasta muy peligrosos (aceites, disolventes, ácidos, etc.).
- **Residuos radiactivos.** Proceden principalmente de las centrales nucleares. Su peligrosidad implica su inmovilización, su protección y su almacenaje en lugares muy seguros.

Impactos de los residuos sólidos

Su mala gestión puede producir:

- Contaminación del suelo y de las aguas superficiales y subterráneas.
- Contaminación atmosférica en el caso de su incineración incontrolada.
- Deterioro del paisaje.
- Malos olores.

La gestión sostenible de los residuos sólidos

1. **Los vertederos controlados.** Es el destino principal de la mayoría de los residuos. Se requiere que se sitúen en suelos impermeables para evitar la contaminación de las aguas y un sistema de enterramiento controlado.



Imagen 18: Depósito Controlado Multibarrera.

https://es.wikipedia.org/wiki/Dep%C3%B3sito_controlado#/media/File:Deposito_controlado_multibarrera.jpgAutor: FerranRelea. Licencia: Creative commons (CC)

2. **Las incineradoras.** Es una alternativa a los vertederos que pretende reducir la cantidad de residuos en los vertederos. Puede generar energía aprovechable pero destruye materiales potencialmente útiles.



Imagen 19: Interior de un horno incinerador en funcionamiento.

URL: https://es.wikipedia.org/wiki/Residuos_s%C3%B3lidos_urbanos_en_Espa%C3%B1a

Autor: Claush66. Licencia: Dominio público

3. **La recogida selectiva.** Es la acción principal realizable por los ciudadanos para la mayoría de los residuos urbanos. Su selección en contenedores diferentes permite el reciclaje de los mismos: papel, vidrio, plásticos, etc.



Imagen 20: Contenedores selectivos de recolección de residuos en Sevilla, España.

URL: <https://es.wikipedia.org/wiki/Reciclaje>.

Autor: Frobles. Licencia: Licencia de documentación libre de GNU

4. **El compostaje.** Es el destino de la materia orgánica. Se somete a procesos de fermentación para dar compost, material que puede ser utilizado como abono en agricultura y jardinería.



Imagen 21: El compostaje es parte de la GIR.
URL: https://es.wikipedia.org/wiki/Gesti%C3%B3n_de_residuos.
Autor: Doro002. Licencia: Dominio público

Debido, al gran volumen de residuos sólidos, es muy importante, **la regla de las tres R:**

1. Reducir los residuos:

- Comprar menos y aplicar ciertos criterios a la hora de elegir lo que compramos.
- Comprobar el lugar de procedencia y dar prioridad a los productos que han sido elaborados más cerca de nosotros
- Escoger productos cuyo proceso de embalaje o envoltorio no sea excesivo o esté fabricado con materiales que puedan ser reciclados con mayor facilidad
- Sustituir las bolsas de plástico de la compra por bolsas de materiales reutilizables que se puedan emplear en futuras ocasiones

2. Reutilizar: nos anima a tratar de alargar la vida útil de un producto, esto es, antes de tirarlo y sustituirlo por uno nuevo, debemos buscar el modo de repararlo o, de no ser posible, darle otro uso antes del final de su vida.

3. Reciclar: Separar los residuos orgánicos de los inorgánicos.

Vídeo 11: Reducir, Recuperar, Reciclar. Reportaje Medioambiental. Fuente: Youtube

https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=z8I0USIkIko



Ejercicio 35

Escribe los tipos de residuos sólidos que hay

Ejercicio 36

¿Qué impacto producen la mala gestión de los residuos sólidos?

Ejercicio 37

¿Cómo podemos contribuir a disminuir el volumen de residuos sólidos urbanos?

Ejercicio 38

En España el contenedor de vidrio es de color:

	a) Amarillo
	b) Verde
	c) Azul
	d) Gris

Ejercicio 39

En España el contenedor de papel y cartón es de color:

	a) Amarillo
	b) Verde
	c) Azul
	d) Gris

Ejercicio 40

En España el contenedor de plásticos y latas es de color:

	a) Amarillo
	b) Verde
	c) Azul
	d) Gris

8) Máquinas

Una máquina es un conjunto de elementos móviles y fijos cuyo funcionamiento ayuda a aprovechar y transformar la energía para realizar un trabajo con un fin determinado. Están compuestas por diferentes **mecanismos** y a lo largo de este punto vamos a estudiar los más significativos.

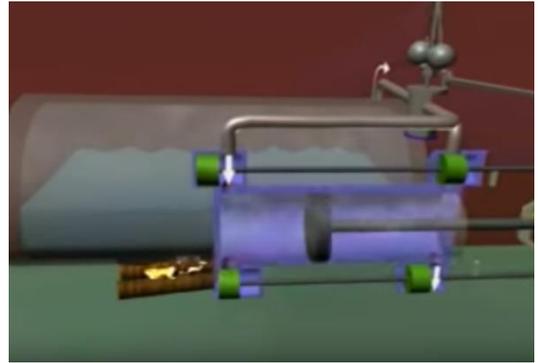


Imagen 22: Máquina de vapor de Watt. URL:
https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A1quina_de_vapor#/media/File:Maquina_vapor_Watt_ETSIM.jpg
Autor: Nicolás Pérez. Licencia: Creative Commons (CC)

A continuación tienes un vídeo con una de las máquinas más características: la máquina de Vapor.

Vídeo 12. La máquina de Vapor. Fuente: Youtube

<https://www.youtube.com/watch?v=koi1ljGnyyl>



Curiosidad

La historia es bastante conocida pero no así sus consecuencias. La máquina a vapor, una muy parecida a la que concibió en el siglo XVIII el escocés James Watt, existía, en planos, en el siglo VII.

Nunca fue construida, el porqué es evidente; por aquel entonces el motor económico de la sociedad era otro, la esclavitud. Los esclavos no tenían derecho a nada, pero en cuanto fue obligatorio reconocerlos como trabajadores dentro de un sistema de mercado, la máquina de vapor tuvo su razón de ser. Para abaratar costes, por supuesto, ya que las máquinas tampoco cobran sueldo, ni se quejan, ni reclaman derechos.

Este cambio trascendente desencadenó en el siglo XIX la célebre Primera revolución industrial, primeros pasos iniciales de la carrera tecnológica que aún hoy continúa.

8.1) Tipos de mecanismos

Según su **función** los mecanismos se pueden clasificar en dos importantes bloques:

A. Mecanismos de transmisión de movimientos. Transmiten el movimiento y la potencia producidos por un elemento motriz a otro punto. Éstos, a su vez, se diferencian entre los que transmiten un movimiento lineal y los que lo hacen con un movimiento circular. Por ejemplo: poleas, palancas...

B. Mecanismos de transformación de movimiento. Transforman un movimiento circular en un movimiento rectilíneo o viceversa. Por ejemplo, tornillo-tuerca, cigüeñal...

Según su **complejidad** los mecanismos se pueden clasificar:

A. Mecanismos Simples: Cuando la máquina es sencilla y realiza su trabajo en un solo paso. Muchas de estas máquinas son conocidas desde la prehistoria o la antigüedad y han ido evolucionando incansablemente hasta nuestros días.

B. Mecanismos compuestos: se trata de una combinación de máquinas simples.

Las máquinas simples proporcionan un vocabulario para la comprensión de las máquinas más complejas. A continuación tenemos las más destacadas:

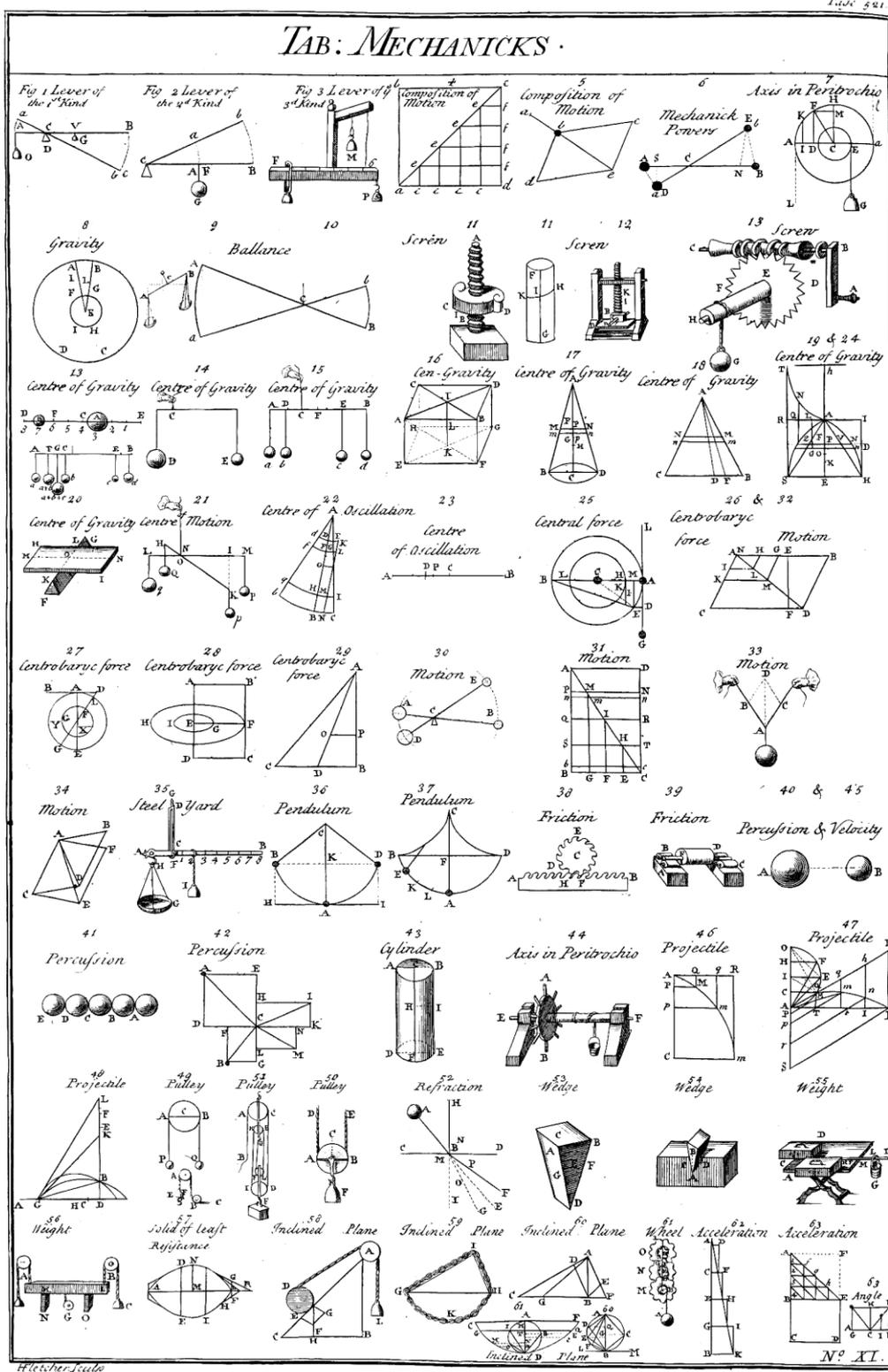


Imagen 23: Ejemplos de mecanismos. URL:

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/ab/Table_of_Mechanicks%2C_Cyclopaedia%2C_Volume_2.png

Autor: Cyclopaedia Chambers, 1728. Licencia: Dominio público.

Ejercicio 41

Lee atentamente las siguientes definiciones indicando si son verdades o falsas las afirmaciones recogidas.

	V / F
La rueda es un mecanismo compuesto.	
El martillo es un mecanismo simple.	
La máquina de vapor es un mecanismo simple.	
El mecanismo de un reloj es un mecanismo compuesto.	
Una bicicleta se trata de un mecanismo compuesto.	
Unas tijeras consisten en un mecanismo compuesto.	
Una motosierra consiste en un mecanismo compuesto.	

8.2) Mecanismos de transmisión lineal

Transmiten el movimiento y la fuerza de manera lineal de un punto a otro. Ejemplos de estos mecanismos son la **palanca**, la **polea** y el **polipasto**.

A continuación tenemos una palanca de primer grado que es una máquina simple que gira alrededor de un punto de apoyo.



Imagen 24: Palanca de primer grado. URL: https://es.wikipedia.org/wiki/Operadores_mec%C3%A1nicos#/media/File:Palanca-tipo1.jpg

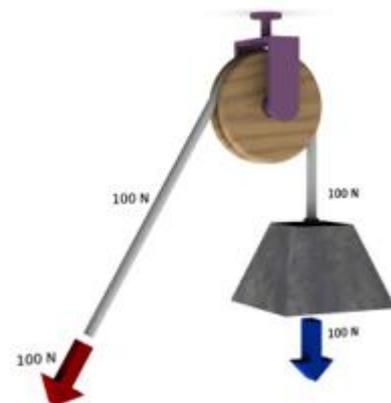
Autor: César Rincón. Licencia: Creative Commons (CC).

En este caso vemos una **polea** es una rueda que gira libremente alrededor de su eje. Está provista de un canal en su superficie para que sirva de guía a una cuerda, correa o cadena a la que recibe o a la que le da el movimiento.

Imagen 25 : Polea simple-fija. URL:

https://es.wikipedia.org/wiki/Operadores_mec%C3%A1nicos#/media/File:Polea-simple-fija.jpg.

Autor: César Rincón. Licencia: Creative Commons (CC)



El último caso de mecanismo de transmisión lineal es un polipasto que es una combinación de poleas fijas y móviles recorridas por una sola cuerda que tiene uno de sus extremos anclado a un punto fijo. Su función es disminuir el esfuerzo en proporción directa al mayor número de poleas.

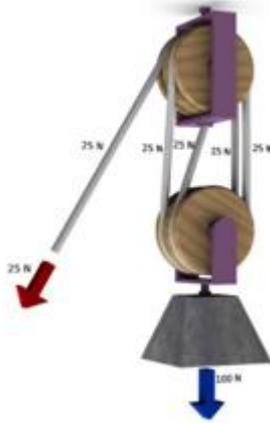
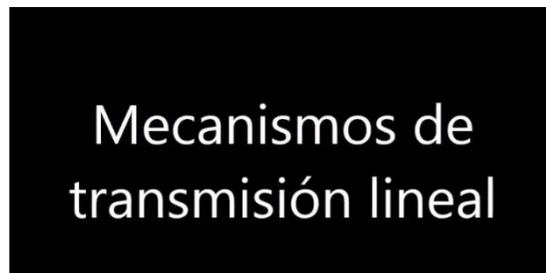


Imagen 26: Polipasto. URL: https://es.wikipedia.org/wiki/Operadores_mec%C3%A1nicos#/media/File:Polispasto4.jpg. Autor: César Rincón. Licencia: Creative Commons (CC)

En el siguiente vídeo podemos ver en qué consisten.

Vídeo 13: Mecanismos de transmisión lineal.
Autores: Miguel Suárez. Fuente: Youtube
<https://www.youtube.com/watch?v=ImDZjWum1ag>



En este curso vamos a estudiar la **palanca** y los diferentes tipos.

8.2.1) Palancas

Desde el punto de vista técnico, la palanca es una barra rígida que oscila sobre un punto de apoyo (**fulcro**) debido a la acción de dos fuerzas contrapuestas (**potencia** y **resistencia**).

Desde el punto de vista tecnológico, cuando empleamos la palanca para vencer fuerzas podemos considerar en ella 4 elementos importantes:

- **Potencia** (P), fuerza que tenemos que aplicar.
- **Resistencia** (R), fuerza que tenemos que vencer; es la que hace la palanca como consecuencia de haber aplicado nosotros la potencia.
- **Brazo de potencia** (BP), distancia entre el punto en el que aplicamos la potencia y el punto de apoyo (fulcro).
- **Brazo de resistencia** (BR), distancia entre el punto en el que aplicamos la resistencia y el fulcro.

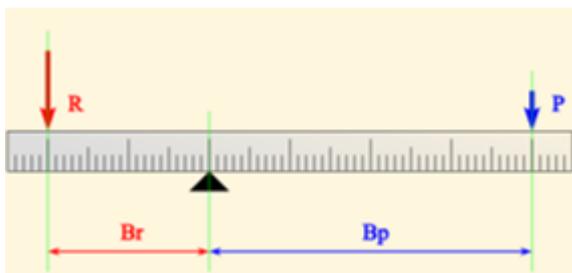


Imagen 27: Palanca. https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/5c/Palanca_12.svg Autor: Dnu72. Licencia: GFDL

La **ecuación** que nos permite calcular la fuerza que necesitaremos para mover una resistencia en concreto se basa en que el producto de la potencia y la resistencia por sus brazos correspondientes deben ser iguales.

$$P \cdot B_p = R \cdot B_r$$

Ejemplos:

1. ¿Qué fuerza deberemos realizar para vencer una resistencia de 200 N si el Bp mide 50 cm y el Br mide 20 cm?

$$50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}; 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

$$P \times 0,5 = 200 \times 0,2$$

$$P = 200 \times 0,2 / 0,5 = 80 \text{ N}$$

2. ¿Cuánto debe medir el brazo de resistencia si la potencia aplicada es de 170N, la resistencia de 60N y el brazo de potencia mide 65cm?

$$170\text{N} \cdot 0,65\text{m} = 60 \cdot \text{BR} \quad \text{BR} = 1,84 \text{ m}$$

Ejercicio 42

¿Qué longitud tiene el brazo de palanca de una carretilla, si al aplicarle una fuerza de 150 N, levanta una fuerza de 200N y su brazo de resistencia mide 0.20 m?

8.2.1.A) Tipos de palancas

Según la combinación de los puntos de aplicación de *potencia* y *resistencia* y la posición del *fulcro* se pueden obtener tres tipos de palancas:

Palanca de primer grado. Se obtiene cuando colocamos el fulcro entre la potencia y la resistencia. Como ejemplos clásicos podemos citar la pata de cabra, el balancín, los alicates o la balanza romana.

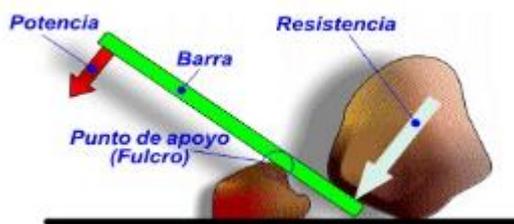


Imagen 28: Palanca de primer grado. Fuente: Materiales virtuales LOE

Palanca de segundo grado. Se obtiene cuando colocamos la resistencia entre la potencia y el fulcro. Según esto el brazo de resistencia siempre será menor que el de potencia, por lo que el esfuerzo (potencia) será menor que la carga (resistencia). Como ejemplos se puede citar el cascanueces, la carretilla o la perforadora de hojas de papel

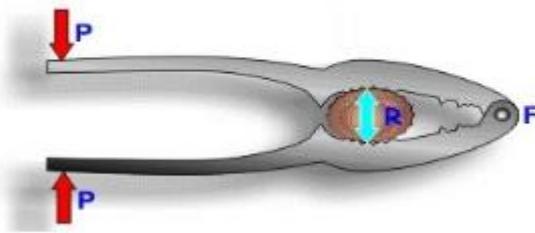


Imagen 29: Palanca de segundo grado. Fuente: Materiales virtuales LOE

Palanca de tercer grado. Se obtiene cuando ejercemos la potencia entre el fulcro y la resistencia. Esto tras consigo que el brazo de resistencia siempre sea mayor que el de potencia, por lo que el esfuerzo siempre será mayor que la carga (caso contrario al caso de la palanca de segundo grado). Ejemplos típicos de este tipo de palanca son las pinzas de depilar, las paletas y la caña de pescar. A este tipo también pertenece el sistema motriz del esqueleto de los mamíferos.



Imagen 30: Palanca tercer grado. Materiales Virtuales LOE

Ejemplo:

1. Unos alicates, una pinza, una carretilla, unas paletas, un balancín, una caña de pescar y un cascanueces, ¿qué tipo de palanca emplean?

- Los alicates y el balancín son palancas de primer grado, se coloca el fulcro entre la potencia y la resistencia.
- La carretilla y el cascanueces son palancas de segundo grado, se caracteriza por que el esfuerzo es menor que la carga.
- Las pinzas, las paletas, y la caña de pescar, son palancas de tercer grado, el esfuerzo es mayor que la carga o resistencia.

Ejercicio 43

Entre las siguientes afirmaciones identifica las que son verdaderas:

	V / F
Una caña de pescar es una palanca de segundo grado	
Una carretilla es una palanca de primer grado	
Una pinza de la ropa se trata de una palanca de primer grado	
Una escoba es una palanca de segundo grado	

8.3) Mecanismos de transmisión circular

Transmiten el movimiento, la fuerza y la potencia de forma circular desde el **elemento motriz** a los **receptores**. Los mecanismos de transmisión circular incluyen las ruedas de fricción, los sistemas de engranajes y el tornillo sin fin.

En la siguiente imagen podemos ver los engranajes artesanales de una máquina textil que se encuentra en el Museo de la Técnica en Terrassa.



Imagen 31: Engranajes de una máquina textil.

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/af/Engranajes_artesanales_de_m%C3%A0quina_textil.jpg

Autor: Frobles. Licencia: GFDL

En este epígrafe vamos a estudiar cómo se transmite el movimiento mediante **engranajes o ruedas dentadas**.

Los engranajes permiten transmitir un movimiento circular entre dos ejes próximos, ya sean **paralelos, helicoidales o perpendiculares**.

Imagen 32: engranaje helicoidal de Leonardo da Vinci.

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/01/Leonardo_Engranaje_helicoidal.jpg

comons/0/01/Leonardo_Engranaje_helicoidal.jpg.

Autor: Hispalois. Licencia: Dominio público.

Los engranajes son juegos de ruedas que poseen salientes denominados dientes, que encajan entre sí, de modo que unas ruedas arrastran a las otras. Todos los dientes tienen que tener la misma forma y tamaño de forma que el movimiento circular de la rueda de entrada se transmita a la rueda de salida.



La **relación entre las velocidades** de giro de las ruedas depende del número de dientes de cada una y se expresa del siguiente modo:

$$Z_1 \cdot N_1 = Z_2 \cdot N_2$$

Siendo:

Z1: Nº dientes rueda motriz, conductora o rueda de entrada.

Z2: Nº dientes rueda conducida o rueda de salida.

N1: velocidad de la rueda motriz.

N2 velocidad de la rueda arrastrada.

Y la **relación de transmisión (i)**:

$$i = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Debemos aclarar, que todo lo expuesto para las ruedas dentadas o engranajes, también es válido para las poleas (ruedas sin dientes) haciendo la salvedad de que como no poseen dientes N_1 y N_2 hacen referencia al diámetro de la polea. Y si en lugar de tener engranajes en contacto directo con sus dientes, tenemos engranajes con cadena (por ejemplo, una bicicleta) se trabaja y opera de igual forma, es decir, la cadena no influye ni en la velocidad de la rueda motriz ni en la conducida.

Igualmente, aclarar que las velocidades de giro pueden venir expresadas en revoluciones por minuto (rpm) o número de vueltas por minuto.

Ejemplo:

Una rueda dentada de 120 dientes arrastra a otra teniendo entre ellas una relación de transmisión de 0'75. ¿Cuántos dientes tendrá la rueda arrastrada?

$Z_2 = 120 / 0,75 = 160$ dientes.

Ejemplo:

En el siguiente sistema de poleas calcula:

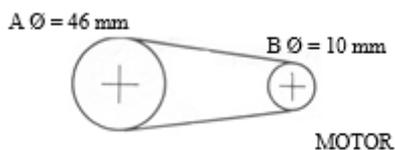


Imagen 34: sistema de poleas.

Fuente: propia. Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

- Indica cuál es la polea conductora y cuál la conducida.
- Relación de transmisión.
- Velocidad de la polea B si la polea A va a 300rpm.
- rpm de la polea conductora si la conducida gira a 326 rpm.
- ¿cuál debería ser el diámetro de la polea A si quiero que de 4 vueltas cuando yo doy 2 vueltas a la A.

Solución:

a) La conductora o motriz es la polea B, ya que es la polea en la que el dibujo me indica que se encuentra acoplado el motor. Por tanto, la conducida es la polea A.

b) $i = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{10}{46} = \frac{5}{23}$ Esto significa que por cada 5 vueltas completas que da la polea conducida la conductora da 23.

c) $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{N_2}{N_1}$, $\frac{10}{46} = \frac{300}{N_1} \rightarrow N_1 = \frac{300 \cdot 46}{10} = 30 \cdot 46 = 1380 rpm$

d) $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{N_2}{N_1}$, $\frac{10}{46} = \frac{326}{N_1} \rightarrow N_1 = \frac{326 \cdot 46}{10} = 1499,6 rpm$

e) $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{N_2}{N_1}$, $\frac{10}{Z_2} = \frac{4}{2} \rightarrow Z_2 = \frac{10 \cdot 2}{4} = 5 mm$

Ejercicio 44

Calcula la relación de transmisión donde sabemos que el número de dientes de la rueda de entrada es 5 y el número de dientes de la rueda de salida es 20.

Ejercicio 45

Sabiendo que la relación de transmisión es $i=0,5$, ¿Cuántos dientes tendrá la rueda de entrada si la rueda de salida tiene 30 dientes?

8.4) Mecanismos de transformación del movimiento circular en rectilíneo alternativo y viceversa

En este epígrafe se estudia un sistema que transforma el movimiento circular en rectilíneo: el conjunto biela-manivela.

El conjunto biela-manivela está formado por una manivela y una barra denominada biela. Esta se encuentra por un extremo con dicha manivela y por el otro con un elemento que describe el movimiento alternativo.

Este sistema biela-manivela también funciona a la inversa, es decir, transforma un movimiento rectilíneo alternativo en un movimiento de rotación. Este mecanismo tuvo una importancia decisiva en el desarrollo de la locomotora de vapor y también en los motores de combustión

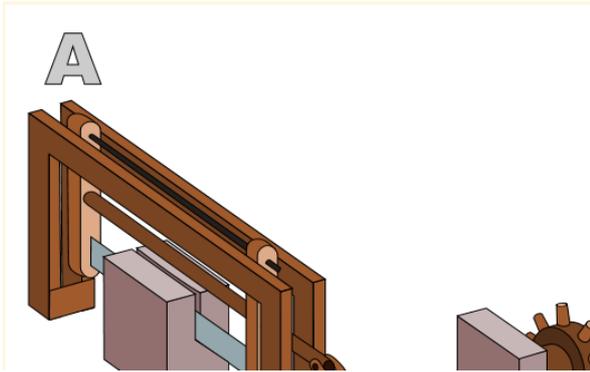
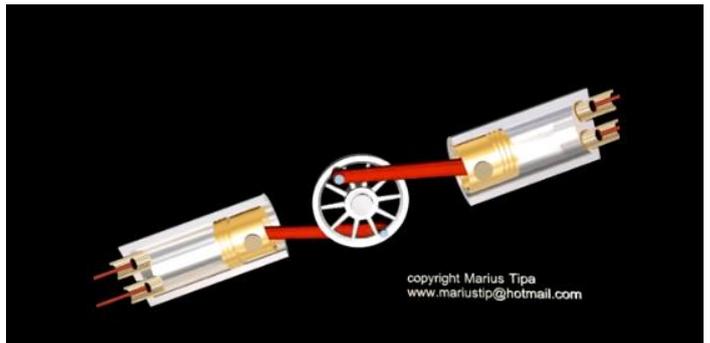


Imagen 33: Mecanismo biela-manivela.
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b3/R%C3%B6mische_S%C3%A4gem%C3%BChle.svg
Autor: Chris 論. Licencia: Creative Commons (CC)

Vídeo 14: Mecanismo biela-manivela. Fuente: Youtube

[https://www.youtube.com/](https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=yNVIVHYhL70)

watch?time_continue=1&v=yNVIVHYhL70



Si se coloca una serie de bielas en un mismo eje acodado, cada uno de los codos del eje hace las veces de manivela, y este conjunto se denomina cigüeñal.

El **cigüeñal** transforma el movimiento de rotación de un eje en los movimientos alternativos desacompañados de las diferentes bielas. También puede convertir el movimiento de vaivén de las bielas en un movimiento de rotación de un eje.

Este mecanismo se emplea en motores de combustión y tradicionalmente en máquinas de coser.

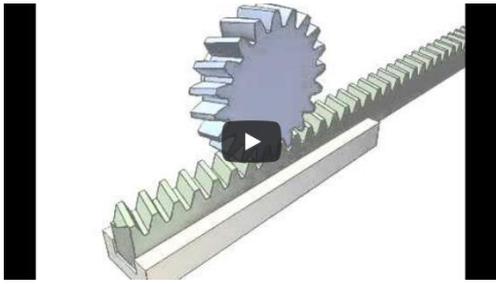


Imagen 34: Cigüeñal de 4 cilindros.
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/ca/Formguss_Kurbelwelle_Eisen_Sand.png
Autor: Georg Fischer. Licencia: Creative Commons (CC)

8.5) Mecanismos de transformación del movimiento circular en rectilíneo.

En este epígrafe se estudian los sistemas piñón-cremallera y tornillo-tuerca y se explica las aplicaciones y el funcionamiento de cada uno de ellos.

El mecanismo piñón-cremallera se trata de un piñón o rueda dentada de dientes rectos, engranado a una cremallera o barra dentada. Cuando la rueda dentada gira, la cremallera se desplaza en un movimiento rectilíneo.



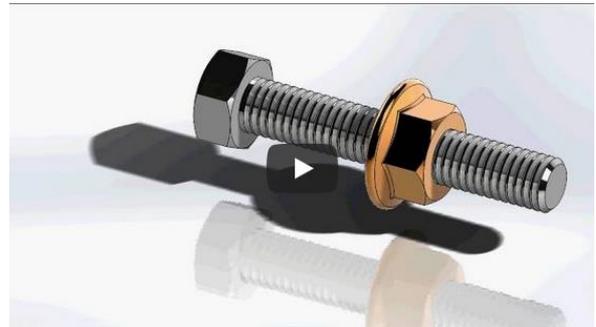
Vídeo 15: Sistema piñón-cremallera. Fuente: Youtube
<https://www.youtube.com/watch?v=D2XvM3SPMGw>

El sistema de tornillo-tuerca consta de un tornillo o varilla roscada y de una tuerca cuyo diámetro interior coincide con el diámetro del tornillo.

Se utiliza como elemento de unión en prensas, grifos, tapones de rosca, gatos de coches...

Vídeo 16: Mecanismo tornillo-tuerca. Fuente:
Youtube

https://www.youtube.com/watch?v=TSk7i_Ebx_8



Leonardo da Vinci (1452-1519) fue pintor, arquitecto, ingeniero, científico y escritor italiano. Como hombre de Ciencia realizó importantes investigaciones sobre las palancas. Son conocidas sus colecciones de notas científicas y diseños de **artefactos bélicos, náuticos y máquinas para volar**.

La imaginación de Da Vinci era impresionante en ideas relacionadas con máquinas voladoras, incluyendo varios planeadores. Este modelo de carcasa abierta, equipado con asientos y mandos para el piloto estableció las bases de la tecnología aérea: **manivelas, poleas, cuerdas y ruedas dentadas** conformaron una fiel réplica de las alas y las articulaciones de los murciélagos. Este modelo se llama **ornitóptero**. Este modelo precedió al ala delta.



Imagen 35: Ornitóptero construido en 1902

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0e/Edward_Frost_ornithopter.JPGAutor: Edward Frost.
Licencia: Dominio público.

Soluciones de los ejercicios propuestos a lo largo del tema 5

Ejercicio 1

¿Qué es la contaminación ambiental?

La contaminación ambiental es la presencia de sustancias nocivas para los seres vivos que irrumpen en la composición de los elementos naturales, como el agua, el suelo y el aire.

Ejercicio 2

¿Qué tipos de contaminación ambiental existen según la parte de la Tierra contaminada?

Contaminación hídrica o del agua, contaminación del suelo y contaminación de la atmósfera o aire.

Ejercicio 3

Según la procedencia de los contaminantes, ¿cómo puede ser la contaminación?

Natural o artificial

Ejercicio 4

Cuando nos hacen una radiografía, ¿qué tipo de contaminante se vierte?

<input checked="" type="checkbox"/>	a) Físico
<input type="checkbox"/>	b) Químico
<input type="checkbox"/>	c) Biológico

Ejercicio 5

Si se vierten aguas fecales, ¿qué tipo de contaminante se vierte?

<input type="checkbox"/>	a) Físico
<input checked="" type="checkbox"/>	b) Biológico
<input type="checkbox"/>	c) Químico

Ejercicio 6

Cuando un agricultor pone plaguicida en su campo de cultivo, ¿qué tipo de contaminante vierte?

<input type="checkbox"/>	a) Biológico
<input checked="" type="checkbox"/>	b) Químico
<input type="checkbox"/>	c) Físico

Ejercicio 7

El smog es efecto

<input checked="" type="checkbox"/>	a) Local
-------------------------------------	----------

	b) Regional
	c) Global

Ejercicio 8

El aumento del efecto invernadero es un efecto

	a) Local
	b) Regional
X	c) Global

Ejercicio 9

El agujero de la capa de ozono es un efecto

	a) Local
	b) Regional
X	c) Global

Ejercicio 10

La lluvia ácida es un efecto

	a) Local
X	b) Regional
	c) Global

Ejercicio 11

¿Qué ácidos son los responsables de la lluvia ácida? ¿De dónde proceden?

Los ácidos son ácido sulfúrico y ácido nítrico, H_2SO_4 y HNO_3 . Proceden del empleo de combustibles fósiles, carbón, petróleo... Las reacciones de combustión producen cantidades grandes de SO_2 y de NO es tos productos por la acción de la luz se transforman en otros óxidos, SO_3 y NO_2 , susceptibles de convertirse en ácido sulfúrico y ácido nítrico por la acción del agua presente en la atmósfera.

Ejercicio 12

Para que los óxidos de nitrógeno y de azufre se transformen en ácido sulfúrico y nítrico, se necesita:

X	a) Agua de la atmósfera
	b) Viento
X	c) Luz solar
	d) Nada

Ejercicio 13

¿Qué gases son los que producen la lluvia ácida?

X	a) Óxidos de nitrógeno
	b) Dióxido de carbono
X	c) Óxidos de azufre
	d) CFC

Ejercicio 14

¿Cuáles son las consecuencias del efecto invernadero?

El aumento del efecto invernadero está provocando un cambio climático en el que, además del **aumento de la temperatura**, se están produciendo otras alteraciones como:

- **Subida del nivel del mar.**
- **Deshielo de glaciares** de montaña.
- **Disminución de la superficie helada** en Groenlandia y el Ártico.
- **Sequías, huracanes, grandes precipitaciones, inundaciones, olas de calor**, etc.
- **Cambio de hábitat de especies animales y vegetales.**

Ejercicio 15

¿Cuál es el gas que más influye en el efecto invernadero?

	a) CFC
	b) Óxidos de nitrógeno
X	c) Dióxido de carbono
	d) Óxidos de azufre

Ejercicio 16

¿Qué radiación solar, es la que calienta la Tierra?

	a) Rayos ultravioletas
	b) Rayos gamma
	c) Luz visible
X	d) Rayos infrarrojos

Ejercicio 17

Explica brevemente en qué consiste el agujero en la capa de ozono. Cita los efectos que tiene sobre los seres vivos.

Ciertos gases, como lo óxidos de nitrógeno o los CFC (clorofluorocarbonos) descomponen el ozono cuando llegan a la estratosfera. Este fenómeno se empezó a investigar a partir de 1980, a raíz del notorio adelgazamiento observado sobre la Antártida en la capa de ozono.

La capa de ozono resulta esencial para muchos seres vivos, pues este gas filtra las radiaciones ultravioletas procedentes del Sol, que si llegan a la Tierra, pueden provocar cánceres de piel y otros desórdenes.

Ejercicio 18

¿Qué gas es el responsable del agujero de la capa de ozono?

	a) Óxidos de nitrógeno
X	b) CFCs
	c) Óxidos de azufre
	d) Dióxido de carbono

Ejercicio 19

¿Qué radiación solar, dañina para los seres vivos, deja pasar el agujero de la capa de ozono?

	a) Rayos infrarrojos
	b) Rayos de luz visible
x	c) Rayos ultravioletas
	d) Rayos gamma

Ejercicio 20

Completa con la palabra concreta sobre contaminación atmosférica. Escríbela tal como está aquí:

CFC	desaparecer	muchos	rayos ultravioleta
NO	destrucción	negativo	ácido nítrico
cáncer	ultravioleta	ozono	ácido sulfúrico
dañan	vegetales	sprays	lluvia ácida

A. El oxígeno y el vapor de agua de la atmósfera atacan al NO₂ y al SO₂ y forman el ácido nítrico y el ácido sulfúrico que disueltos en gotas de agua dan lluvia ácida.

Esta puede caer a muchos kilómetros del foco contaminante. Los daños que ocasionan son:

- Dañan a los vegetales impidiendo su correcto funcionamiento y su función fotosintética.
- Hace desaparecer la vida de ríos y lagos por aumentar la acidez.
- También dañan los monumentos de piedra.

B. Otro efecto negativo de la contaminación atmosférica es la destrucción de la capa de ozono que rodea a la tierra y filtra los rayos ultravioleta procedentes del sol. El óxido nítrico (NO) procedente de reactores de los aviones, los CFC de los sprays , de aparatos de aires acondicionados y de frigoríficos destruyen el ozono facilitando que los rayos ultravioleta lo atraviesen y lleguen a los seres vivos, produciendo entre otros efectos el cáncer de piel.

Ejercicio 21

Propón 5 medidas para solucionar o mitigar los problemas medioambientales de importancia global. Tres medidas para disminuir el aumento del efecto invernadero y dos para disminuir el agujero de la capa de ozono.

Ejercicio 22

Los pesticidas proceden de actividades

	a) Industriales
X	b) Agrícolas
	c) Sanitarias
	d) Mineras

Ejercicio 23

Los metales pesados, proceden de actividades

	a) Agrícolas
X	b) Mineras
X	c) Industriales
X	d) Urbanas

Ejercicio 24

Relaciona cada contaminante con su origen y efecto:

MATERIA ORGÁNICA	DETERGENTES	PLAGUICIDAS	PETRÓLEO Y DERIVADOS
------------------	-------------	-------------	----------------------

Escríbelo como está aquí

- A. Vertidos urbanos, aparición de espuma, toxicidad. DETERGENTES
- B. Vertidos accidentales (naufragios de petroleros) o habituales (limpieza de cascos de barcos, tanques y plataformas); contaminación por hidrocarburos. Impide el paso de la luz al agua y consecuentemente dificultan la fotosíntesis y la respiración de animales y plantas. PETRÓLEO Y DERIVADOS
- C. Explotaciones agrícolas; venenos tóxicos para plantas y animales. PLAGUICIDAS
- D. Vertidos domésticos, agrícolas y ganaderos, proliferación de algas y plantas acuáticas: eutrofización. Mal olor. MATERIA ORGÁNICA

Ejercicio 25

¿Cuáles son las fases de depuración del agua?

- Pretratamiento: Se produce el desbaste y eliminación de arenas y grasas que lleva el agua.

- Tratamiento químico y decantación primaria: Se añaden compuestos químicos que agrupan a las sustancias en suspensión y se eliminan por sedimentación.
- Tratamiento biológico y decantación secundaria: El agua es tratada con determinadas bacterias que eliminan la materia orgánica y los restos son eliminados por sedimentación. El agua resultante está ya depurada.
- Tratamiento de fangos: Los restos sedimentados (lodos o fangos) son sometidos a una fermentación anaeróbica que conduce a la obtención de abonos (uso en jardinería) y metano (obtención de energía).

Ejercicio 26

Queremos agua para el consumo humano, ¿a qué proceso la tenemos que someter?

Quando el agua tiene como destino el uso doméstico debe ser tratada mediante un proceso llamado potabilización que da lugar al agua potable.

Ejercicio 27

En el pretratamiento de una estación depuradora se eliminan

<input checked="" type="checkbox"/>	a) Restos voluminosos como palos, telas, plásticos, arenas, gravas, etc.
<input type="checkbox"/>	b) Sustancias en suspensión.
<input type="checkbox"/>	c) Materia orgánica.

Ejercicio 28

En el tratamiento químico y decantación primaria, se eliminan

<input type="checkbox"/>	a) Materia orgánica
<input checked="" type="checkbox"/>	b) Sustancias en suspensión
<input type="checkbox"/>	c) Restos voluminosos como palos, telas, plásticos, arenas, gravas, etc.

Ejercicio 29

Tratamiento biológico y decantación secundaria, se eliminan

<input type="checkbox"/>	a) Restos voluminosos como palos, telas, plásticos, arenas, gravas, etc.
<input checked="" type="checkbox"/>	b) Materia orgánica.
<input type="checkbox"/>	c) Sustancias en suspensión.

Ejercicio 30

Los abonos y el metano, se obtienen en

	a) Tratamiento químico y decantación primaria
	b) Pretratamiento
X	c) Tratamiento de fangos
	d) Tratamiento biológico y decantación secundaria

Ejercicio 31

¿Qué es la contaminación nuclear o radiactiva?

Se entiende por contaminación nuclear o radiactiva a la presencia no deseada de sustancias radiactivas en el entorno.

Ejercicio 32

Según la procedencia de las radiaciones, ¿estas pueden ser?

- **Naturales:** son los rayos cósmicos (C-14, P-32, Ar-39,...) y los materiales radiactivos de la corteza terrestre (Ra-224, Ra-226, Rn-222, K-40,...). Cuando estos isótopos naturales se encuentran en concentraciones más elevadas de lo normal, se puede hablar de contaminación radiactiva.
- **Artificiales:** son debidas a explosiones nucleares, centrales nucleares, radioisótopos de uso médico o industrial y otros. En este caso, cualquier cantidad podría considerarse contaminación.

Ejercicio 33

Los residuos nucleares pueden ser de media y baja actividad y de alta actividad.

Busca información en internet sobre donde se almacenan los residuos de media y baja actividad

Los residuos nucleares de baja y media actividad son trasladados al **Centro de Almacenamiento de El Cabril**, en la provincia de Córdoba, gestionado por **ENRESA**. Allí se depositan los residuos radiactivos de todas las centrales nucleares españolas, así como los residuos generados por la medicina, la investigación, la industria y otros diversos campos que utilizan materiales radiactivos en sus procesos. Todos los almacenamientos de residuos radiactivos están controlados y vigilados de forma rigurosa, de manera que se garantiza la protección de las personas y del medio ambiente.

Ejercicio 34

Busca información en internet sobre lo que se hace con los residuos de alta actividad en España.

El combustible gastado se extrae del reactor y se almacena temporalmente en una piscina de agua situada dentro de la central y construida de hormigón con paredes de acero inoxidable, creando así una barrera a las radiaciones sin peligro de escape.

En la actualidad, ENRESA trabaja en el proyecto del Almacén Temporal Centralizado (ATC) para combustibles usados y residuos radiactivos de alta actividad, que se construirá en la localidad conuense de Villar de cañas, según el acuerdo del Consejo de Ministros.

Ejercicio 35

Escribe los tipos de residuos sólidos que hay

- **Residuos sólidos urbanos.** Son los que se producen en las urbes o su entorno. Los residuos son muy heterogéneos: materia orgánica, papel, plásticos, vidrio, metal, envases, pilas, etc.
- **Residuos agrícolas, ganaderos y forestales.** Son los generados por esas actividades: restos orgánicos, abonos, purines, podas, maderas, serrín, etc.
- **Residuos sanitarios.** Son los relacionados con la salud procedentes de clínicas, hospitales, industrias farmacéuticas: restos biológicos, jeringuillas, radiografías, etc.
- **Residuos industriales.** Son muy variados, desde residuos inertes (escombros) hasta muy peligrosos (aceites, disolventes, ácidos, etc.).
- **Residuos radiactivos.** Proceden principalmente de las centrales nucleares. Su peligrosidad implica su inmovilización, su protección y su almacenaje en lugares muy seguros.

Ejercicio 36

¿Qué impacto producen la mala gestión de los residuos sólidos?

- Contaminación del suelo y de las aguas superficiales y subterráneas.
- Contaminación atmosférica en el caso de su incineración incontrolada.
- Deterioro del paisaje.
- Malos olores.

Ejercicio 37

¿Cómo podemos contribuir a disminuir el volumen de residuos sólidos urbanos?

Debido, al gran volumen de residuos sólidos, es muy importante, que cada ciudadano intente llevar a cabo **la regla de las tres R:**

1. Reducir los residuos:

- Comprar menos y aplicar ciertos criterios a la hora de elegir lo que compramos.
- Comprobar el lugar de procedencia y dar prioridad a los productos que han sido elaborados más cerca de nosotros
- Escoger productos cuyo proceso de embalaje o envoltorio no sea excesivo o esté fabricado con materiales que puedan ser reciclados con mayor facilidad
- Sustituir las bolsas de plástico de la compra por bolsas de materiales reutilizables que se puedan emplear en futuras ocasiones

2. Reutilizar: nos anima a tratar de alargar la vida útil de un producto, esto es, antes de tirarlo y sustituirlo por uno nuevo, debemos buscar el modo de repararlo o, de no ser posible, darle otro uso antes del final de su vida.

3. Reciclar: Separar los residuos orgánicos de los inorgánicos.

Ejercicio 38

En España el contenedor de vidrio es de color:

	a) Amarillo
X	b) Verde
	c) Azul
	d) Gris

Ejercicio 39

En España el contenedor de papel y cartón es de color:

	a) Amarillo
	b) Verde
X	c) Azul
	d) Gris

Ejercicio 40

En España el contenedor de plásticos y latas es de color:

X	a) Amarillo
	b) Verde
	c) Azul
	d) Gris

Ejercicio 41

Lee atentamente las siguientes definiciones indicando si son verdades o falsas las afirmaciones recogidas.

	V / F
La rueda es un mecanismo compuesto.	F
El martillo es un mecanismo simple.	V
La máquina de vapor es un mecanismo simple.	F
El mecanismo de un reloj es un mecanismo compuesto.	V
Una bicicleta se trata de un mecanismo compuesto.	V
Unas tijeras consisten en un mecanismo compuesto.	F
Una motosierra consiste en un mecanismo compuesto.	V

Ejercicio 42

¿Qué longitud tiene el brazo de palanca de una carretilla, si al aplicarle una fuerza de 150 N, levanta una fuerza de 200N y su brazo de resistencia mide 0.20 m?

$$P \cdot Bp = R \cdot Br$$

$$150N \cdot BP = 200 \cdot 0,2$$

$$BP = 0,267 \text{ m}$$

Ejercicio 43

Entre las siguientes afirmaciones identifica las que son verdaderas:	V / F
Una caña de pescar es una palanca de segundo grado	V
Una carretilla es una palanca de primer grado	F
Una pinza de la ropa se trata de una palanca de primer grado	V
Una escoba es una palanca de segundo grado	F

Ejercicio 44

Calcula la relación de transmisión donde sabemos que el número de dientes de la rueda de entrada es 5 y el número de dientes de la rueda de salida es 20.

$$i=5/20=0,25$$

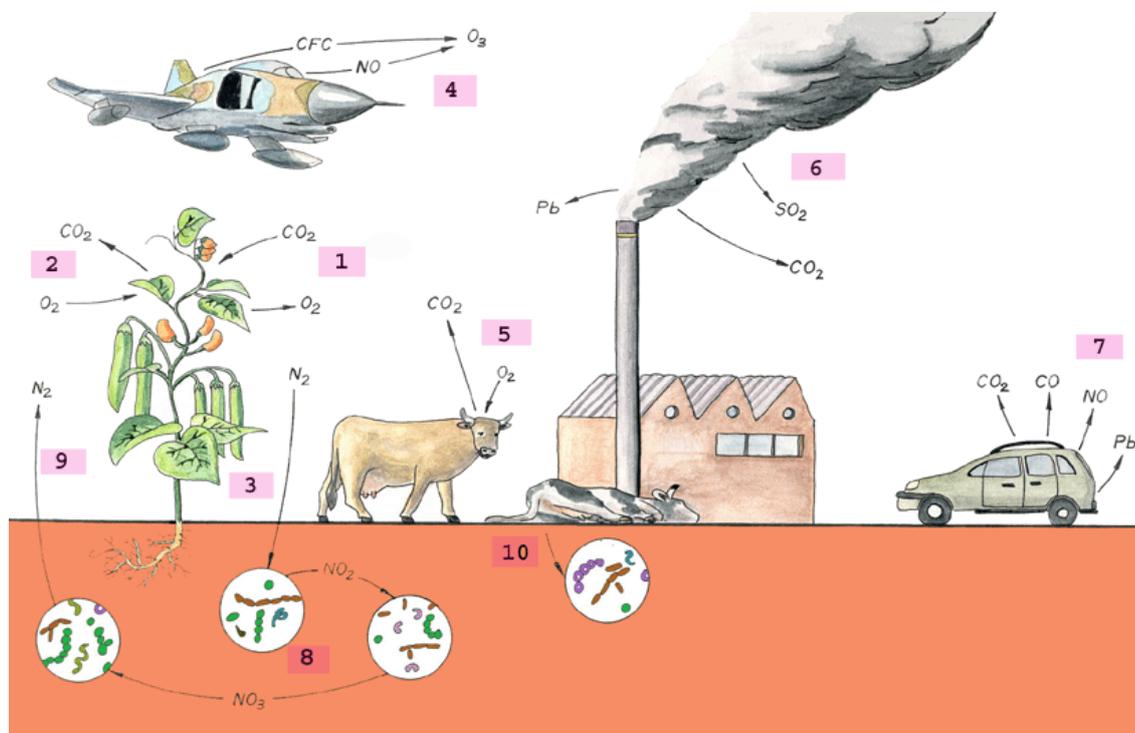
Ejercicio 45

Sabiendo que la relación de transmisión es $i=0,5$, ¿Cuántos dientes tendrá la rueda de entrada si la rueda de salida tiene 30 dientes?

$$N^{\circ} \text{ de dientes de la rueda de entrada} = 0,50 \cdot 30 = 15 \text{ dientes}$$

TAREAS del TEMA 5: QUÍMICA AMBIENTAL - Módulo 3

1. En el siguiente dibujo observa el dinamismo de algunos gases y coloca en su lugar correspondiente el proceso que genera su mayor o menor concentración en la atmósfera:



Completa la siguiente tabla, al lado de cada proceso, pon el número que corresponde con el dibujo y si esa acción es natural o podría considerarse contaminante.

Proceso	Nº del dibujo	Natural o contaminante
Desnitrificación del sustrato por bacterias del suelo.		
Emanación de dióxido de azufre por industrias.		
Emanación de óxido de nitrógeno, plomo, dióxido y monóxido de carbono por gases de coches.		
Nitrificación del suelo por bacterias nitrificantes.		
Respiración vegetal.		
Fijación de nitrógeno atmosférico al suelo por bacterias y raíces de leguminosas.		
Fotosíntesis.		
Respiración animal.		
Capa de ozono, destrucción del ozono por el monóxido de nitrógeno emitido en los reactores de los aviones.		
Descomposición de los animales muertos por bacterias.		

2. Completa la siguiente tabla sobre la contaminación atmosférica.

Gas	Origen del gas	Efecto medioambiental	Consecuencias	Una medida para solucionarlo
Dióxido de carbono (CO ₂)				
		Agujero de la capa de ozono		
Óxidos de nitrógeno y azufre			Daños sobre las estructuras metálicas y de cemento, las hojas y raíces de las plantas, acidificación de suelos y lagos.	

3. Escribe un contaminante del suelo, procedente de la industria y otro de la agricultura indicando que problemas ocasionan en la salud humana.

4. Respecto a la contaminación del agua, responde a las siguientes preguntas:

- a) Indica el origen de los contaminantes del agua.
- b) ¿Que hay que hacer con estas aguas antes de volverlas a incorporar al medio ambiente?

5. Respecto a la contaminación nuclear contesta a las siguientes preguntas:

- a) ¿Qué es la contaminación nuclear?
- b) Los residuos nucleares pueden ser de media y baja actividad y de alta actividad.
 - Busca información en internet sobre donde se almacenan los residuos de media y baja actividad
 - Busca información en internet sobre lo que se hace con los residuos de alta actividad en España.

6. Escribe 3 efectos de la radiactividad sobre el medio ambiente.

7. ¿En qué consiste la gestión sostenible de los residuos sólidos?

8. ¿Qué podemos hacer los ciudadanos para disminuir el gran volumen de residuos sólidos que hay?

9. Busca en internet, ¿qué es el desarrollo sostenible?

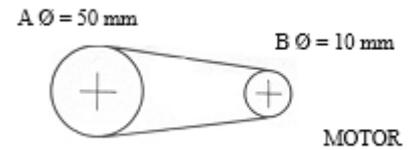
10. Escribe 2 soluciones al problema de la degradación ambiental basadas en el desarrollo sostenible.

TAREAS del TEMA 5: ESTRUCTURAS Y MÁQUINAS SIMPLES – Módulo 3

1. ¿Qué es una máquina?
2. Pon cinco ejemplos de mecanismos que usemos habitualmente.
3. Utilizando la ley de la palanca, calcula a qué distancia se tendrá que situar un niño que pesa 30 kg para que la barra esté en equilibrio si se sabe que un adulto de 60 kg está a 1 m de dicho punto.
4. Pon dos ejemplos de palancas:
 - Primer grado:
 - Segundo grado:
 - Tercer grado:
5. Calcula la relación de transmisión en un sistema de engranajes sabiendo que el número de dientes de la rueda motriz son 5 y el número de dientes de la rueda conductora son 25.
6. En un sistema de engranajes, calcula la velocidad de una rueda motriz que tiene 20 dientes sabiendo que la rueda conductora consta de 80 dientes y gira a 10 rpm.
7. Define el mecanismo tornillo-tuerca.
8. Pon ejemplos donde se utilice el sistema piñón-cremallera.

9. En el siguiente sistema de poleas calcula:

- a) Polea motriz y polea conducida
- b) Relación de transmisión
- c) Velocidad de la polea A si la B gira a 25 rpm.
- d) Velocidad de la polea motriz si la conducida gira a 10 rpm.
- e) Diámetro que debería tener la polea A para que gire a 100 rpm cuando la polea B gira a 75 rpm.



AUTOEVALUACIÓN TEMA 5

1. ¿Qué gas produce el efecto invernadero?

- a) CO₂.
- b) CFC.
- c) Óxidos de azufre y nitrógeno.
- d) Partículas de polvo.

2. ¿Qué gas produce la lluvia ácida?

- a) CO₂.
- b) CFC.
- c) Óxidos de azufre y nitrógeno.
- d) Partículas de polvo.

3. ¿Qué gas produce el agujero de la capa de ozono?

- a) CO₂.
- b) CFC.
- c) Óxidos de azufre y nitrógeno.
- d) Partículas de polvo.

4. Los pesticidas proceden de la actividad:

- a) Industrial
- b) Agraria
- c) Minera
- d) Sanitaria

5. Los abonos y el metano se obtienen en:

- a) Tratamiento químico y decantación primaria
- b) Pretratamiento
- c) Tratamiento de fangos
- d) Tratamiento biológico y decantación secundaria

6. La contaminación radiactiva causada por las centrales nucleares es:

- a) Natural
- b) Artificial

7. Los residuos sólidos, pueden ser

- a) Urbanos
- b) Agrícolas y ganaderos
- c) Industriales
- d) Todos son ciertos

8. La regla de las tres R, dice que hay que:

- a) Reducir, recomponer y reutilizar
- b) Reducir, reciclar y reutilizar
- c) Recomponer, reciclar y reutilizar
- d) Recomponer, reciclar y reducir

9. Ataca a las estructuras metálicas y de cemento:

- a) El agujero de la capa de ozono
- b) La lluvia ácida
- c) El efecto invernadero

10. La subida del nivel del mar, se debe al:

- a) El agujero de la capa de ozono
- b) La lluvia ácida
- c) El efecto invernadero

11. Produce enfermedades cutáneas y cánceres:

- a) El agujero de la capa de ozono
- b) La lluvia ácida
- c) El efecto invernadero

12. Los metales pesados, provienen de las actividades:

- a) Industrial
- b) Agraria
- c) Minera
- d) Sanitaria

13. Los vertidos urbanos, aparición de espuma y toxicidad, se debe a vertidos de:

- a) Materia orgánica
- b) Detergentes
- c) Petróleo y derivados
- d) Plaguicidas

14. En el pretratamiento de una estación depuradora, se eliminan:

- a) Restos voluminosos como palos, telas, plásticos, arenas, gravas, etc.
- b) Sustancias en suspensión
- c) Materia orgánica

15. En España el contenedor de vidrio, es:

- a) Azul
- b) Verde
- c) Amarillo
- d) Gris

16. Clasifica los siguientes mecanismos en función si son de transmisión lineal o circular:

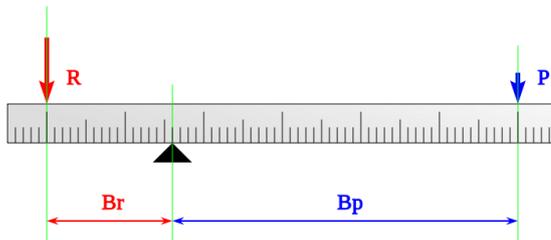
Polea, engranajes, ruedas de fricción, palanca, polipasto.

Mecanismo lineal	Mecanismo circular

17. Completa la palabra que falta indicando si se trata de una palanca de primer, segundo o tercer grado:

- Un cascanueces se trata de un mecanismo de _____.
- Una caña de pescar es un mecanismo de _____.
- Una carretilla es un mecanismo de _____.
- Una pinza de la ropa es un mecanismo de _____.

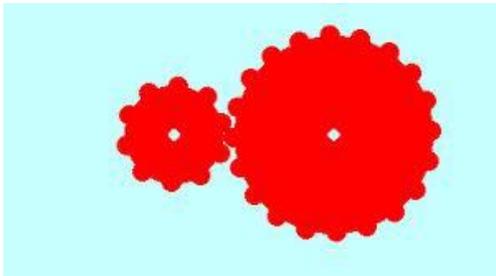
18. Dada la siguiente palanca calcula el valor de R:



Sabiendo que;
Br=16 mm
Bp=44mm
P=16N

- a) 44 N
- b) 16 N
- c) 88 N
- d) 32 N

19. Dado el siguiente sistema de engranajes calcula la relación de transmisión:



- a) $i = 0,2$
- b) $i = 0,3$
- c) $i = 0,4$
- d) $i = 0,5$

20. Dada las siguientes afirmaciones indica las que son verdaderas (V) o falsas (F):

- 1. Los engranajes permiten transformar el movimiento circular entre 2 ejes próximos ya sean paralelos, perpendiculares o helicoidales
 - a) V
 - b) F
- 2. El conjunto biela-manivela transforma el movimiento circular en rectilíneo:
 - a) V
 - b) F
- 3. El sistema tornillo-tuerca se utiliza como elementos de unión en prensas:
 - a) V
 - b) F
- 4. El sistema piñón-cremallera es un mecanismo reversible:
 - a) V
 - b) F
- 5. En un sistema de engranajes la rueda motriz se llama también rueda de salida:
 - a) V
 - b) F

SOLUCIONES AUTOEVALUACIÓN TEMA 5

1. ¿Qué gas produce el efecto invernadero?

- a) CO_2
- b) CFC.
- c) Óxidos de azufre y nitrógeno.
- d) Partículas de polvo.

2. ¿Qué gas produce la lluvia ácida?

- a) CO_2 .
- b) CFC.
- c) Óxidos de azufre y nitrógeno.
- d) Partículas de polvo.

3. ¿Qué gas produce el agujero de la capa de ozono?

- a) CO₂.
- b) CFC.**
- c) Óxidos de azufre y nitrógeno.
- d) Partículas
- e) de polvo.

4. Los pesticidas proceden de la actividad:

- a) Industrial
- b) Agraria**
- c) Minera
- d) Sanitaria

5. Los abonos y el metano se obtienen en:

- a) **Tratamiento químico y decantación primaria**
- b) **Pretratamiento**
- c) **Tratamiento de fangos**
- d) Tratamiento biológico y decantación secundaria

6. La contaminación radiactiva causada por las centrales nucleares es:

- a) Natural
- b) Artificial**

7. Los residuos sólidos, pueden ser

- a) Urbanos
- b) Agrícolas y ganaderos
- c) Industriales
- d) Todos son ciertos**

8. La regla de las tres R, dice que hay que:

- a) Reducir, recomponer y reutilizar
- b) Reducir, reciclar y reutilizar**
- c) Recomponer, reciclar y reutilizar
- d) Recomponer, reciclar y reducir

9. Ataca a las estructuras metálicas y de cemento:

- a) El agujero de la capa de ozono
- b) La lluvia ácida**
- c) El efecto invernadero

10. La subida del nivel del mar, se debe al:

- a) El agujero de la capa de ozono
- b) La lluvia ácida
- c) El efecto invernadero**

11. Produce enfermedades cutáneas y cánceres:

- a) El agujero de la capa de ozono**
- b) La lluvia ácida
- c) El efecto invernadero

12. Los metales pesados, provienen de la actividad:

- a) Industrial
- b) Agraria
- c) Minera**
- d) Sanitaria

13. Los vertidos urbanos, aparición de espuma y toxicidad, se debe a vertidos de:

- a) Materia orgánica
- b) **Detergentes**
- c) Petróleo y derivados
- d) Plaguicidas

14. En el pretratamiento de una estación depuradora, se eliminan:

- a) **Restos voluminosos como palos, telas, plásticos, arenas, gravas, etc.**
- b) Sustancias en suspensión
- c) Materia orgánica
- d)

15. En España el contenedor de vidrio, es:

- a) Azul
- b) **Verde**
- c) Amarillo
- d) Gris

16. Clasifica los siguientes mecanismos en función si son de transmisión lineal o circular:

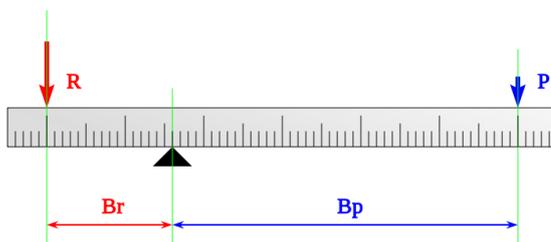
Polea, engranajes, ruedas de fricción, palanca, polipasto.

Mecanismo lineal	Mecanismo circular
Polea, palanca, polipasto	Engranajes, ruedas de fricción

17. Completa la palabra que falta indicando si se trata de una **palanca de primer, segundo o tercer grado**:

- Un cascanueces se trata de un mecanismo de **segundo grado**.
- Una caña de pescar es un mecanismo de **tercer grado**.
- Una carretilla es un mecanismo de **segundo grado**.
- Una pinza de la ropa es un mecanismo de **primer grado**.

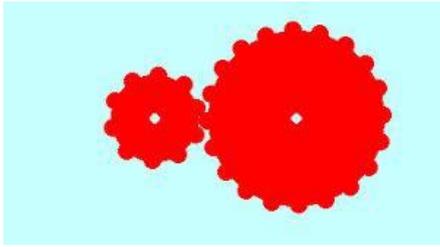
18. Dada la siguiente palanca calcula el valor de R:



Sabiendo que;
 $B_r = 16 \text{ mm}$
 $B_p = 44 \text{ mm}$
 $P = 16 \text{ N}$

- a) **44 N**
- b) 16 N
- c) 88 N
- d) 32 N

19. Dado el siguiente sistema de engranajes calcula la relación de transmisión:



- a) $i = 0,2$
- b) $i = 0,3$
- c) $i = 0,4$
- d) $i = 0,5$

20. Dada las siguientes afirmaciones indica las que son verdaderas (V) o falsas (F):

1. Los engranajes permiten transformar el movimiento circular entre 2 ejes próximos ya sean paralelos, perpendiculares o helicoidales
 - a. **V**
 - b. F
2. El conjunto biela-manivela transforma el movimiento circular en rectilíneo:
 - a. V
 - b. **F**
3. El sistema tornillo-tuerca se utiliza como elementos de unión en prensas:
 - a. **V**
 - b. F
4. El sistema piñón-cremallera es un mecanismo reversible:
 - a. **V**
 - b. F
5. En un sistema de engranajes la rueda motriz se llama también rueda de salida:
 - a. V
 - b. **F**