CEPA LOS LLANOS (ALBACETE) CURSO 2018/2019

MÓDULO 4

Ámbito Científico y Tecnológico

Bloque 10. Funciones. Transformaciones químicas, I+D+i.

Bloque 11 Trigonometría. Materia. Genética molecular.

Bloque 12. Probabilidad. Movimientos y fuerzas. Energía y trabajo.

- I N D I C E –

Bloque 10. Tema 1.

Funciones. Función lineal. Función Cuadrática.

ÍNDICE

1) Introducción

Comprender las matemáticas es necesario para insertarse adecuadamente en el mundo actual; pensar de forma lógica, sistemática y razonar nos sirve para solucionar problemas que precisan de conocimientos comunes para poder dar respuesta. Este tipo de comunicación necesita de un conjunto de habilidades para las cuales es fundamental el aprendizaje de las matemáticas y su lenguaje. Representar e interpretar, por ejemplo, son aspectos de la comunicación que ejercitarás en este bloque.

Este primer tema se forma con tres apartados diferenciados: una primera parte de **GENERALIDADES DE FUNCIONES**, otra segunda en la que tratamos la **FUNCIÓN LINEAL** y la última en la que estudiamos la **FUNCIÓN CUADRÁTICA**. En la primera, desarrollaremos la interpretación de las gráficas de funciones y los conocimientos previos que necesitaremos para desarrollar correctamente las funciones. En la segunda y tercera, se desarrolla el tratamiento de funciones lineales, afines y cuadráticas mediante situaciones y problemas de la vida cotidiana.

2) Funciones

El concepto de función es bastante abstracto, lo que hace complicada su definición y comprensión; sin embargo, sus aplicaciones son múltiples y muy útiles, lo que las hace muy importantes.

Por ejemplo, las funciones sirven para poder explicar muchos fenómenos que ocurren en disciplinas tan diferentes como la Física, la Economía o la Sociología.
A pesar de las dificultades, algunas características que poseen las funciones se entienden fácilmente cuando se representan gráficamente, por resultar entonces muy intuitivas, y eso es suficiente para poder analizar y resolver muchas cuestiones.

Existen multitud de fenómenos en nuestra vida cotidiana en los que aparecen relacionadas dos magnitudes. Pero, ¿recuerdas lo que es una **MAGNITUD**?, una magnitud es cualquier cualidad que se pueda medir y expresar mediante un número.

Por ejemplo, el precio de un billete en un medio de transporte y la distancia del viaje, son dos magnitudes que se relacionan entre sí porque ambas son cuantificables y el precio final del billete tiene relación con la distancia del viaje. Otros ejemplos serían el precio de un kilo de fruta o carne y el número de kilos que compramos; o la duración de un trayecto y la velocidad a la que vamos; el número de latidos del corazón en una unidad de tiempo… todas ellas son situaciones donde relacionamos dos magnitudes.
Muchas de esas relaciones se rigen por una ley de proporcionalidad, directa o inversa, pero hay otras muchas en las que la correspondencia entre ambas magnitudes es más complicada.
Esta relación funcional se puede establecer, muchas veces, mediante una expresión matemática o fórmula (**expresión algebraica o analítica de la función**), lo que nos permitirá trabajar de forma cómoda con ella. Otras veces viene dada mediante una **tabla de valores** donde aparecen los valores relacionados entre sí. En ocasiones tenemos la relación en forma de **gráfica**…

Una **función** es una relación existente entre dos magnitudes a través de una expresión matemática, de tal manera que a cada valor de la primera, a la que llamaremos **VARIABLE INDEPENDIENTE**, le corresponde un único valor de la segunda variable a la que llamaremos **VARIABLE DEPENDIENTE**.

Ejemplo:

El precio de un viaje en taxi viene dado por una parte fija, a la que llamamos bajada de bandera de 3€, y además 50 céntimos por cada minuto de duración del viaje. Si lo expresamos en forma de función sería: ***Y = f(x) =0,5X + 3****, siendo X el tiempo en minutos que dura el viaje e Y sería el resultado de lo que debemos pagar. Como podemos observar la función relaciona dos variables:* ***X*** *es la variable independiente e* ***Y*** *que es la variable dependiente (depende de los minutos que dure el viaje).*

En ella, **f** es el nombre que le ponemos a la función y podríamos llamarla usando otras letras (las que se usan más son “f”, “g” y “h”). Entre paréntesis va la **variable “x”** que representa el número de minutos que vamos en taxi, y ésta es la variable independiente puesto que nosotros elegimos libremente a dónde necesitamos ir. Por último, **la variable “y”** representa el precio que debemos pagar, y es la variable dependiente puesto que “depende” de cuántos minutos nos lleve llegar, es decir, depende de “x”.

La expresión, **f(x)** que se lee “f de x”, se suele usar con mucha frecuencia para designar a la variable dependiente porque:

1º) en ella se ve cuál es la variable independiente y, por tanto:

2º) resulta muy cómodo escribir cuánto nos costaría ir en taxi un tiempo concreto, por ejemplo, 15 minutos. Se expresaría “f de 15” y su valor es $f(15) = 0,5 \cdot 15+3 = 10,5$ €. (Sustituir en la expresión de la función la X por el valor 15)

Las funciones se representan sobre unos **ejes cartesianos o de coordenadas** para estudiar mejor su comportamiento.

Resumiendo: Una función la podemos expresar a través de su expresión algebraica o analítica, su tabla de valores o su gráfica. Y además, conocida una de ellas podemos ser capaces de concretar las otras.

EXPRESIÓN ALGEBRAICA

Y = f(x) = 0,5X + 3

TABLA DE VALORES

x	10	20	30
Y = 3 + 0,5X	**8**	**13**	**18**

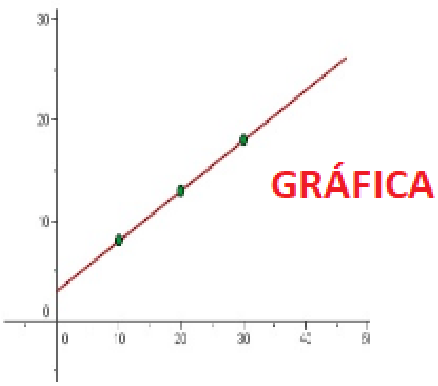


Imagen Nº 1. Representación de Funciones. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Existen diversos tipos de funciones, en este tema nos centraremos en las FUNCIONES LINEALES y CUADRÁTICAS, las que se representan gráficamente mediante una recta y una parábola, respectivamente. Pero antes de comenzar con ellas recordaremos algunos conceptos que necesitamos para empezar.

Ejercicio 1:

De las siguientes relaciones que se establecen entre dos variables, INDICA si SON FUNCIONES:

	S / N
a) El coste de comprar fruta y el número de kilos comprados.	
b) El coste de una llamada telefónica y su duración.	
c) Velocidad de un vehículo y tiempo empleado en recorrer una distancia determinada..	
d) Edad de una persona y su color de pelo.	
e) Color de un diario y número de páginas escritas.	
f) Cantidad de alumnos de una clase y número de aprobados.	
g) El sexo de una persona y la cantidad de cigarrillos diarios que fuma.	

Ejercicio 2:

Fíjate en las gráficas siguientes hay dos lineales y dos no lineales, indica cuál es de cada tipo:

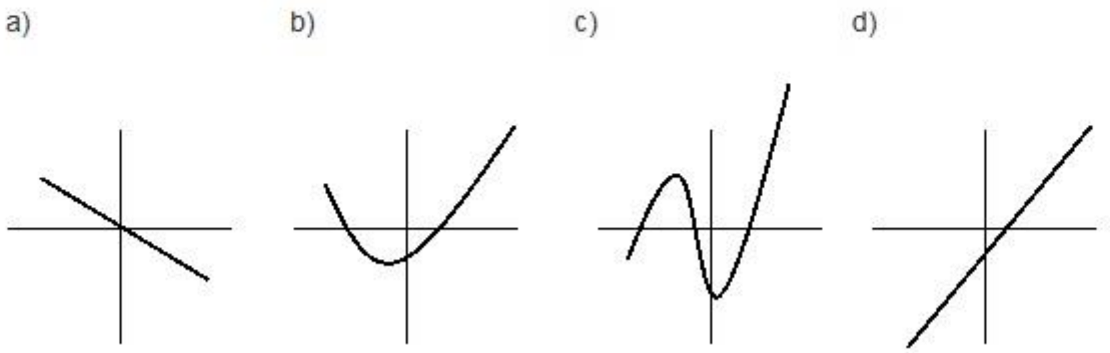


Imagen Nº 2. Gráficas. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 3:

Indica cuál es la variable dependiente (Y) y cuál la independiente (X) en las siguientes funciones:

a) El coste de comprar fruta y el número de kilos comprados.

DEPENDIENTE Y	INDEPENDIENTE X

b) El coste de una llamada telefónica y su duración.

DEPENDIENTE Y	INDEPENDIENTE X

c) Velocidad de un vehículo y tiempo empleado en recorrer una distancia determinada.

DEPENDIENTE Y	INDEPENDIENTE X

2.1. Ejes de coordenadas o cartesianos

Según estudiamos en el módulo anterior, cuando queremos representar gráficamente un número, los dibujamos sobre una recta, llamada recta numérica, en la cual establecemos un punto de referencia, que es el 0, a partir del cual trazamos los números positivos (hacia la derecha) y los negativos (hacia la izquierda).

Pues bien, si estamos trabajando con una única variable que toma valores numéricos y los queremos representar, lo haremos igualmente sobre dicha recta. Entonces diremos que estamos trabajando en una dimensión.

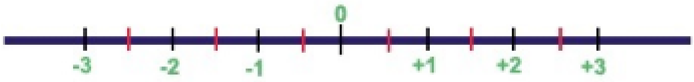


Imagen Nº 3. Recta. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Ahora bien, si trabajamos en el plano, necesitamos dos valores para referirnos a cualquier punto. Seguro que recuerdas el famoso juego de los barcos: tocado, hundido y agua. De la misma manera, si tenemos dos variables que están relacionadas (una función), que toman valores numéricos y los queremos dibujar, tendremos que utilizar dos rectas o ejes diferentes (cada uno para los datos correspondientes a una variable) y que sean secantes para poder establecer la relación entre ambas. Si las rectas se cortan de forma perpendicular, es más sencillo trabajar. El sistema de representación de puntos en el plano llamado **EJE DE COORDENADAS O EJES CARTESIANOS** está formado por dos ejes perpendiculares, uno horizontal llamado **EJE DE ABSCISAS**, donde se representan los valores de la variable independiente (que toma los valores libremente, y que suele llamarse “x”), y otro vertical llamado **EJE DE ORDENADAS**, donde se representan los valores de la variable dependiente (porque se calculan a partir de la otra, y que suele llamarse “y”). El punto donde se cortan ambos ejes se llama **ORIGEN DE COORDENADAS** y, al cortarse los dos ejes, el plano queda dividido en cuatro zonas, que se conocen como **CUADRANTES**, y que se nombran en el sentido contrario a las agujas del reloj empezando desde la parte positiva del eje de abscisas.

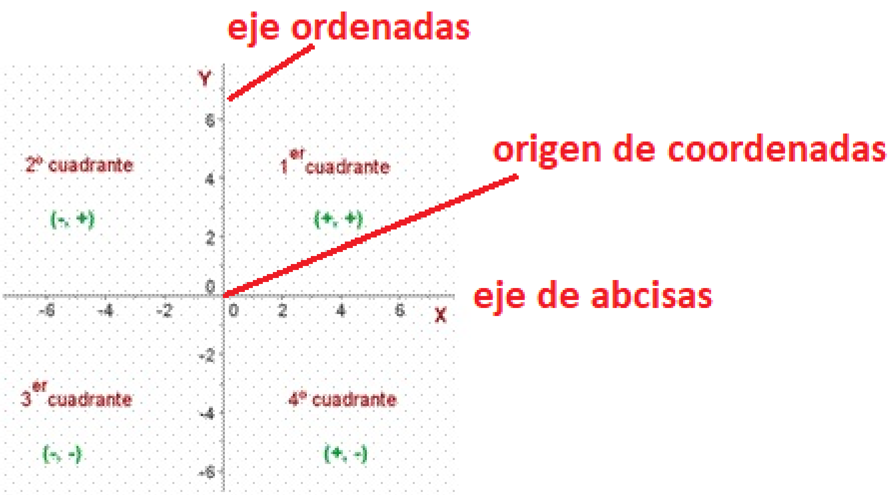


Imagen Nº 4. Ejes de coordenadas. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Una vez establecido el EJE DE COORDENADAS con respecto al cual poder situar los puntos, para llegar a uno en concreto partimos del origen de coordenadas al que llamamos punto "O", recorremos una determinada cantidad hacia la derecha o la izquierda y luego otra hacia arriba o hacia abajo. Así cada punto queda determinado por un par de números, la medida de los caminos realizados en ambas direcciones, a los que llamamos **COORDENADAS DEL PUNTO**. El origen de coordenadas, O, tiene de coordenadas: O (0, 0).

Las coordenadas de un punto A son un par ordenado de números reales **(x, y)**, siendo "x" la primera coordenada o abscisa (nos indica la distancia a la que dicho punto se encuentra del eje vertical) e "y" la segunda coordenada u ordenada (nos indica la distancia a la que dicho punto se encuentra del eje horizontal).
Cuando ese valor se toma hacia la izquierda o hacia abajo lo indicamos con un número negativo y si es hacia arriba o a la derecha lo indicamos con uno positivo, de la misma manera que hacíamos al representar los números en la recta.

De esta forma, cualquier punto del plano queda totalmente determinado mediante sus coordenadas y viceversa, a toda pareja ordenada de números le corresponde un punto del plano.

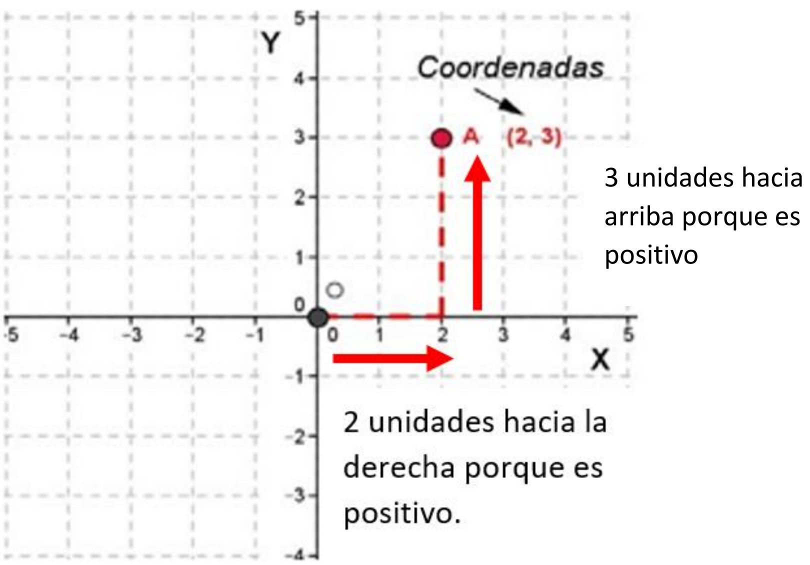
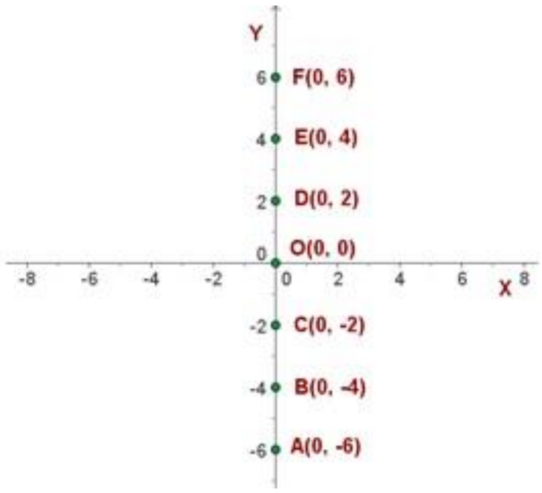


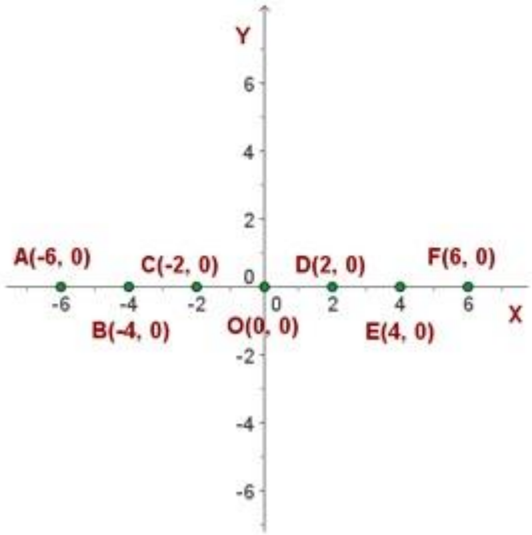
Imagen Nº 5. Coordenadas. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Es muy importante que domines todo lo relacionado con las coordenadas de los puntos. Así, debemos saber dibujar un punto en los ejes a partir de sus coordenadas y al revés, obtener las coordenadas a partir de su representación en los ejes.

Observa ahora algunas pautas que te ayudarán a realizar esas dos tareas más rápidas:



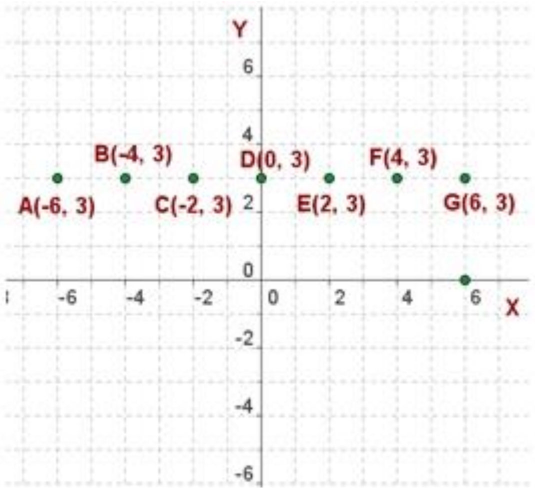
- Los puntos situados en el eje de ordenadas tienen su abscisa igual a 0.



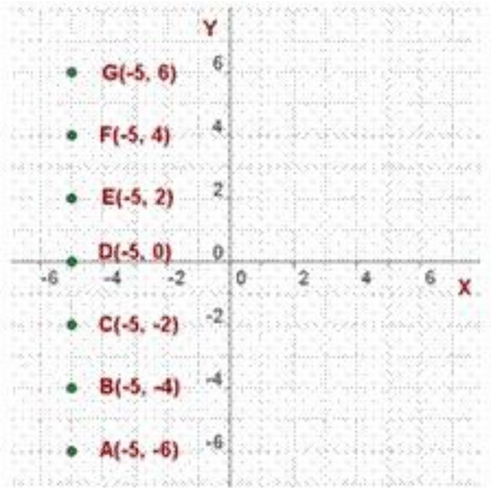
- Los puntos situados en el eje de abscisas tienen su ordenada igual a 0.

Imagen Nº 6. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

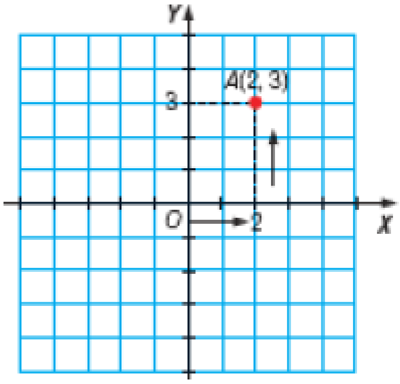
Imagen Nº 7. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

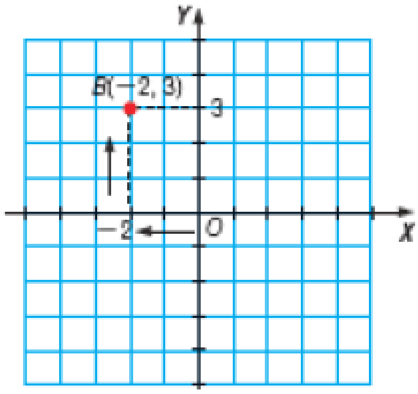


- Los puntos situados en la misma línea horizontal (paralela al eje de abscisas) tienen la misma ordenada.

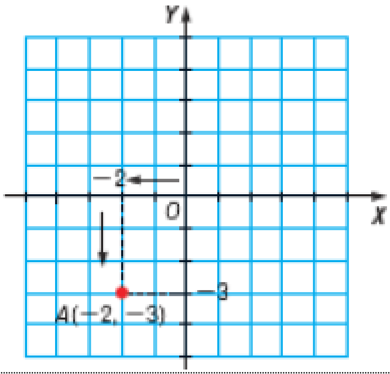


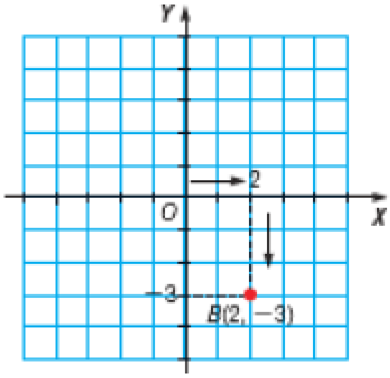
- Los puntos situados en una misma línea vertical (paralela al eje de ordenadas) tienen la misma abscisa.





- Los puntos del primer cuadrante tienen el valor de sus dos coordenadas positivas.
- Los puntos del segundo cuadrante tienen su abscisa negativa y su ordenada positiva.





- Los puntos del tercer cuadrante tienen ambas coordenadas negativas.
- Los puntos del cuarto cuadrante tienen su abscisa positiva y su ordenada negativa.

Imagen Nº 8. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

<u>Ejercicio 4</u>:

Escribe las coordenadas de los puntos dibujados en el siguiente eje de coordenadas:

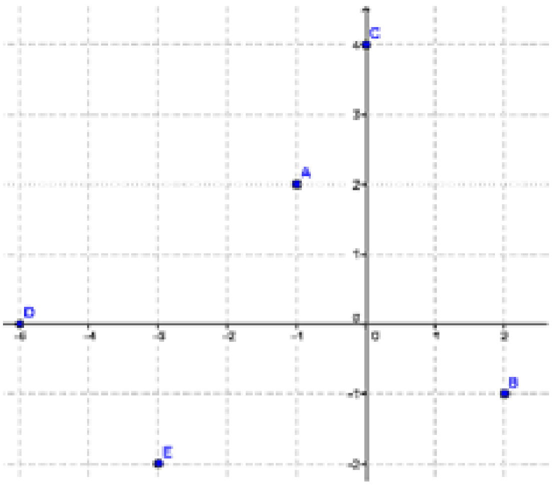


Imagen Nº 9. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Ejercicio 5:

Dibuja los siguientes puntos: A(1, 1) B(0, 0) C(2, 0) D(3, -3) E(-1, -3)

2.2. Tabla de valores o de datos

Una tabla es una representación de datos, mediante P**ARES ORDENADOS** que expresan la relación existente entre dos magnitudes o dos situaciones.

La siguiente tabla nos muestra la variación del precio de las patatas, según el número de kilogramos que compremos.

Kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10

La siguiente tabla nos indica el número de alumnos que consiguen una determinada nota en un examen.

Nota	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de alumnos	1	1	2	3	6	11	12	7	4	2	1

¿Cómo se completa una tabla de datos? Hay diferentes formas. Veámoslas:

1ª. Pues bien, nosotros **a partir de una gráfica** podemos obtener su tabla de valores. No hay más que identificar puntos que pertenezcan a la gráfica y determinar cuáles son sus coordenadas. Éstas serán los pares ordenados de la tabla. Veamos cómo se hace con un ejemplo. Supongamos que nos dan la siguiente gráfica:

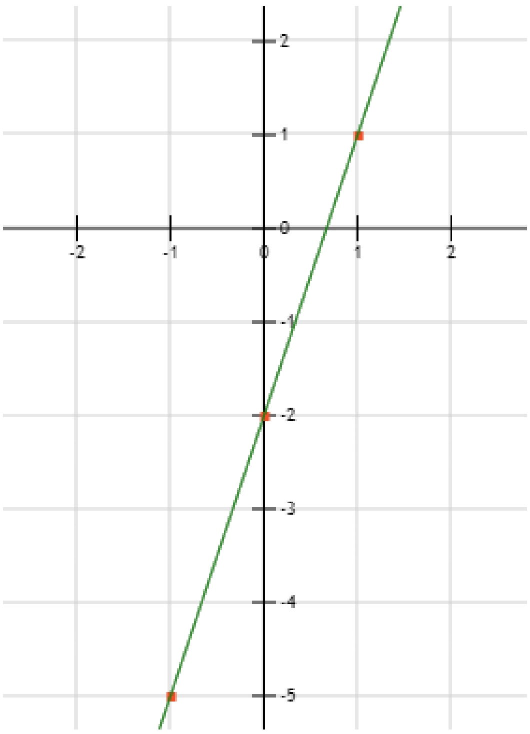


Imagen Nº 10. Gráfica. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Si nos fijamos bien nos aparecen tres puntos fáciles de localizar sus coordenadas. De izquierda a derecha serían: (-1,-5) ; (0,-2) ; (1,1).Estos tres puntos los podemos presentar en una tabla de valores como la que sigue:

x	-1	0	1
y	-5	-2	1

2ª. Cómo realizamos nuestra tabla de valores cuando en lugar de facilitarnos la gráfica nos dan la **expresión analítica o algebraica** de la función. Si continuamos con nuestro ejemplo, su expresión algebraica sería f(x)=3x-2. En este caso, lo que haremos será calcular el valor de la función para diferentes valores de x. Si no me exigen determinados valores para la x elegimos nosotros los que deseemos. ¿Cómo se hace esto?:

Si x= -1 → f(-1)= 3· (-1) -2 = -3-2 = -5 Si te das cuenta, lo que hacemos en sustituir el -1 por la x. Es decir, poner el -1 donde en la función aparece x, y después operamos. Así nos sale un par ordenado formado por: **(-1, -5)**

Si x= 0 → f(0)= 3· 0 -2= 0-2 =-2 → **(0, -2)**

Si x = 1 → f(1)= 3·1-2=3-2=1 → **(1, 1)**

Ahora ya tenemos nuestros tres pares ordenados que podemos situarlos en una tabla de valores:

x	-1	0	1
y	-5	-2	1

Ejercicio 6:

Completa los valores de la siguiente tabla:

Kg de limones	0	4		7	8	
Precio en €	0	2	5			1,5

Ejercicio 7:

Completa los valores de la siguiente tabla:

Valor	0	-2	2	1	-3	☐ ó ☐	3
Valor al cuadrado	0	4	4			16	

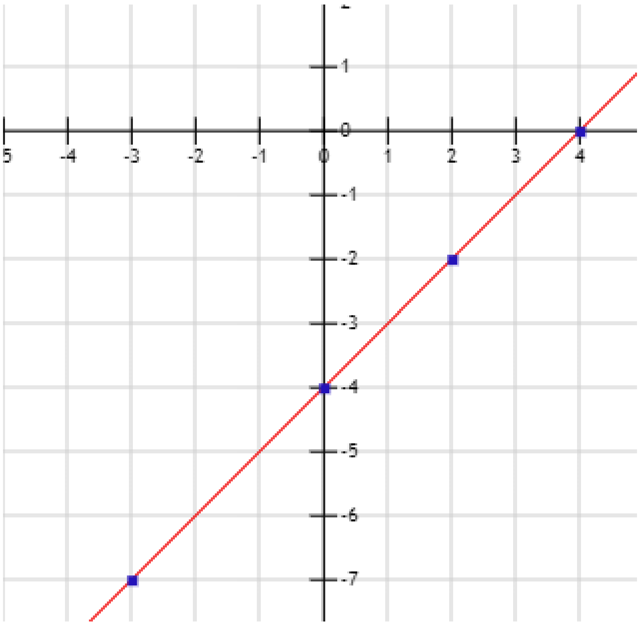
Ejercicio 8:

A partir de las siguientes expresiones algebraicas, obtén una tabla de valores de 5 puntos:

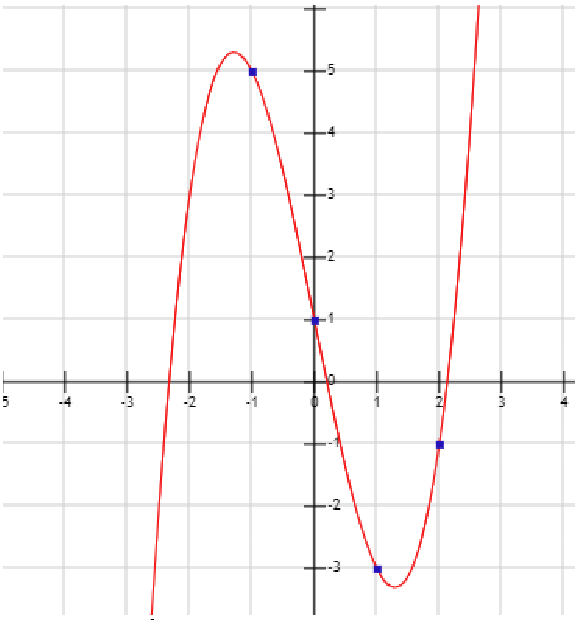
a) f(x)= 4x-2 b) f(x)= x^2+ 2x - 5

Ejercicio 9:

A partir de las siguientes gráficas, obtén una tabla de valores:



b) GRÁFICA 2



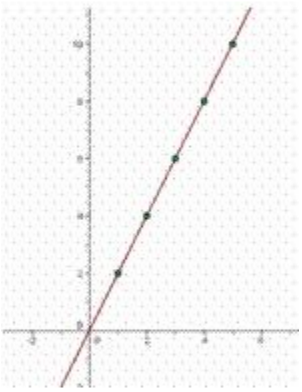
a) GRÁFICA 1

Imagen Nº 11. Gráficas. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

2.3. Gráficas

Una gráfica es la representación en unos ejes de coordenadas de los pares ordenados de una tabla. Las gráficas describen relaciones entre dos variables. La variable que se representa en el eje horizontal se llama variable independiente o variable x. La que se representa en el eje vertical se llama variable dependiente o variable y. La variable y está en función de la variable x.

Una vez realizada la gráfica podemos estudiarla, analizarla y extraer conclusiones. Para interpretar una gráfica, hemos de observarla de izquierda a derecha, analizando cómo varía la variable dependiente y, al aumentar la variable independiente, x.



Kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10

Imagen Nº 12. Gráfica y Tabla de Datos. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

En esa gráfica podemos observar que a medida que compramos más kilos de patatas el precio se va incrementando.

Nota	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Nº de alumnos	**1**	**1**	**2**	**3**	**6**	**11**	**12**	**7**	**4**	**2**	**1**

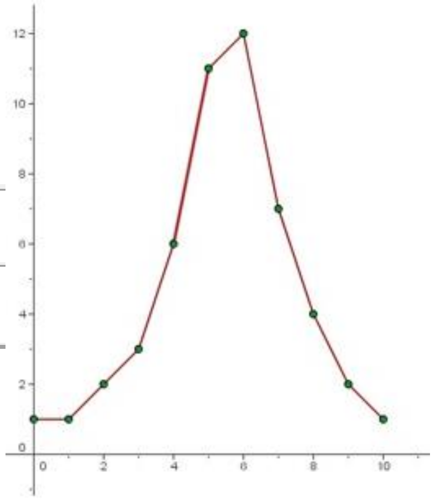


Imagen Nº 13. Gráfica y Tabla de Datos. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

En esta gráfica observamos que la mayor parte de los alumnos obtienen una nota comprendida entre 4 y 7.

Al igual que hicimos con la tabla de valores, también podemos representar gráficamente una función a partir de la expresión algebraica. Para ello, primero haremos nuestra tabla de valores, y una vez que tenemos esos pares ordenados procederemos a dibujar esos puntos en nuestros ejes cartesianos.

Ejemplo:

Imagina que nos dan la expresión de una función: f(x)=2x+1 y nos piden representarla. Primero, haremos nuestra tabla de valores, y para ello debemos calcular el valor de la función para diferentes valores de x. Valores que elegiremos nosotros.

Valor de X	Cálculo del valor de y para un valor determinado de x y = f(x)	pares ordenados
x=-1	f(-1)=2·(-1)+1=-2+1=-1	(-1,-1)
x=0	f(0)=2·0+1=0+1=1	(0,1)
x=1	f(1)=2·1+1=2+1=3	(1,3)

Ahora, hacemos nuestra tabla de valores con nuestros pares ordenados:

x	-1	0	1
y	-1	1	3

Una vez que tenemos nuestra tabla de valores, dibujamos unos ejes cartesianos y sobre él situamos nuestros puntos, teniendo siempre presente que la primera coordenada del punto corresponde con el valor en el eje X y la segunda con el del eje Y:

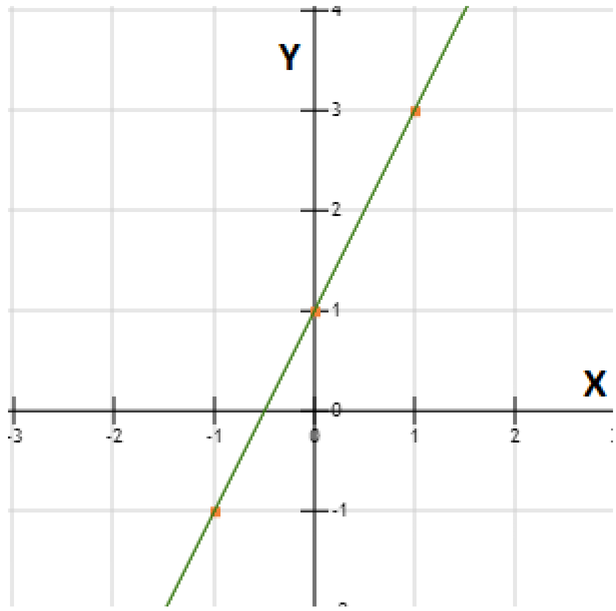


Imagen Nº 14. Gráfica. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Ejercicio 10:

Dibuja en el plano cartesiano los valores de la siguiente tabla y, una vez dibujada, indica qué tipo de figura corresponde a la gráfica de la función:

x	-4	-2	0	1	3
$f(x)$	-10	-4	2	5	11

Ejercicio 11:

A partir de la siguiente expresión algebraica representa su gráfica: f(x)= 5x-9

2.3.1. Características de las gráficas

a) Gráfica creciente.

Una gráfica es creciente si al aumentar la variable independiente también aumenta la dependiente. Es decir, si aumenta el valor de la X también aumenta el valor de la Y.

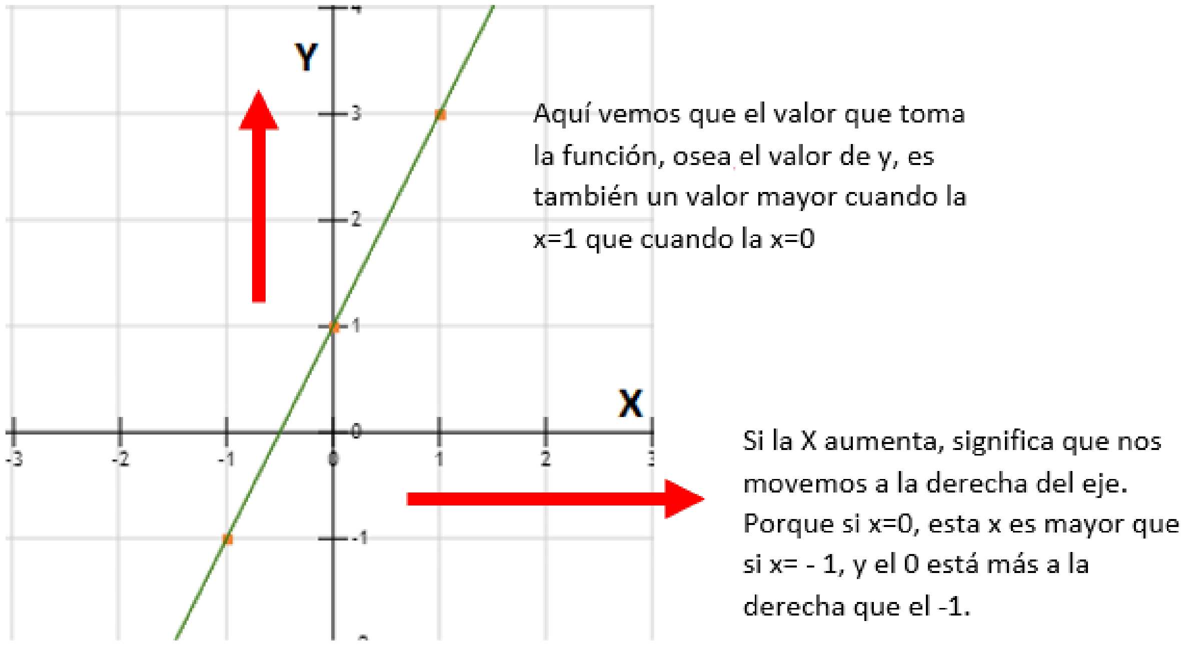


Imagen Nº 15. Gráfica Creciente. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

b) Gráfica decreciente.

Una gráfica es decreciente si al aumentar la variable independiente disminuye la otra variable. Es decir, si aumentamos el valor de la x veremos que el respectivo valor de la y es menor que el anterior.

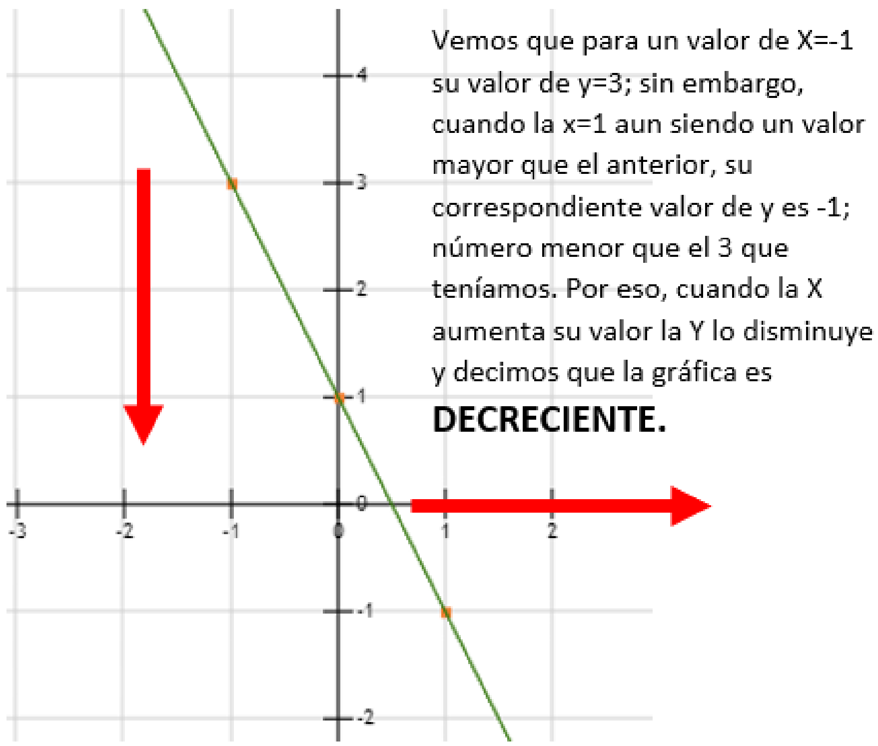


Imagen Nº 16. Gráfica Decreciente. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

c) **Gráfica constante**.

Una gráfica es constante si al variar la variable independiente la otra permanece invariable (tiene siempre el mismo valor).

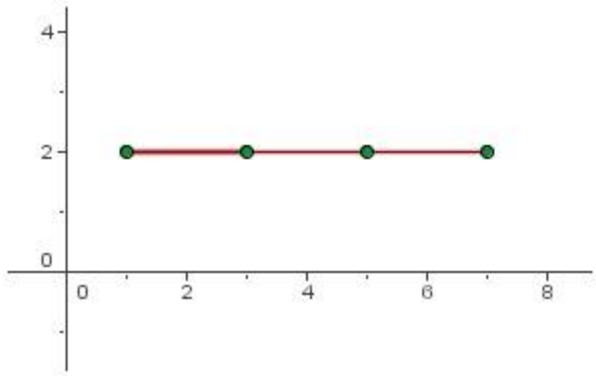


Imagen Nº 17. Gráfica Constante. Fuente: Imagen desconocida

Una gráfica puede tener a la vez partes constantes, crecientes y decrecientes.

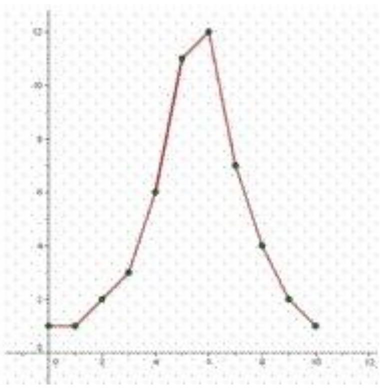


Imagen Nº 18. Gráfica. Fuente: Imagen desconocida

d) Máximos y mínimos.

Una función tiene un **MÁXIMO** en un punto cuando su ordenada es mayor que la ordenada de los puntos que están alrededor de él. A la izquierda del máximo la función es creciente, mientras que a su derecha la función decrece.

Una función tiene un **MÍNIMO** en un punto cuando su ordenada es menor que la ordenada de los puntos situados alrededor de él. A la izquierda del mínimo la función es decreciente, y a la derecha creciente.

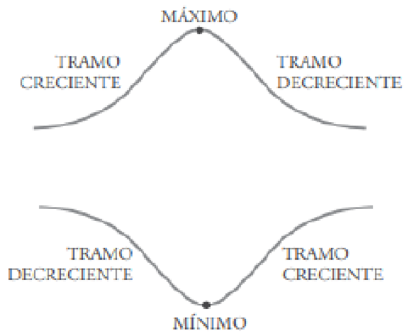


Imagen Nº 19. Máximos y mínimos. Fuente: Imagen desconocida

Por ejemplo, si tenemos una gráfica como la que hay a continuación, podemos estudiar en qué tramos la función es creciente, decreciente y si tienen máximos o mínimos.

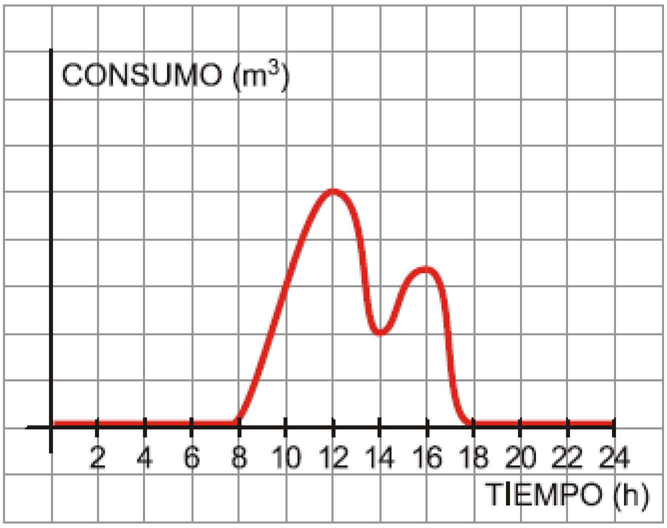


Imagen Nº 20. Gráfica.

Vemos que la gráfica presenta dos TRAMOS CONSTANTES, desde las 0h hasta las 8h y desde las 18h hasta las 24h. En ambos casos, el consumo de agua siempre se mantiene a cero. Por otro lado, tenemos otros dos TRAMOS CRECIENTES, desde las 8h a las 12h y desde las 14h a las 16h. Razonando de forma parecida, vemos que hay dos TRAMOS DECRECIENTES, desde las 12h a las 14h y desde 16h a las 18h. ¿Cómo escribimos eso de forma matemática?:

$$si\ x\ \epsilon(0,8)\cup(18,24)\ la\ funcion\ es\ CONSTANTE$$
$$si\ x\ \epsilon(8,12)\cup(14,16)\ la\ funcion\ es\ CRECIENTE$$
$$si\ x\ \epsilon(12,14)\cup(16,18)\ la\ funcion\ es\ DECRECIENTE$$

Si intentamos buscar los máximos y los mínimos, veremos que tenemos un consumo MÁXIMO de agua cuando son las 12h (consumiendo 5m^3), y corroboramos que a la izquierda de ese punto la función es creciente pero a su derecha es decreciente. Hay otro MÁXIMO a las 16h (consumiendo 3,25 m^3), pero como en esa hora el consumo es menor que a las 12 decimos que el MÁXIMO es RELATIVO. Si nos fijamos, cuando se cumplen las 14h hay un MÍNIMO (donde se consume 2 m^3), ya que a su izquierda la función decrece y a su derecha la función crece. Esto lo escribiríamos:

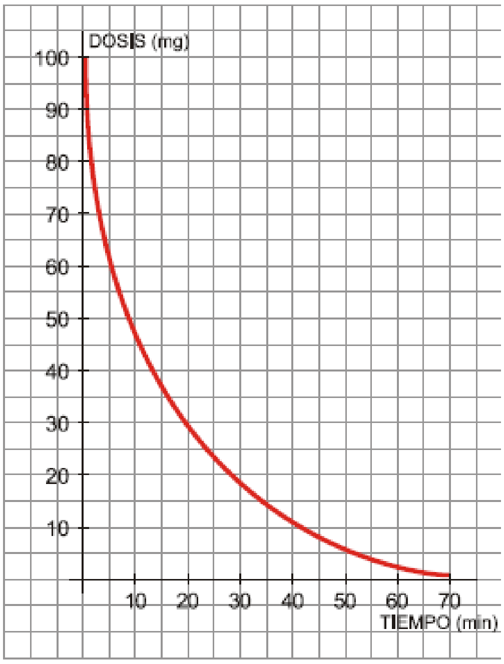
$$En\ x=12\ \exists\ un\ MAXIMO \rightarrow (12,5)$$
$$En\ x=16\ \exists\ un\ MAXIMO\ RELATIVO \rightarrow (16;\ 3,25)$$
$$En\ x=14\ \exists\ un\ MINIMO\ \rightarrow (14;\ 2)$$

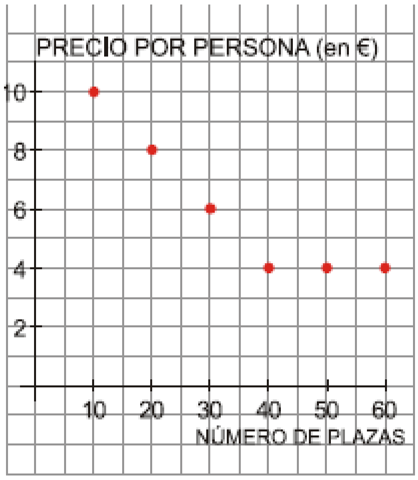
e) **<u>Continuidad y discontinuidad</u>**.

Una función es **CONTÍNUA** cuando la variable independiente y dependiente pueden tomar todos los valores que existen en un tramo de la recta real.

Por ejemplo, si representamos el precio que pagamos por la compra de patatas al peso, vemos que podemos comprar 1kg o 2kg de patatas, pero también las patatas pueden pesar todos los valores intermedios que hay entre 1 y 2.

Sin embargo, si en lugar de comprar las patatas al peso las compramos solo por unidades, nosotros sólo podemos comprar 1 o dos patatas, pero no los valores intermedios que hay entre ambos. Entonces decimos que la función es **DISCONTÍNUA**.

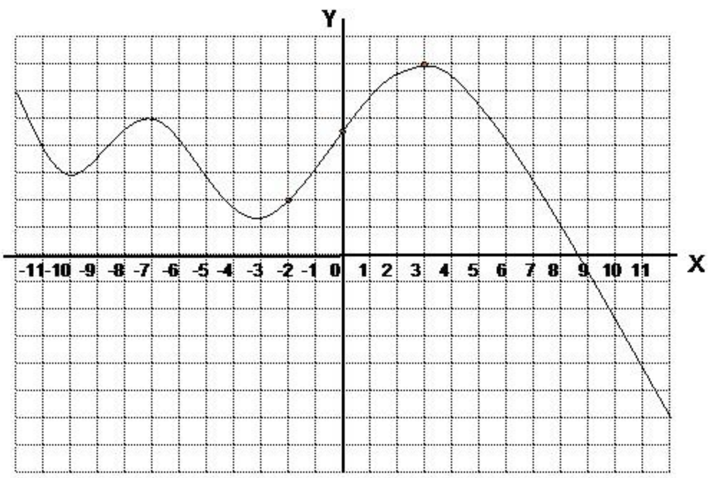




- Gráfica CONTÍNUA.
- Gráfica DISCONTINUA

Imagen Nº 21. Gráficas.

<u>Ejercicio 12</u>: Observa la gráfica siguiente y determina:



a) El valor de "y" (valor de la función) en los puntos x = -2 , x = 0 y x = 3.

b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento

c) Los valores de x en los que se alcanzan puntos de máximo o de mínimo.

Imagen Nº 22. Gráfica.

3) Interpretación de gráficas

Interpretar una gráfica es extraer información de ella a través de su estudio, de izquierda a derecha; aplicando todo lo visto en el apartado de características de las gráficas.

Veamos cómo trabajar este apartado con un ejemplo.

Ejemplo:

Las siguientes gráficas corresponden al ritmo que han seguido cuatro personas en un determinado tramo de una carrera. Asocia cada persona con su gráfica:

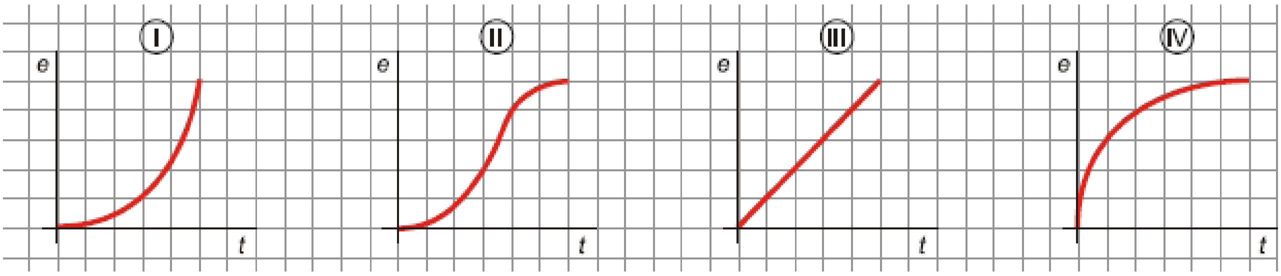


Imagen 23: Gráficas.

Mercedes: Comenzó con mucha velocidad y luego fue cada vez más despacio.

Carlos: Empezó lentamente y fue aumentado gradualmente su velocidad.

Lourdes: Empezó lentamente, luego aumentó mucho su velocidad y después fue frenando poco a poco.

Victoria: Mantuvo un ritmo constante.

La respuesta sería:

Mercedes→	IV
Carlos→	I
Lourdes→	II
Victoria→	III

Pero ¿por qué? Que hemos tenido que pensar para responder así. Para eso lo primero que tenemos que hacer es fijarnos muy bien en las magnitudes que se representan en ambos ejes. En este caso es una gráfica espacio/tiempo, esto significa que puedo ver cómo avanzan en su recorrido conforme transcurre el tiempo. Así por ejemplo, la gráfica III corresponde a alguien que siempre ha corrido a la misma velocidad porque su avance es siempre igual: cada cuadrado en el eje X se corresponde con el mismo aumento en el eje Y. Por eso es la gráfica de Victoria.

La gráfica IV corresponde a alguien que al principio corre muy rápido porque en un solo cuadrado de avance en el eje x vemos que aumenta mucho la Y pero a partir del segundo cuadrado en la x vemos que la Y no crece al mismo ritmo que al principio. Es la que le corresponde a Mercedes.

Si nos fijamos bien, la gráfica I hace justamente lo contrario, al comienzo aumenta muy poco la Y pero después sube muy rápido. La de Carlos.

Y en la gráfica II el comienzo es el mismo o muy parecido a la de la gráfica I, pero llega un momento en el que el aumento del valor en el eje Y vuelve a "relajarse". Por este motivo, es la de Lourdes.

Veamos otro estilo de ejercicio posible:

La siguiente gráfica representa una excursión en autobús de un grupo de estudiantes, reflejando el tiempo (en horas) y la distancia al instituto (en kilómetros):

a) ¿A cuántos kilómetros estaba el lugar que visitaron?

b) ¿Cuánto tiempo duró la visita al lugar?

c) ¿Hubo alguna parada a la ida? ¿Y a la vuelta?

d) ¿Cuánto duró la excursión completa (incluyendo el viaje de ida y el de vuelta)?

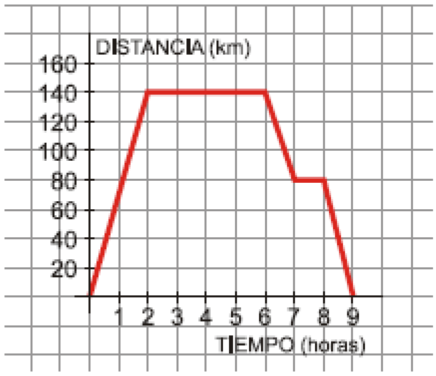


Imagen 24: Gráfica.

SOLUCIÓN:

a) Para responder tenemos que fijarnos en el eje dónde se represente la distancia, en este caso es el Y. El mayor valor que se logre en la gráfica corresponde con la distancia al lugar, en este caso 140 km.

b) Si están visitando algún sitio, mientras están allí, no se alejan del instituto por lo que la distancia al centro de 140 km se mantiene constante. Por eso debemos buscar un tramo constante alejado lo máximo posible, ese tramo es desde la hora 2 a la 6; por tanto, están 4 horas visitando el lugar.

c) Mientras que se dirigen al lugar de visita la distancia al centro debe ir aumentando hasta que lleguen. Así vemos, que ese trayecto lo hacen sin ningún tramo constante, lo que significa que no hay paradas. Sin embargo, cuando vuelven, vemos que la distancia al centro disminuye y por eso la gráfica es decreciente, pero de la 7ª hora a la 8ª, la función no decrece sino que se mantiene constante; esto significa que hacen una parada a la vuelta de 1 hora de duración.

d) Aquí debemos fijarnos en el eje donde se representa el tiempo y ver cuál es la hora más alejada del principio; en nuestro caso tardan 9 horas en hacer todo el viaje.

A continuación te representamos de nuevo la gráfica indicando en qué parte de la misma debemos mirar para responder a cada apartado:

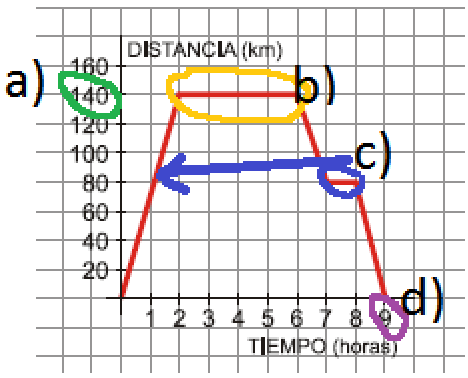


Imagen 25: Gráfica

<u>Ejercicio 13</u>:

Dependiendo del día de la semana, Rosa va al instituto de una forma distinta:

- El lunes va en bicicleta.
- El martes, con su madre en el coche (parando a recoger a su amigo Luis).
- El miércoles, en autobús (que hace varias paradas).
- El jueves va andando.
- Y el viernes, en motocicleta.

a) Identifica a qué día de la semana le corresponde cada gráfica:

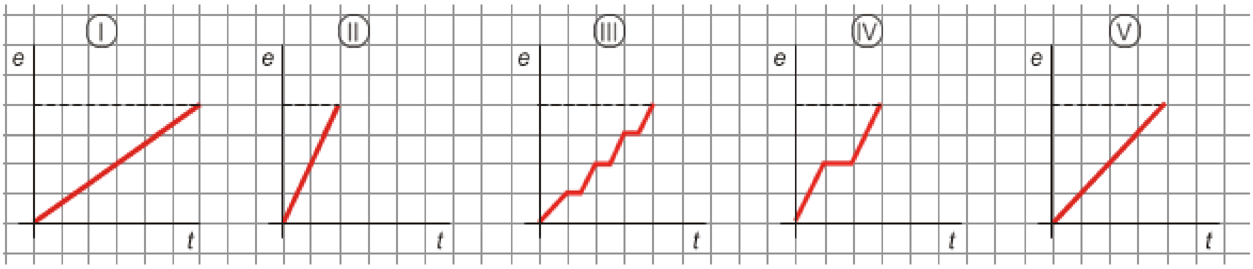


Imagen 26: Gráficas.

b) ¿Qué día tarda menos en llegar? ¿Cuál tarda más?

c) ¿Qué día recorre más distancia? Razona tu respuesta.

Ejercicio 14:

La siguiente gráfica muestra el crecimiento de una persona (midiéndola cada cinco años)

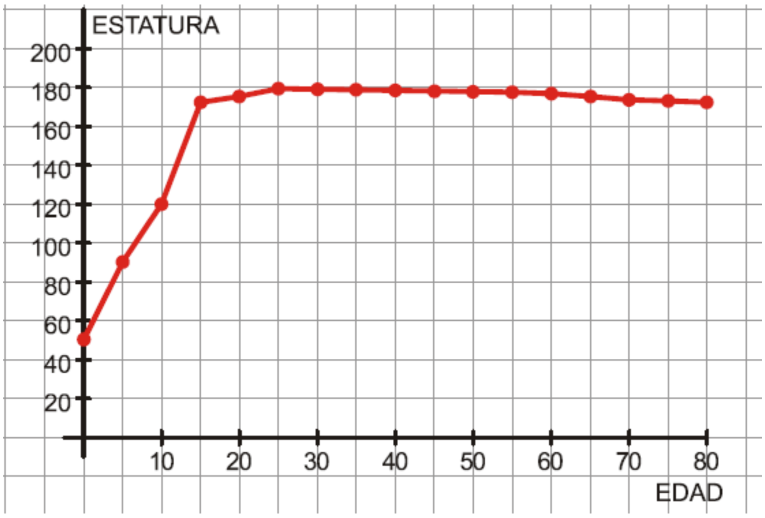


Imagen 27: Gráfica.

a) ¿Cuánto mide al nacer?
b) ¿A qué edad alcanza su estatura máxima?
c) ¿Cuándo crece más rápido?
d) ¿Por qué hemos podido unir los puntos?

4) Función lineal

Una función LINEAL es aquella función en la que la relación entre las dos variables viene dada por un polinomio de grado menor o igual a uno y su representación en una gráfica corresponde a UNA RECTA.

Existen tres tipos de funciones lineales: LA DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA o LINEAL, LA AFÍN Y LA CONSTANTE.

La función **LINEAL** O DE **PROPORCIONALIDAD DIRECTA** es del tipo: **y = mx,** la **AFÍN** es del tipo: **y = mx+n**,y donde en ambos casos m y n son números reales y la **CONSTANTE** del tipo **y = n**. Si nos damos cuenta, la función lineal es un caso particular de la afín, es decir, la lineal es una función afín en la que el valor de n es cero. De forma similar, a la constante también le ocurre lo mismo, es como la afín pero el valor de m = 0.

Ejercicio 15:

Completa las tablas siguientes utilizando la función lineal que se indica en cada caso:

a) f(x) = 3x

x	-2	0	2
f(x)			

Ejercicio 16:

Completa las tablas siguientes utilizando la función lineal que se indica en cada caso:

b) f(x) = -x

x	-2	0	2
f(x)			

Ejercicio 17:

Representa gráficamente las funciones lineales de los ejercicios 15 y 16.

4.1. Función lineal o de proporcionalidad directa

Comenzaremos estudiando la **FUNCIÓN LINEAL** o de **PROPORCIONALIDAD DIRECTA**:

En estas funciones cada valor de "y" conserva una misma proporción respecto al de "x". Es decir:

y = 3 x → (y es el triple de x)

y = -2 x → (y es el opuesto del doble de x)

y = x → (función identidad: y es igual a x)

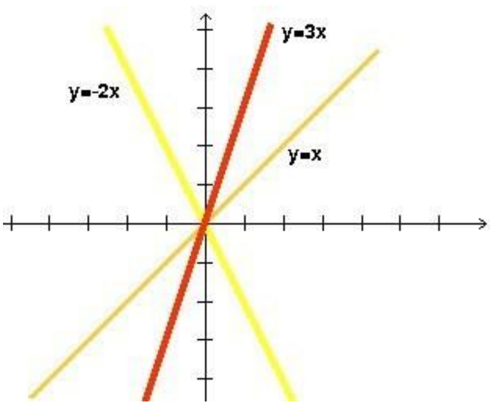


Imagen 28: Gráfica funciones lineales

Para identificar su gráfica lo tenemos muy fácil, tan sólo tenemos que darnos cuenta de que es una línea **recta que pasa por el origen de coordenadas**.

Fíjate en la siguiente función: $y = 2x$. Tenemos su tabla de valores y su gráfica:

x	0	1	2	3	4
y = 2x	0	2	4	6	8

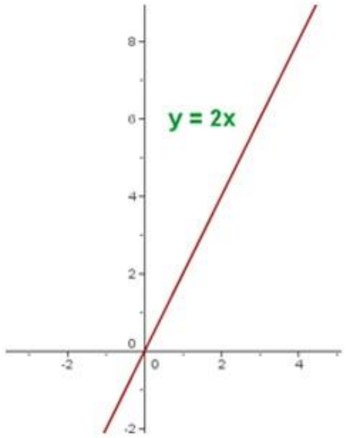


Imagen 29: Función lineal y tabla de datos.

Si nos damos cuenta, en su tabla de valores veremos que existe una relación de proporcionalidad entre el valor de la Y y el valor de la X:

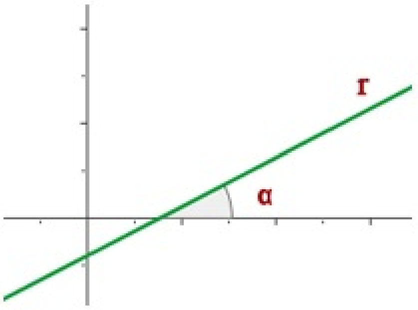
$$\frac{VALOR\ Y}{VALOR\ X} = CONSTANTE = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = 2$$

Pendiente

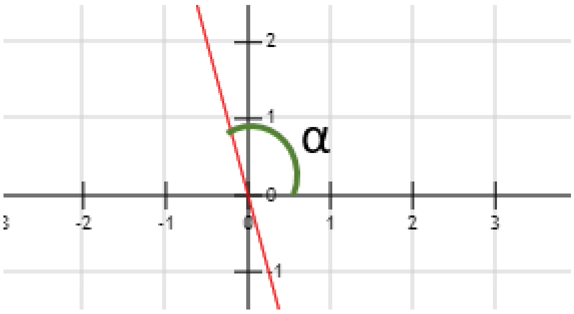
La pendiente es la inclinación de la recta con respecto al eje de abscisas. Expresa el aumento o la disminución de la variable dependiente por cada unidad de la variable independiente. Si la función nos la dan a través de su expresión algebraica podemos saber la pendiente fácilmente, ya que la identificamos como el coeficiente que acompaña a la X en la expresión. Así en la función y=2x el coeficiente que acompaña a la x es el 2 y por tanto la pendiente de esta función es m=2.

Observa que la pendiente la denominamos por la letra m.

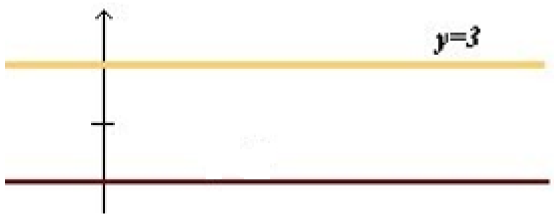
Si m > 0 (esto significa: "si la pendiente es positiva") la función es CRECIENTE y el ángulo que forma la recta con la parte positiva del eje OX es agudo. Sin embargo, si m < 0 (si la pendiente es negativa), la función es DECRECIENTE y ángulo que forma la recta con la parte positiva del eje OX es obtuso. En las funciones constantes, es decir, aquellas que son paralelas al eje x decimos que su pendiente es cero.



Función CRECIENTE m>0



Función DECRECIENTE m<0



Función CONSTANTE m=0

Imagen 30: Pendiente de la función lineal.

¿Qué nos indica la pendiente en una gráfica? Pues ya hemos dicho que nos informa de la inclinación de la recta. Esto implica que aunque no sepamos a primera vista cómo obtener el valor numérico de la pendiente en una gráfica, podemos decir cuál de las rectas tendrá mayor o menor pendiente en función de la misma. Por ejemplo, supongamos que nos dan la siguiente gráfica con tres rectas representadas:

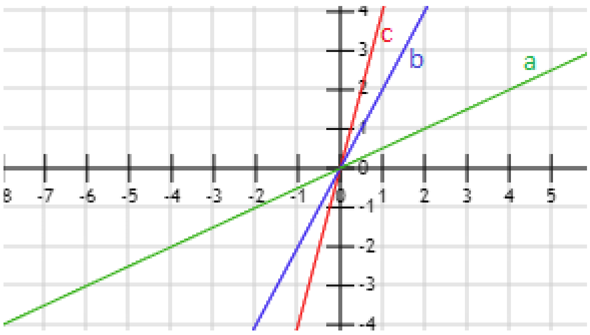


Imagen 31: Funciones lineales.

En ninguna de ellas vemos cuál es el valor numérico de su pendiente, pero podemos afirmar que como la recta c es la que tiene una mayor inclinación el valor de su pendiente será mayor que el de la b, y el de ésta mayor que el de la a. Además de decir que las tres son crecientes puesto que el ángulo que forman con la parte positiva del eje de abscisas es agudo; y por esa razón, las tres funciones lineales tendrán pendientes positivas.

Entonces, ¿no podemos saber el valor de la pendiente si no tenemos la expresión gráfica? Pues claro que podemos. Simplemente tendremos que realizar algunos cálculos. Veamos cómo.

a) CÁLCULO DE LA PENDIENTE (m) SI SÓLO TENEMOS SU GRÁFICA:

En este caso, tenemos que obtener de la gráfica las coordenadas de dos puntos que pertenezcan a la recta. Con esos puntos que llamaremos A(x_1 , y_1) y B(x_2 , y_2); calculamos la pendiente aplicando la siguiente fórmula:

$$m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

Aclarar que el símbolo Δ en matemáticas significa variación o incremento, por tanto, si tenemos escrito: Δy ; esto se leería como "variación de y". Esa variación representa la resta de dos cosas. Lo verás más claro con un ejemplo, si decimos que hoy la temperatura es de 23 ºC y ayer fue de 17ºC decimos que la variación de temperatura de ayer a hoy ha sido de 6 grados, porque 23-17=6. Esto llevado a las funciones, significaría la variación entre la ordenada de dos puntos pertenecientes a la recta.

Observa cómo se hace con un ejemplo:

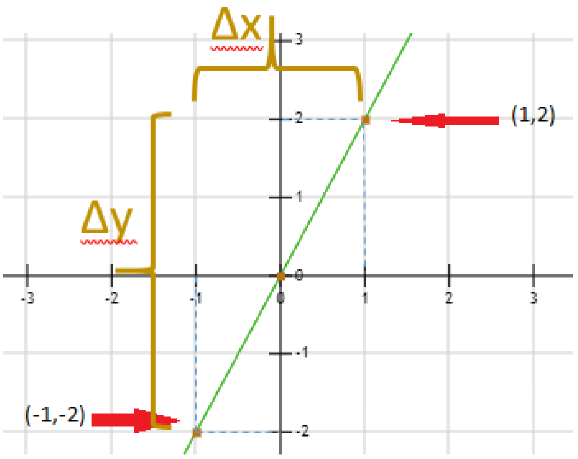


Imagen 32: Cálculo de la pendiente de una función lineal.

En la gráfica tenemos una recta creciente, es decir, con pendiente positiva, pero no sabemos cuál es su valor. Nos fijamos en la recta y escogemos dos puntos que nos resulten sencillos de obtener sus coordenadas, mirando con qué valor se corresponde ese punto para el eje X (primera coordenada) y para el eje Y (segunda coordenada). Así obtenemos los puntos: (-1,-2) y (1,2). Si aplicamos la fórmula obtenemos el valor de la pendiente, que en este caso sería m=2:

$$m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{2-(-2)}{1-(-1)}=\frac{2+2}{1+1}=\frac{4}{2}=2$$

b) CÁLCULO DE LA PENDIENTE (m) SI SÓLO TENEMOS DOS PUNTOS QUE PERTENECEN A LA RECTA:

En este caso nos ahorramos el paso de tener que mirar en la gráfica y obtener los puntos de ella. Por lo demás procederemos como antes. Al tener dos puntos podemos aplicar la fórmula de la pendiente.

RESUMIENDO:

1.- Las funciones lineales o de proporcionalidad directa son de la forma y=mx, donde m es la pendiente de la recta.

2.- Si m>0 la función es creciente

3.- Si m<0 la función es decreciente

4.- Todas las funciones lineales pasan por el origen de coordenadas, es decir, el punto (0,0) pertenece a todas las funciones lineales.

5.- Para calcular el valor de la pendiente a partir de la gráfica o a partir de dos puntos de la recta debemos aplicar:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

6.- Si nos dan la expresión algebraica de la función, la pendiente la vemos directamente en el valor del número que acompaña a la X.

Ejercicio 18:

En las siguientes funciones indica cuál es su pendiente y además en función de la misma especifica si la función es creciente o decreciente:

a) y= 3x b) y = -x

Ejercicio 19:

En la siguiente representación indica qué tipo de funciones hay razonando matemáticamente tu respuesta y además escribe cuál de esas rectas es la de mayor pendiente justificando tu respuesta.

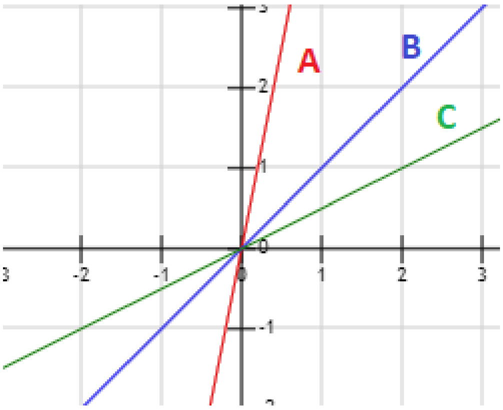


Imagen 33: Funciones lineales.

Ejercicio 20:

Calcula la pendiente de la siguiente función lineal:

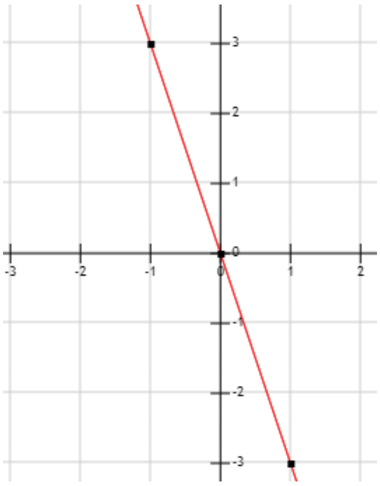


Imagen 34: Función lineal.

Ejercicio 21:

Calcula la pendiente de una recta que pasa por los puntos A(2,-4) y B(6,-1)

4.2. Función afín

La función afín es del tipo: **y = mx + n**, donde m es la pendiente de la recta y n es la **ORDENADA EN EL ORIGEN,** ésta es el punto en el que corta la recta al eje Y, y lo escribimos como un punto (0, n).

Observa en la siguiente gráfica:

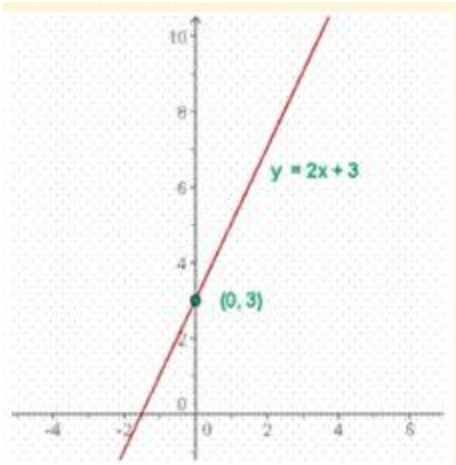


Imagen 35: Función lineal

El punto en el que la recta corta al eje Y es el punto (0,3); y este punto es la ordenada en el origen de la función y=2x+3. Si te fijas en la expresión algebraica de la función, n=3 y m=2; por tanto, la pendiente de la función es 2 y la coordenada y de la ordenada en el origen es 3.

Cabe destacar que en las funciones afines no se cumple la proporcionalidad directa que hemos visto en las anteriores. Veamos un ejemplo:

Metros cúbicos de agua consumida	1	3	5	10	15	...	x
Precios de la factura sin IVA	13	19	25	40	55	...	$3x + 10$

En la tabla podemos comprobar que no se cumple una proporción directa entre los valores de y y los de x; es decir:

$$\frac{13}{1} \neq \frac{19}{3} \neq \frac{25}{5} \neq \frac{40}{10} \neq \frac{55}{15}$$

En este caso, si representamos los pares ordenados de la tabla, obtenemos la siguiente gráfica:

Imagen 36: Gráfica función lineal del consumo de agua.

La gráfica es una recta que comienza en el punto (0,10) y por tanto éste es la ordenada en el origen. Así podemos saber que la expresión matemática de esta función es de la forma: y=mx+10. Si interpretamos la gráfica, esto significa que con un consumo cero de agua tendremos que pagar de todos modos 10€. Por tanto, lo que pagamos por el agua no es proporcional a lo que consumimos, sino que siempre hay una cantidad fija (10€) que tendremos que pagar independientemente de lo que consumamos.

¿Cómo obtenemos el valor de m? Pues aplicando la fórmula de la pendiente que ya hemos visto. Si lo hacemos obtenemos que la pendiente es 3:

$$m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{25-40}{5-10}=\frac{-15}{-5}=3$$

Dos rectas paralelas tienen la misma pendiente y por tanto, el coeficiente que acompaña a la X será el mismo:

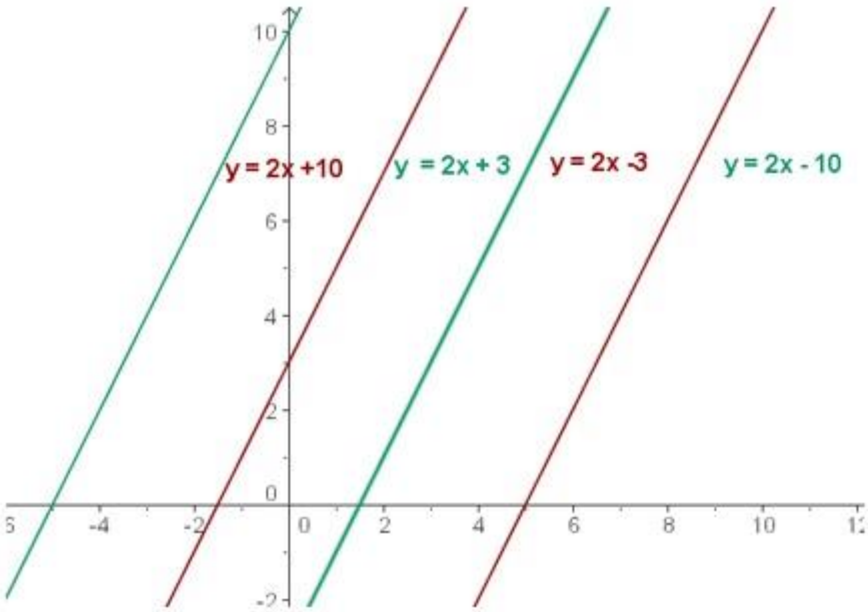


Imagen 37: Gráficas de funciones lineales paralelas.

Para representar una función afín, daremos unos valores a X y calcularemos los correspondientes valores de Y, una vez que tengamos dichos valores los representaremos en los ejes de coordenadas y uniremos los puntos con una recta.

RESUMIENDO:

1. Todas las funciones afines son de la forma y= mx+n.

2. El valor de la m es la pendiente de la recta.

3. El valor de n es la ordenada en el origen; es decir, la recta corta al eje Y en el punto (0,n)

4. Si m>0 la función es creciente; mientras que si m<0 es decreciente. (Igual que en las de proporcionalidad directa)

5. Ninguna función afín pasa por (0,0)

6. Para calcular el valor de la pendiente conocidos dos puntos pertenecientes a la recta:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

7. Diferentes rectas serán paralelas si tienen el mismo valor de m, es decir, de la pendiente.

Ejercicio 22:

Completa las tablas siguientes utilizando la función lineal que se indica en cada caso:

a) f(x) = x -3

b) f(x) = -2x + 1

a)

x	-2	0	2
f(x)			

b)

x	-2	0	2
f(x)			

Ejercicio 23:

Escribe el valor de la pendiente y describe el crecimiento para cada una de las funciones del ejercicio 20.

Ejercicio 24:

Representa gráficamente las funciones lineales del ejercicio 22

4.3. Función constante

La función constante es una función lineal donde el valor de m es cero, y por tanto es de la forma **y=n**, y como tal, representa una recta paralela al eje de abscisas debido a que para cualquier valor de la X le corresponde siempre el mismo valor para la Y, siendo ese valor n.

Veamos, si la función es y=5 la representación será una recta paralela al eje X y que pase por el punto (0,5):

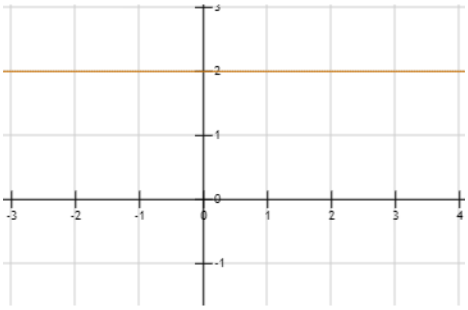


Imagen 38: Gráfica función constante.

Ejercicio 25:

Observa las siguientes funciones y responde:

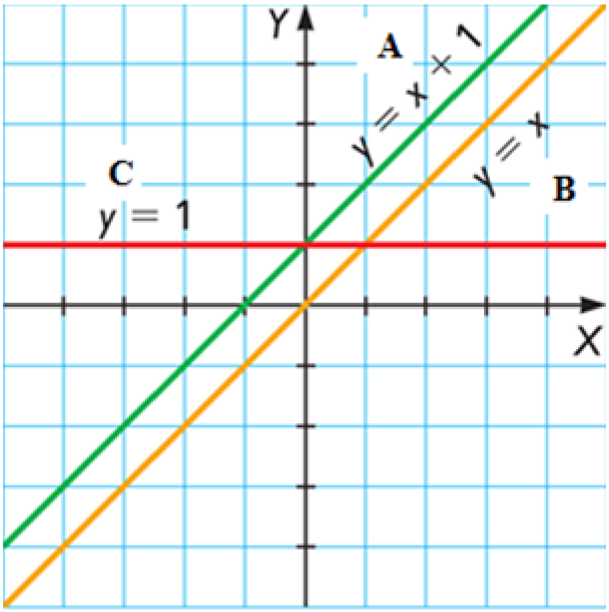


Imagen 39: Gráficas de funciones

a) ¿Qué tipo de funciones son?

A:

B:

C:

b) ¿Cuáles son paralelas? ¿Por qué?

c) Representa una función paralela a la recta A y di cuánto vale su ordenada en el origen y cuál sería su expresión algebraica.

4.4. Aplicaciones de la función lineal

Las funciones lineales y afines son ampliamente utilizadas en diferentes ámbitos científicos y de la vida cotidiana. Por ejemplo en economía se utilizan para modelar funciones de costo y de demanda; en medicina encontramos ejemplos como el experimento psicológico de Stenberg; cuando vamos a comprar pagamos en proporción a los kg de fruta que nos llevamos; a la hora de pagar un parking pagamos un fijo más la parte correspondiente al tiempo que dejamos nuestro coche; y así podríamos continuar con multitud de situaciones.

¿Cómo podemos relacionar estas situaciones con las funciones lineales? Primero debemos identificar si nuestra situación corresponde con una función lineal, constante o afín. Luego, debemos identificar cuáles serán nuestras magnitudes y quién actúa como variable dependiente y quién como independiente. Después, escribiremos la expresión de nuestra función y realizaremos los cálculos o gráficas que nos pidan.

Imagínate que nos dicen: **Estoy indeciso a la hora de elegir mi nueva compañía de móvil. La compañía A me ofrece un pago fijo de 15€ al mes más 0,05€ por cada minuto que hable. Mientras que la compañía B no me impone un pago fijo, sino sólo pagar por lo que hablo a 25 céntimos el minuto. ¿Cuál es más beneficiosa si hablo menos de 60 minutos al mes?**

Evidentemente por la "cuenta de la vieja" sabríamos responder, ¿o no? Pero vamos hacerlo con las funciones. Veamos, la variable independiente (X) serían los minutos que hablamos y el dinero que pagamos sería la variable dependiente (Y) ya que pagamos en función del tiempo que hablemos.

La compañía A me propone pagar un fijo más una pequeña cantidad por minuto que hable. Pues bien; siempre que me expongan una parte FIJA, que siempre estará independientemente de lo que consumamos o hagamos, eso quiere decir que ese FIJO, corresponderá con el término independiente de la ecuación o expresión analítica de la función, o lo que es lo mismo, será la n. Entonces, de momento tenemos que y=mx+15. ¿Cómo decido cuanto valdrá m? Pues para eso nos tenemos que centrar en lo que debemos pagar por minuto hablado. Finalmente, la función asociada a la promoción de la compañía A es: y= 0,05x+15

De forma análoga procederemos con la compañía B: y= 0,25x . Fíjate que hemos puesto 0,25 en lugar de 25. ¿Por qué?, porque debemos mantener las mismas unidades para poder comparar precios, así en lugar de dejarlo en céntimos lo expresamos en euros.

Ya tenemos nuestras dos expresiones algebraicas de las funciones que se expresan:

COMPAÑÍA A: y= 0,05x + 15

COMPAÑÍA B: y = 0,25x

Para responder matemáticamente a la pregunta procederemos de la siguiente forma: Para nosotros x=60 ya que solemos hablar menos de 60 minutos al mes. Si sustituimos la x en cada una de las funciones lo que obtenemos es el valor de cada función cuando x=60, o lo que es lo mismo, lo que tendremos que pagar a cada compañía.

COMPAÑÍA A: Si x=60 → f(60)= 0,05·60+15 = 3+15=18€

COMPAÑÍA B: Si x=60 → f(60) = 0,25·60 = 15€

Ahora comparamos ambos resultados, y vemos que nos resulta más económica la compañía B.

Por otro lado, ten en cuenta que una ecuación de primer grado con dos incógnitas también es una función lineal. Mira: Teniendo esta ecuación 9x+3y=18, si despejamos la y de la misma se nos quedaría:

9x+3y=18

3y=18-9x

$$y=\frac{18-9x}{3}=\frac{18}{3}-\frac{9x}{3}=6-3x$$

y = -3x +6 → FUNCIÓN AFÍN

OBTENCIÓN DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA CONOCIDA LA PENDIENTE Y UN PUNTO PERTENECIENTE A ELLA:

Para ello debemos aplicar la siguiente fórmula: $\mathbf{Y - Y_0= m\cdot(X - X_0)}$ donde m es la pendiente de la recta y X_0 e Y_0 son las coordenadas de un punto que pertenece a la recta.

Imaginemos que nos piden la ecuación de la recta que pasa por el punto (2,4) y cuya pendiente es 3. Según esto m=3 y (X_0 ,Y_0)=(2,4) simplemente sustituyendo en la fórmula:

y - 4 = 3·(x - 2)

y - 4 = 3x - 3·2

y = 3x -6 + 4

y = 3x - 2 → ECUACIÓN DE LA RECTA

Si en lugar de darnos la pendiente de la recta nos dan dos puntos pertenecientes a la misma, tan sólo tendremos que calcular la pendiente como ya vimos y después con uno de esos puntos y la pendiente realizar lo que acabamos de hacer.

EJEMPLO:

Obtén la ecuación de la recta que pasa por el punto (2,4) y (1, 1):

Primero obtenemos la pendiente de la recta:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-1}{2-1} = \frac{3}{1} = 3 \rightarrow m = 3$$

(1,1) y m=3 → y-1=3·(x-1) ; y-1= 3x-3 ; y =3x-3+1; y=3x-2

<u>Ejercicio 26</u>:

Supongamos que el costo variable por unidad a la hora de producir un lapicero es de 2€ y que los costos fijos mensuales ascienden a 2200€. Suponiendo que el costo total tiene un comportamiento lineal:

a) Obtén la expresión del coste mensual en función de los lapiceros producidos.
b) ¿Cuál será el coste que representaría para la empresa la producción de 800 lapiceros en el mes?
c) Representa gráficamente esta función

<u>Ejercicio 27</u>:

Una fábrica asume costos de 10.000€ por cada mueble que produce. Además debe pagar 30.000€ mensuales de alquiler y 20.000€ por transportes. Cada mueble lo vende por 20.000€ y no tiene otros ingresos.

a) Establece la función de costos.
b) Establece la función de ingresos.
c) Representa ambas gráficas en un mismo eje cartesiano.
d) ¿Cuál es la pérdida cuando se producen y venden 3 muebles?

<u>Ejercicio 28</u>:

En una entrevista de trabajo para vendedor de revistas a domicilio, se ofrece un sueldo fijo mensual de 500 euros más 0,50 euros por cada revista vendida. Se pide:

a) Escribe la función correspondiente y el tipo de función que es.
b) ¿Qué sueldo cobrará un trabajador que ha vendido 20 revistas en el último mes?

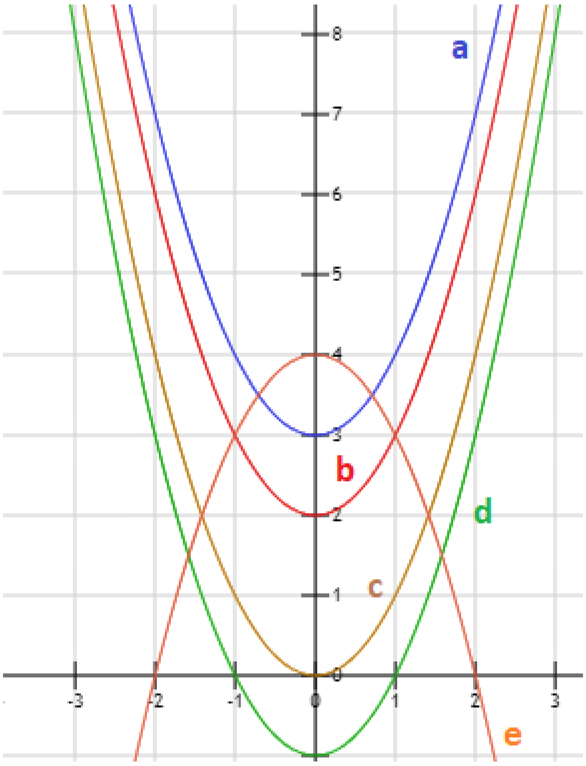
5) <u>Función cuadrática</u>

Una función **CUADRÁTICA** es una función polinómica de segundo grado de la forma **$y=f(x)=ax^2+bx+c$** y cuya representación gráfica resulta ser una PARÁBOLA.

Las letras **a, b** y **c** se llaman coeficientes de la función; la letra **X** representa la variable independiente y la **f(x)** representa el valor obtenido al reemplazar **x** por algún valor, ya sabemos que la expresión **f(x)** puede sustituirse por la letra **Y**, que representa la variable independiente de la función.

Así si tenemos la función $y=2x^2+3x-10 \rightarrow a=2;\ b=3;\ c=-10$

El valor del coeficiente **a** afecta a la concavidad u orientación de la parábola. Mientras que los otros dos coeficientes, afectan a la posición que posee la parábola respecto de los ejes de coordenadas. De forma que si el valor de **b=0** significa que el vértice de la parábola se encuentra sobre el eje y, y dicho eje es el de simetría de la parábola:



Si vemos la representación asociada a cada expresión algebraica siguiente:

a: $y=x^2+3$

b: $y=x^2+2$

c: $y= x^2$

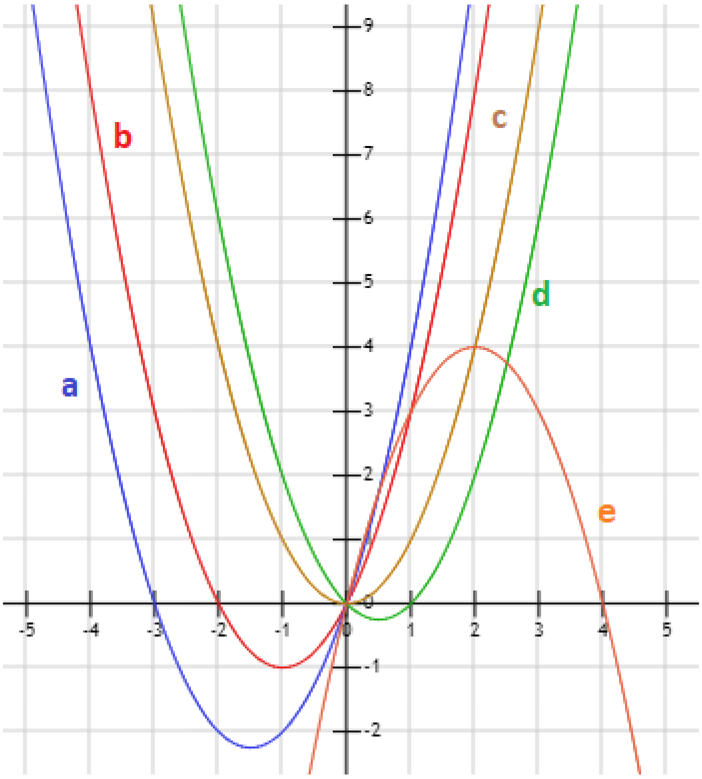
d: $y=x^2-1$

e: $y= - x^2+4$

nos damos cuenta de que en todas estas expresiones la **b=0** y en sus representaciones gráficas, el vértice está sobre el eje y cortándolo por el valor correspondiente a su n

Imagen 40: Funciones cuadráticas con coeficiente b=0

Pensando de forma parecida, si el valor del coeficiente **c=0**, esto significa que la parábola siempre pasará por el punto (0,0). Veámoslo:



Si vemos la representación asociada a cada expresión algebraica siguiente:

a: $y=x^2+3x$

b: $y=x^2+2x$

c: $y= x^2+x$

d: $y=x^2-x$

e: $y= - x^2+4x$

nos damos cuenta de que en todas estas expresiones la **c=0** y en sus representaciones gráficas, todas pasan por el punto (0,0)

Imagen 41: Funciones cuadráticas con coeficiente c=0

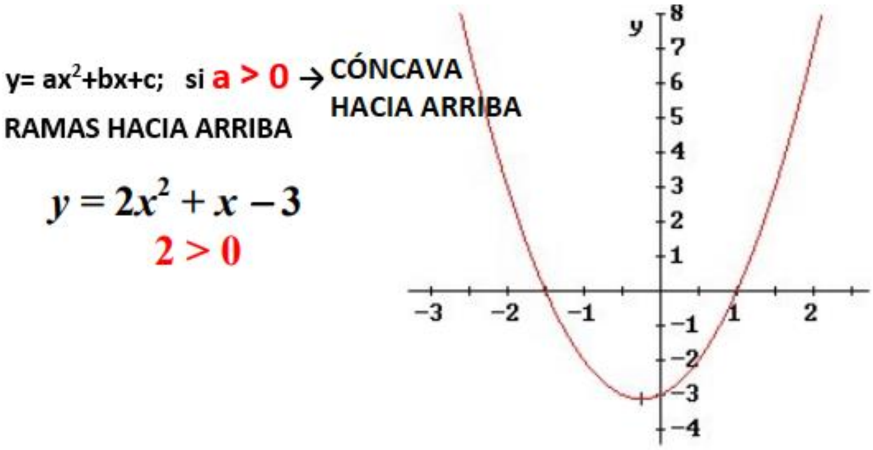
Ejercicio 29:

Identifica los coeficientes a, b y c de las siguientes funciones cuadráticas:

a) $f(x)=3x^2+5x-10$ b) $f(x)= -2x^2+3x+8$ c) $y=-x^2-4x+5$

ORIENTACIÓN O CONCAVIDAD DE LA PARÁBOLA:

Como hemos dicho, cuando dibujamos la gráfica de una función cuadrática obtenemos una parábola. Esta parábola la podemos dibujar de dos posiciones:



Función Cóncava hacia arriba

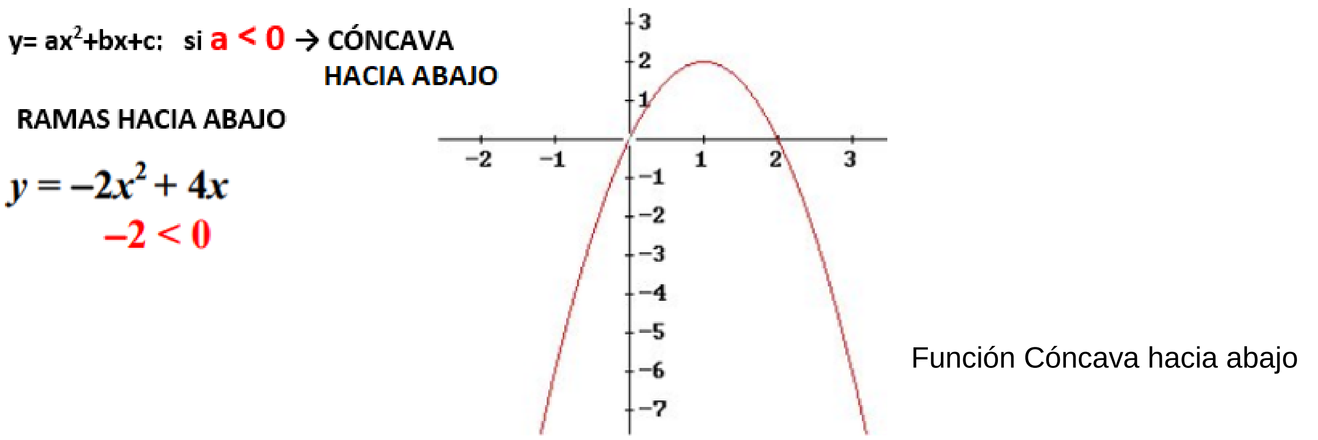


Imagen 42: Concavidad de las Parábolas.

Además, si nos fijamos en el valor del coeficiente a, veremos que cuanto mayor es su valor absoluto más estrechas o cerradas son las ramas de la parábola.

Ejercicio 30:

Identifica en las siguientes funciones cuadráticas, si su gráfica será cóncava hacia arriba o hacia abajo.

Después, indica cuál de ellas presentará unas ramas más estrechas y cuál las tendrá más abiertas

a) $f(x)=3x^2+5x-10$ b) $f(x)= -2x^2+3x+8$ c) $y=-x^2-4x+5$

5.1. Elementos de la parábola

En una gráfica de cualquier parábola, además de su concavidad, podemos observar los siguientes elementos:

- Eje de simetría (es una recta paralela al eje y)
- Vértice (es un punto)
- Corte con el eje Y (es un punto)
- Cortes con el eje X (puede ser dos puntos, uno o ningún punto)

Estos elementos me permiten, una vez calculados, dibujar la parábola sin tener que calcular una infinidad de puntos en una tabla de valores.

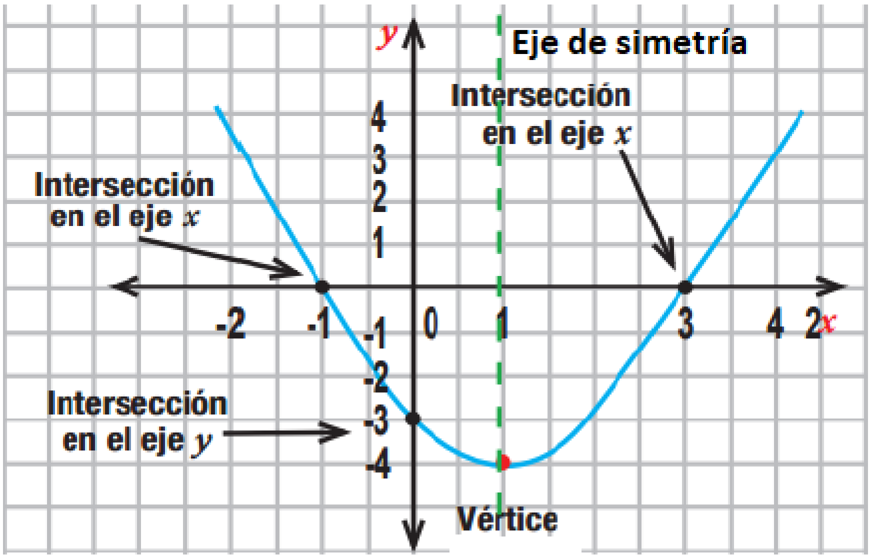


Imagen 43: Elementos de una parábola.

EJE DE SIMETRÍA:

Es una recta vertical, paralela al eje Y que divide la parábola en dos de forma que cada rama de la parábola, es el reflejo de la otra. La forma de obtener la ecuación de esta recta es:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Observa cómo podemos determinar el eje de simetría de la siguiente función: $f(x)=x^2-4x+3$.

Como a=1, b=-4 y c=3 calculamos la ecuación de la recta del eje de simetría sustituyendo en la expresión:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow x = 2$$

Por tanto, el eje de simetría de la función $f(x)=x^2-4x+3$ es x=2. CUIDADO: fíjate bien que el eje de simetría es una recta, y por tanto la tienes que escribir como tal **x=2;** y no como un número real cualquiera.

VÉRTICE:

En una función cuadrática hay una rama que crece y otra que decrece; el punto dónde se produce ese cambio lo llamamos VÉRTICE; y es el máximo o mínimo valor que toma la función según sea cóncava hacia arriba o hacia abajo. Además es el punto dónde se cortan la parábola y el eje de simetría; y por tanto, comparten el mismo valor en la coordenada x. Así para calcular la coordenada del eje x del vértice usamos la misma expresión; pero además como el vértice es un punto necesitamos obtener la otra coordenada, ¿cómo?, pues calculando el valor de la función para la x_v:

$$x_v = \frac{-b}{2a}; \rightarrow y_v = f(x_v) = a x_v^2 + b x_v + c$$

Si seguimos con la función $f(x)=x^2-4x+3$:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow x_v = 2; \rightarrow y_v = f(2) = 1 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1 \rightarrow v(2,-1)$$

Si vamos representando poco a poco lo que vamos calculando, de momento nuestra representación sería:

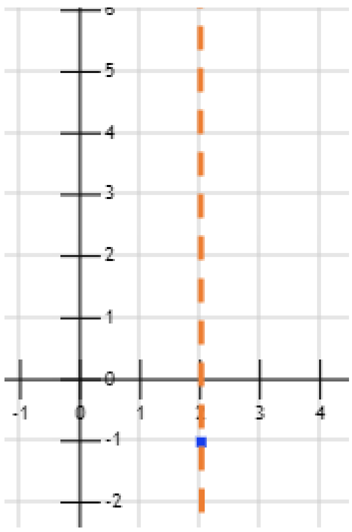


Imagen 44: Eje de simetría de una parábola.

Ejercicio 31:

Calcula el vértice y el eje de simetría de las siguientes funciones:

a) $f(x)=x^2-2x-3$ b) $f(x)= x^2+6x+5$

CORTE CON EL EJE Y:

Éste será un punto donde la parábola corta el eje de ordenadas. Para determinarlo lo que haremos será sustituir la X de la expresión de la función por el valor cero; por tanto, lo que haremos será calcular el valor de la función cuando x=0. Evidentemente, si la forma de la función cuadrática es $f(x)= ax^2+bx+c$; si $x=0 \rightarrow f(0)=a\cdot 0^2 + b\cdot 0 + c =0+0+ c = c$. Así pues el punto de corte con el eje y siempre será de la forma:

CORTE CON EJE y ⟶ (0,C)

Así, si continuamos con nuestro ejemplo $f(x)=x^2-4x+3$ escribiríamos:

si $x= 0 \rightarrow f(0)= 0^2 -4\cdot 0+3 = 3$; por lo que el punto de corte con el eje y será (0,3).

CORTE CON EL EJE X:

Son los puntos donde la parábola corta al eje de abscisas. Para poder obtener esos puntos tenemos que igualar la función a cero, es decir, si y=0 calcular los valores de x para los que se cumple esa condición. Cuando hacemos esto, obtenemos una ecuación de segundo grado, por lo que para calcular los valores que igualan esa ecuación de segundo grado a cero tenemos que aplicar la siguiente fórmula:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2a}$$

Como recordarás de cursos anteriores, cuando resolvemos una ecuación de segundo grado se nos pueden presentar tres casos:

- Que tenga dos soluciones. Esto ocurre cuando su discriminante (llamamos así al valor de lo que hay "dentro" de la raíz) es positivo. Es decir, b^2-4ac >0 → 2 SOLUCIONES = DOS PUNTOS DE CORTE CON X→ (X_1,0) y (X_2, 0)
- Que tenga una sola solución. Sucede si el discriminante posee valor cero. Es decir; b^2-4ac = 0 → 1 SOLUCIÓN = UN PUNTO DE CORTE CON X→ (X_1,0)
- Que NO tenga solución. Sólo ocurre cuando el valor del discriminante es negativo. b^2-4ac < 0 → NO TIENE SOLUCIONES, por tanto, no corta al eje x.

En el ejemplo $f(x)=x^2-4x+3$ haríamos lo siguiente:

CORTE CON x: y=0 → $x^2-4x+3=0$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2a}=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot1\cdot3}}{2\cdot1}=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{4\pm2}{2}\to x_1=\frac{4+2}{2}=\frac{6}{2}=3;\quad x_2=\frac{4-2}{2}=\frac{2}{2}=1$$

Las soluciones de la ecuación de segundo grado que se forma son: $x_1=3$ y $x_2=1$; por tanto, los puntos de corte con el eje x serán: (3,0) y el (1,0)

CUIDADO: Fíjate bien que los puntos de corte con el eje x tienen la coordenada del eje y cero: **(X_1,0) y (X_2, 0) CORTE CON EL EJE X**

TABLA DE VALORES DE UNA PARÁBOLA:

Antes de representar una función cuadrática debemos ordenar los datos que hemos ido obteniendo y la mejor manera de hacerlo es con una tabla de valores. Para poder representarla lo más fielmente posible necesitaremos al menos cinco valores, dos correspondientes a cada rama y otro que sería el vértice. Pero qué pasa si no tenemos suficientes puntos de la parábola, o si nos piden más puntos de los que podemos calcular. Pues entonces procedemos como en las funciones lineales, vamos calculando diferentes valores de la función para diferentes valores de X. Lo único que debemos procurar es buscar valores de X que estén a ambos lados del eje de simetría, porque si no es así sólo podremos dibujar una rama correctamente.

Veamos, en la función con la que estamos trabajando $f(x)=x^2-4x+3$ hemos obtenido los siguientes datos:

- EJE DE SIMETRÍA → x= 2
- VÉRTICE → V(2,-1)
- CORTE CON EJE Y → (0,3)
- CORTE CON EJE X → (3,0) y (1,0)

Si ordenamos estos puntos en una tabla de valores vemos que sólo tenemos cuatro valores, si pudiéramos dibujar siete valores nos resultaría más sencillo trazar las ramas de la parábola. Veamos cómo se nos quedaría la tabla de valores:

VÉRTICE

X	y	Cálculo del valor de y para un valor determinado de x y=f(x)	pares ordenados
0	3	no es necesario. punto corte con y. ya calculado	(0,3)
1	0	no es necesario. punto corte con x. ya calculado	(1,0)
2	-1	no es necesario. vértice. ya calculado	(2,-1)
3	0	no es necesario. punto corte con x. ya calculado	(3,0)

Cómo elegir los valores de x para completar una tabla de siete pares ordenados. Pues una opción es fijarnos en la coordenada x del vértice (en nuestro caso, esta coordenada es x_v=2); si ordenamos en la tabla de valores, las x de menor a mayor, observamos que tenemos dos puntos por debajo pero sólo uno mayor que x=2. Así que elegiremos un valor de x mayor de 2; por ejemplo x=4:

X	y	Cálculo del valor de y para un valor determinado de x $y=f(x)=x^2-4x+3$	pares ordenados
0	3	no es necesario. punto corte con y. ya calculado	(0,3)
1	0	no es necesario. punto corte con x. ya calculado	(1,0)
2	-1	no es necesario. vértice. ya calculado	(2,-1)
3	0	no es necesario. punto corte con x. ya calculado	(3,0)
4	3	$f(4)=4^2 - 4\cdot 4 + 3= 16-16+3=3$	(4,3)

NUEVO PUNTO

NUEVO PUNTO: calculamos su ordenada sustituyendo el valor x=4 en la función.

Una vez calculada la ordenada la escribimos para tener el par ordenado.

Ya tenemos cinco puntos de la parábola, pero dijimos anteriormente que es mucho mejor tener al menos siete puntos, así que nos faltarían dos más. Lo suyo es intentar elegir uno de cada rama. Por eso, podemos optar por x=-1; que estaría por debajo del valor de la coordenada x_v=2 y por x=5 que estaría por encima. Realizando los cálculos de forma similar, tendríamos:

X	y	Cálculo del valor de y para un valor determinado de x $y=f(x)=x^2-4x+3$	pares ordenados
-1	8	$f(-1)= (-1)^2 -4\cdot(-1) +3= 1+4+3=8$	(-1,8)
0	3	no es necesario, punto corte con y, ya calculado	(0,3)
1	0	no es necesario, punto corte con x, ya calculado	(1,0)
2	-1	no es necesario, vértice, ya calculado	(2,-1)
3	0	no es necesario, punto corte con x, ya calculado	(3,0)
4	3	$f(4)=4^2 - 4\cdot4 + 3= 16-16+3=3$	(4,3)
5	8	$f(5)= 5^2 -4\cdot5 +3= 25 - 20 +3=8$	(5,8)

REPRESENTACIÓN DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA:

Ya sabemos que su gráfica tiene forma de parábola, así pues lo primero que haremos será llevar a unos ejes de coordenadas todos los puntos que tenemos y hemos calculado y que pertenecen a la misma; y luego los uniremos formando dos ramas a partir del vértice dándoles cierta curvatura:

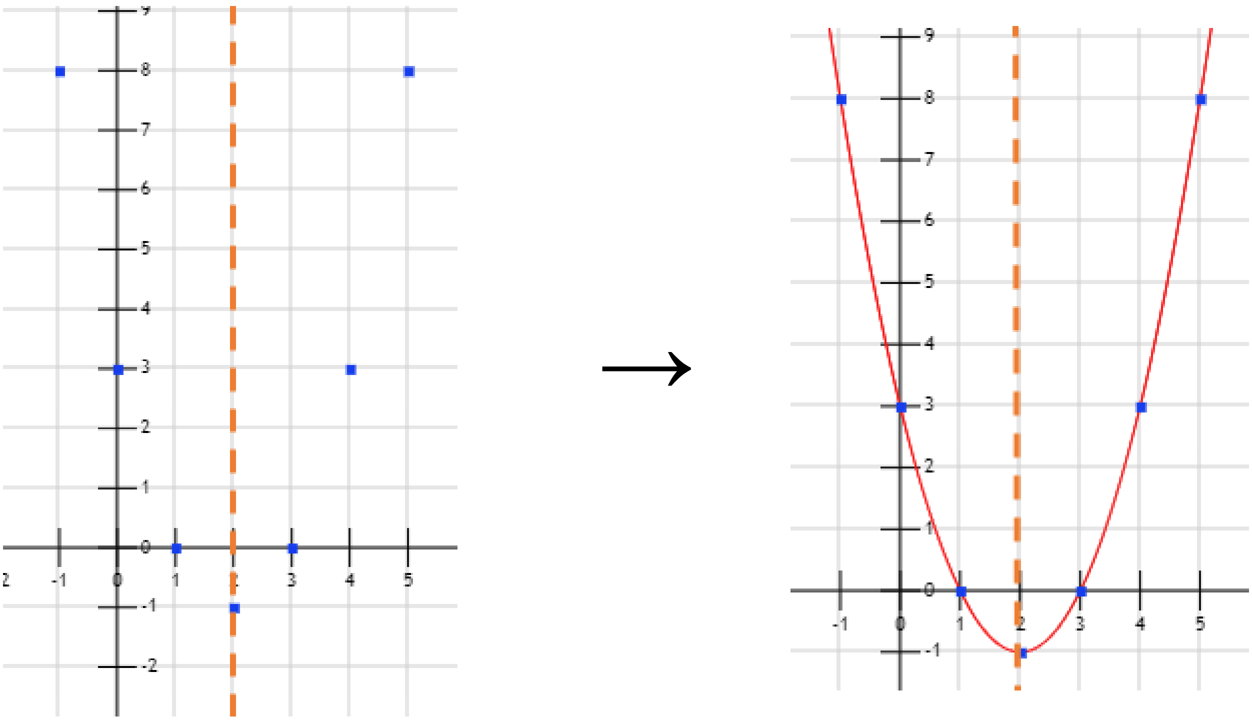


Imagen 45: Representación de una función cuadrática.

Ejercicio 32:

Observa la función cuadrática siguiente: $y = x^2 - 4x + 3$. Se pide:

a) Eje de simetría

b) Vértice.

c) Puntos de corte con el eje y.

d) Puntos de corte con el eje x.

e) Tabla con siete valores.

f) Representarla.

Tareas del Tema 1 - Módulo 4

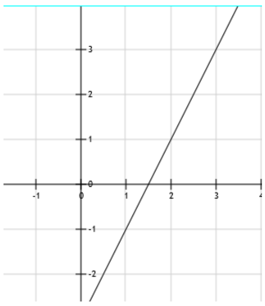
1.- Dibuja los siguientes puntos, en unos ejes de coordenadas, e indica en qué cuadrante se encuentran: A (3,2), B (-1,-5), C (4, -1) y D (-3,3)

2.- Dibuja los siguientes puntos, en unos ejes de coordenadas, e indica dónde se encuentran: A (0,2), B (-1,0), C (0, -1) y D (3,0)

3.- Completa la siguiente tabla de valores:

Kg naranjas	2	4	5		
Coste		2		3	5

4.- A partir de la siguiente gráfica, saca una tabla con tres valores



5.- Representa las funciones constantes:

a) $y = 2$ b) $y = -2$ c) $y = 3/4$ d) $y = 0$

6.- Representa las rectas verticales:

a) $x = 0$ b) $x = -5$

7.- Representa las funciones lineales:

a) $y = x$ b) $y = 2x$

8.- Representa las funciones afines:

a) $y = 2x - 1$ b) $y = -2x - 1$ c) $y = \frac{1}{2}x - 1$ d) $y = -\frac{1}{2}x - 1$

9.- Representa las siguientes funciones, sabiendo que:

a) Tiene pendiente -3 y ordenada en el origen -1.

b) Tiene por pendiente 4 y pasa por el punto (-3, -2).

c) Pasa por los puntos A (-1, 5) y B (3, 7).
d) Pasa por el punto P (2, -3) y es paralela a la recta de ecuación y = -x + 7.

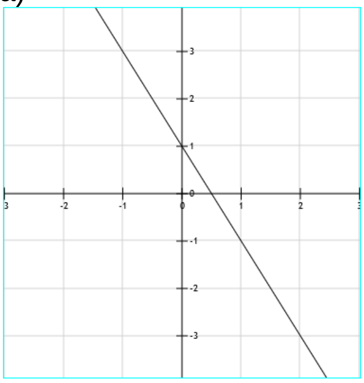
10.- En las 10 primeras semanas de cultivo de una planta, que medía 2 cm, se ha observado que su crecimiento es directamente proporcional al tiempo, viendo que en la primera semana ha pasado a medir 2,5 cm. Establecer una función afín que dé la altura de la planta en función del tiempo y representar gráficamente.

11.- Por el alquiler de un coche cobran 100€ diarios más 0,30€ por kilómetro. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el coste diario con el número de kilómetros y represéntala. Si en un día se ha hecho un total de 300 km, ¿qué importe debemos abonar?

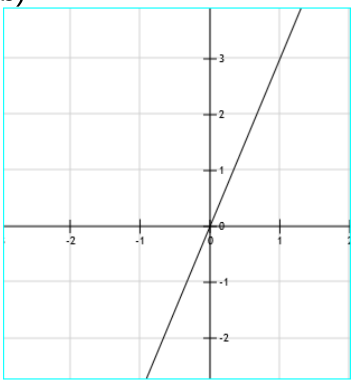
12.- Calcular los coeficientes de la función f(x) = ax + b, si f(0) =3 y f(1) = 4.

13.- Indica cual de las siguientes gráficas son crecientes o decrecientes y calcula su pendiente:

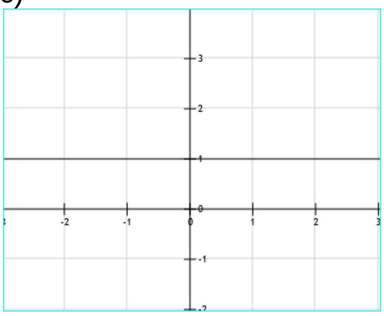
a)



b)



c)



14.- Por el alquiler de una wii cobran 10 € diarios más 2 € por juego. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el coste diario con el número de juegos. Si en un día ha cogido un total de 5 juegos, ¿qué importe debemos abonar?

15.- Calcular los coeficientes de la función f(x) = ax + b si f(0) = 6 y f(1) = 2.

16.- Una función cuadrática tiene una expresión de la forma $y=ax^2+ax+a$ y pasa por el punto (3, 26). Calcular el valor de a.
17.- Halla el vértice y la ecuación del eje de simetría de las siguientes parábolas:
a) $y= (x-1)^2 + 1$ b) $y= 3(x-1)^2 + 1$ c) $y = x^2 - 7x -18$ d) $y = 3x^2 + 12x - 5$

18.- Indica, sin dibujarlas, en cuantos puntos cortan al eje de abscisas las siguientes parábolas:
a) $y = x^2 - 5x + 3$ b) $y = 2x^2 - 5x + 4$ c) $y = x^2 - 2x + 4$ d) $y = -x^2 - x + 3$

19.- Una función cuadrática tiene una expresión de la forma $y = x^2 + ax + a$ y pasa por el punto (1, 9). Calcular el valor de a.

20.- Se sabe que la función cuadrática de ecuación $y = ax^2 + bx + c$ pasa por los puntos (1,1), (0, 0) y (-1,1). Calcula a, b y c.

21.- Una parábola tiene su vértice en el punto V (1, 1) y pasa por el punto (0, 2). Halla su ecuación.

22.- Identifica en las siguientes funciones cuadráticas, si su gráfica será convexa o cóncava. Después, indica cuál de ellas presentará unas ramas más estrechas y cuál las tendrá más abiertas

a) $y = 3x^2+5x-10$ b) $y = -2x^2+3x+8$ c) $y=-x^2-4x+5$

23.- Identifica los coeficientes a, b y c de las siguientes funciones cuadráticas:

a) $y = 2x^2+5x-1$ b) $y = -2x^2+8$ c) $y= -x^2-5x$

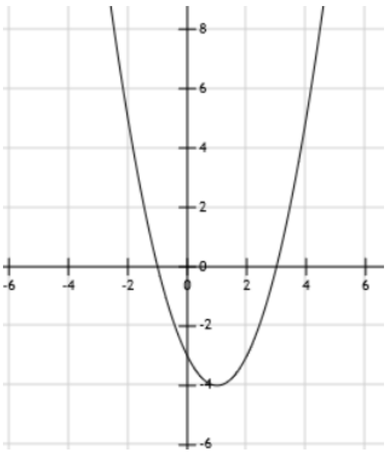
24.- Observa la función cuadrática siguiente: $y = x^2+6x+5$. Se pide:

a) Eje de simetría
b) Vértice.
c) Puntos de corte con el eje y.
d) Puntos de corte con el eje x.
e) Tabla con siete valores.
f) Representarla

25.- En una zona del Caribe, la población de murciélagos depende del grado de humedad, según la función siguiente: $M(x) = -x^2+40x+1200$. Donde x viene dado en % de humedad y M(x) en miles de murciélagos.

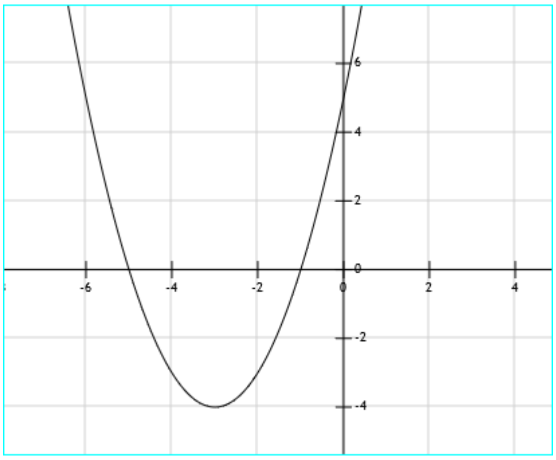
a) Representa gráficamente la función M(x)
b) Determina el número de murciélagos cuando el grado de humedad es del 10%.
c) ¿Cuál es el grado de humedad con el que la población de murciélagos es mayor?
d) ¿Cuál es el grado de humedad necesario para que la población de murciélagos desaparezca?

26.- Observa la siguiente gráfica y calcula:



a) Ecuación del eje de simetría
b) Coordenadas del Vértice.
c) Puntos de corte con el eje y.
d) Puntos de corte con el eje x.
e) Tabla con cinco valores.

27.- Observa la siguiente gráfica y calcula:



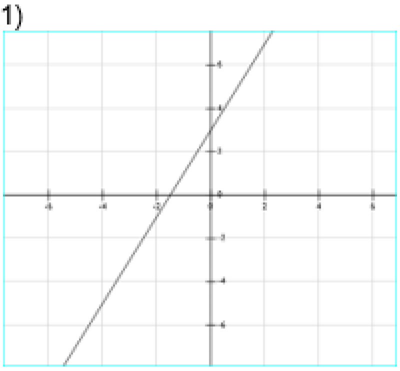
a) Ecuación del eje de simetría
b) Coordenadas del Vértice.
c) Puntos de corte con el eje y.
d) Puntos de corte con el eje x.
e) Tabla con cinco valores.

Autoevaluación del Tema 1. Módulo 4

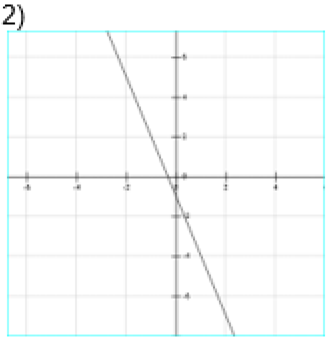
1 - Indica cual es la gráfica de cada función:

a) y= 4x
b) y= 2x+3
c) y= -3x-1
d) y= 3x+1

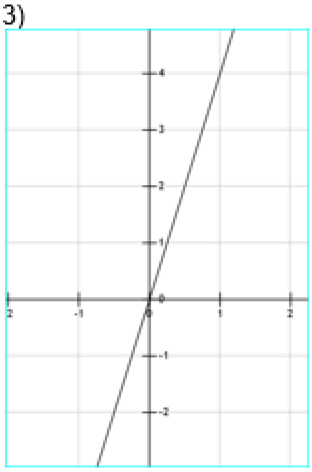
1)



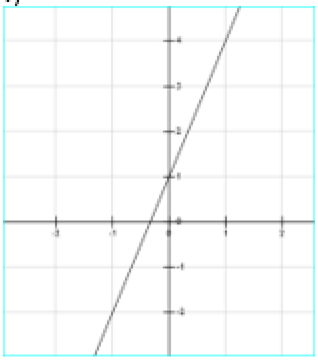
2)



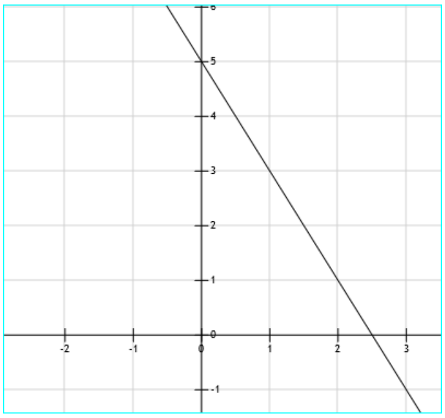
3)



4)



2.- Dada la siguiente gráfica indica cual es su función:



a) y=-2x-2
b) y=4x+5
c) y=-2x+5
d) y=-2x+2

3.- En las 10 primeras semanas de cultivo de una planta, que medía 3 cm, se ha observado que su crecimiento es directamente proporcional al tiempo, viendo que en la primera semana ha pasado a medir 3,5 cm. Indicar cuál es la función afín que da la altura de la planta en función del tiempo:

a) y = x+3
b) y = x+0'5
c) y = 0'5x+3

4.- Por el alquiler de un coche cobran 100 € diarios más 0,30 € por kilómetro. La ecuación de la recta que relaciona el coste diario con el número de kilómetros es:

a) y = 0,3x + 30
b) y = 0,3x + 100
c) y = 100x + 0,30

5.- Por el alquiler de una motocicleta cobran 60 € diarios más 0,20 € por kilómetro. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el coste diario con el número de kilómetros.

a) y = 0'20x + 60
b) y = 60x + 0'20
c) y = 0'20x - 60

6.- Sabiendo que 0°C = 32° Fahrenheit y que 10°C = 50°F, la ecuación de la recta que nos da la transformación de grados centígrados a grados Fahrenheit, es:

a) y = 1,8x-32
b) y = -1,8x+32
c) y = 1,8x+32

7.- La ecuación de la recta que pasa por los puntos A (4, 7) y B (5, -1), es:

a) y = 8x-39
b) y = 39x-8
c) y = -8x+39

8.- La ecuación de la recta que es paralela a "y = 5x" y pasa por el punto A (0, 6), es:

a) y = 5x+6
b) y = 6x+5
c) y = 5x-6

9.- La ecuación de la recta que es paralela al eje "x" y pasa por el punto P (4, 5), es:

a) y = 5x-4
b) y = 5
c) y = 4x+5

10.- Tres kg de peras nos han costado 4,5 €; y, por siete kg, habríamos pagado 10,5 €. La ecuación de la recta que nos da el precio total “y” en función de los kilos que compremos “x”, es:

a) y = 4,5x-7
b) y = 1,5x
c) y = 4,5x+7

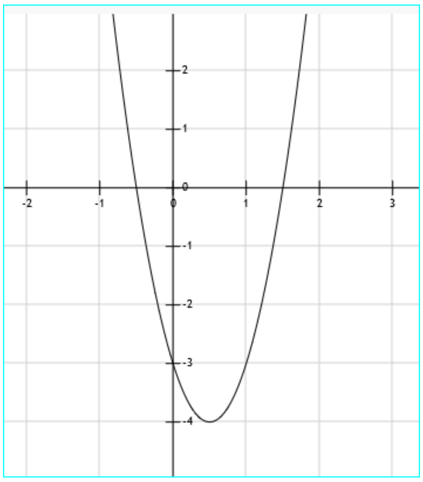
11.- Un determinado día, Ana ha pagado 3,6 € por 3 dólares, y Álvaro ha pagado 8,4 € por 7 dólares. La ecuación de la recta que nos da el precio en euros “y” de “x” dólares, es:

a) y = 3x+7
b) y = 1,2x
c) y = 3x-7

12.- Un técnico de reparaciones de electrodomésticos cobra 25 € por la visita, más 20 € por cada hora de trabajo, la ecuación de la recta que nos da el dinero que debemos pagar en total “y” en función del tiempo que esté trabajando “x”, es:.

a) y = 20x+25
b) y = 25x+20
c) y = 25x-20

13.- Dada la siguiente parábola indica cual será su función:



a) $y=-4x^2+4x-3$
b) $y=4x^2-4x-3$
c) $y=4x^2+4x+3$

14.- Cuál es el vértice y la ecuación del eje de simetría de las parábolas a), b) y c):

a) $y = x^2-7x-18$
b) $y = 3x^2+12x-5$
c) $y = 2x^2+4x-1$

1) V(-1,-3) x =-1
2) V(7/2, -121/4) x =7/2
3) V(-2,-17) x=-2

15.- Indica sin dibujarlas en cuantos puntos cortan el eje de abscisas las siguientes parábolas:

a) $y = 2x^2 – 5x + 4$
b) $y = x^2 – 2x + 4$
c) $y = -x^2 – x + 3$

16.- Una función cuadrática tiene una expresión de la forma $y = ax^2 + ax + a$ y pasa por el punto (1,9). El valor de “a” es:

a) 4 b) 1 c) 9

17.- Una parábola tiene su vértice en el punto V (1,1) y pasa por el punto (1,2). Indica a cuál de las siguientes ecuaciones corresponde:

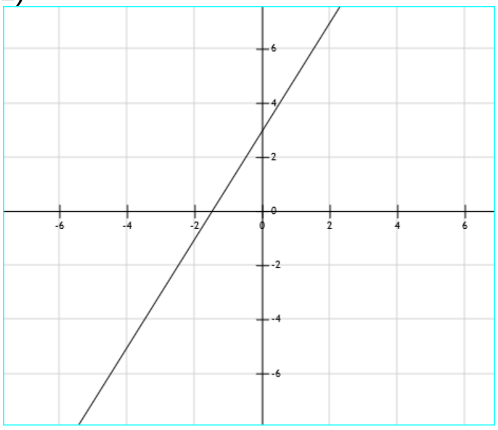
a) $y= 2x^2+ 3x - 2$
b) $y = x^2- 3x + 1$
c) $y = x^2- 2x + 2$

Soluciones a la Autoevaluación del Módulo 4 Tema 1

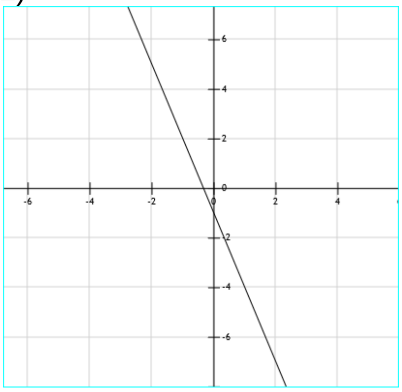
1 - Indica cual es la gráfica de cada función:

a) y= 4x
b) y= 2x+3
c) y= -3x-1
d) y= 3x+1

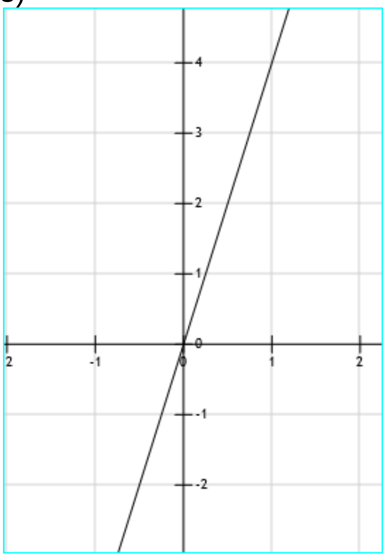
1)



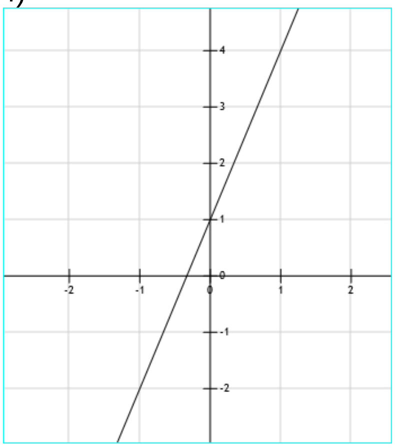
2)



3)



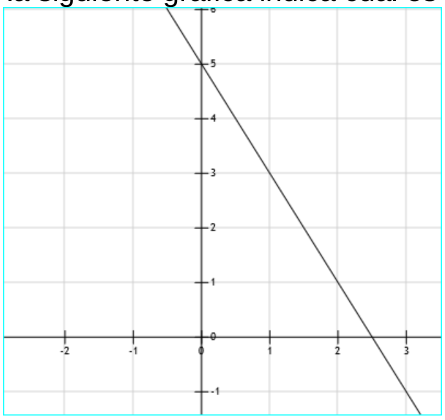
4)



Solución:

a-3 **b-1** **c-2** **d-4**

2.- Dada la siguiente gráfica indica cual es su función:



a) y=-2x-2
b) y=4x+5
c) y=-2x+5
d) y=-2x+2

3.- En las 10 primeras semanas de cultivo de una planta, que medía 3 cm, se ha observado que su crecimiento es directamente proporcional al tiempo, viendo que en la primera semana ha pasado a medir 3,5 cm. Indicar cuál es la función afín que da la altura de la planta en función del tiempo.

a) y = x+3
b) y = x+0'5
c) y = 0'5x+3

4.- Por el alquiler de un coche cobran 100 € diarios más 0,30 € por kilómetro. La ecuación de la recta que relaciona el coste diario con el número de kilómetros es:

a) y = 0,3x + 30
b) y = 0,3x + 100
c) y = 100x + 0,30

5.- Por el alquiler de una motocicleta cobran 60 € diarios más 0,20 € por kilómetro. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el coste diario con el número de kilómetros.

a) y = 0'20x + 60
b) y = 60x + 0'20
c) y = 0'20x - 60

6.- Sabiendo que 0°C = 32° Fahrenheit y que 10°C = 50°F, la ecuación de la recta que nos da la transformación de grados centígrados a grados Fahrenheit, es:

a) y = 1,8x-32
b) y = -1,8x+32
c) y = 1,8x+32

7.- La ecuación de la recta que pasa por los puntos A (4, 7) y B (5, -1), es:

a) y = 8x-39
b) y = 39x-8
c) y = -8x+39

8.- La ecuación de la recta que es paralela a "y = 5x" y pasa por el punto A (0, 6), es:

a) y = 5x+6
b) y = 6x+5
c) y = 5x-6

9.- La ecuación de la recta que es paralela al eje "x" y pasa por el punto P (4, 5), es:

a) y = 5x-4
b) y = 5
c) y = 4x+5

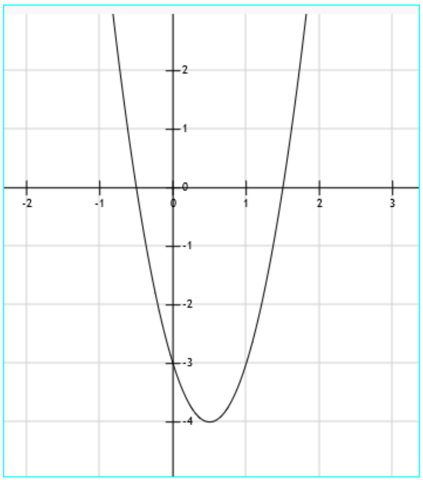
10.- Tres kg de peras nos han costado 4,5 €; y, por siete kg, habríamos pagado 10,5 €. La ecuación de la recta que nos da el precio total "y" en función de los kilos que compremos "x", es:

a) y = 4,5x-7
b) y = 1,5x
c) y = 4,5x+7

11.- Un determinado día, Ana ha pagado 3,6 € por 3 dólares, y Álvaro ha pagado 8,4 € por 7 dólares. La ecuación de la recta que nos da el precio en euros “y” de “x” dólares, es:
a) y = 3x+7
b) y = 1,2x
c) y = 3x-7

12.- Un técnico de reparaciones de electrodomésticos cobra 25 € por la visita, más 20 € por cada hora de trabajo, la ecuación de la recta que nos da el dinero que debemos pagar en total “y” en función del tiempo que esté trabajando “x”, es:.
a) y = 20x+25
b) y = 25x+20
c) y = 25x-20

13.- Dada la siguiente parábola indica cual será su función:



a) $y=-4x^2+4x-3$
b) $y=4x^2-4x-3$
c) $y=4x^2+4x+3$

14.- Cuál es el vértice y la ecuación del eje de simetría de las parábolas a), b) y c):

a) $y = x^2-7x-18$
b) $y = 3x^2+12x-5$
c) $y = 2x^2+4x-1$
1) V(-1,-3) x =-1
2) V(7/2, -121/4) x =7/2
3) V(-2,-17) x=-2
Solución: a-2; b-3; c-1

15.- Indica sin dibujarlas en cuantos puntos cortan el eje de abscisas las siguientes parábolas:

a) $y = 2x^2 – 5x + 4$	**ninguno**
b) $y = x^2 – 2x + 4$	**uno**
c) $y = -x^2 – x + 3$	**dos**

16.- Una función cuadrática tiene una expresión de la forma $y = ax^2 + ax + a$ y pasa por el punto (1,9). El valor de “a” es:
a) 4
b) 1
c) 9

17.- Una parábola tiene su vértice en el punto V (1,1) y pasa por el punto (1,2). Indica a cuál de las siguientes ecuaciones corresponde:
a) $y= 2x^2+ 3x - 2$
b) $y = x^2- 3x + 1$
c) $y = x^2- 2x + 2$

Bloque 10. Tema 2.

Transformaciones Químicas. I+D+i

ÍNDICE

1.1. Cambios físicos y químicos

Cambio físico es cualquier cambio que se produce sin que varíen la naturaleza y propiedades de las sustancias, es decir, sin que se formen sustancias nuevas. Por ejemplo, los cambios de estado o las disoluciones.

Cambio químico es la transformación de una o más sustancias en otra u otras distintas con propiedades características diferentes. Por ejemplo, la oxidación de un metal.

Por ejemplo, si mezclamos azufre y limaduras de hierro se obtiene una mezcla. Si acercamos un imán a esta mezcla podemos observar como las limaduras de hierro son atraídas por el imán y se pueden separar del azufre. Como los componentes de esta mezcla no han perdido su naturaleza y propiedades, se trata de un cambio físico. Sin embargo, si calentamos la misma mezcla de azufre y hierro vemos que se forma un sólido de color pardo oscuro que no es atraído por un imán. En este caso, se ha formado una sustancia nueva con propiedades diferentes a las de sus componentes, y decimos que se ha producido un cambio químico.

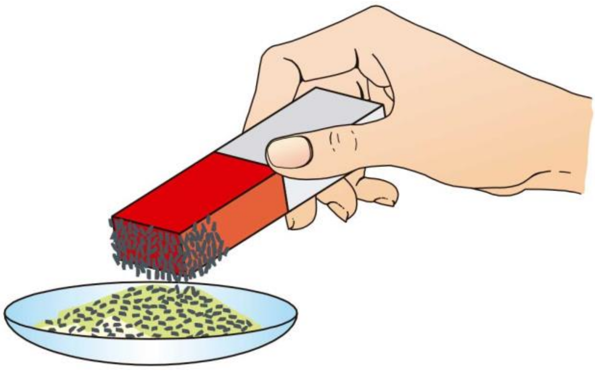


Imagen 1: Separación de una mezcla de azufre y limaduras de hierro.

Fuente: blinklearning Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

EJERCICIO 1

Clasifica los siguientes cambios en físicos o químicos:

a) Quemar alcohol con una cerilla.

b) Derretir mantequilla en una sartén.

c) Se "quema" una rebanada de pan olvidada en la tostadora.

d) Evaporación del agua.

1.2. Reacción química y ecuaciones químicas

Una **Reacción química** (cambio químico) es un proceso en el cual una o más sustancias, llamadas *reactivos*, se transforman en otra u otras sustancias distintas, denominadas *productos*.

La reacción química es un proceso en el que básicamente se rompen unos enlaces entre átomos de los reactivos y se forman otros enlaces distintos dando lugar a la formación de compuestos diferentes (productos). Es decir, los átomos que constituyen los reactivos son exactamente los mismos que constituyen los productos pero reagrupados de distinta manera.

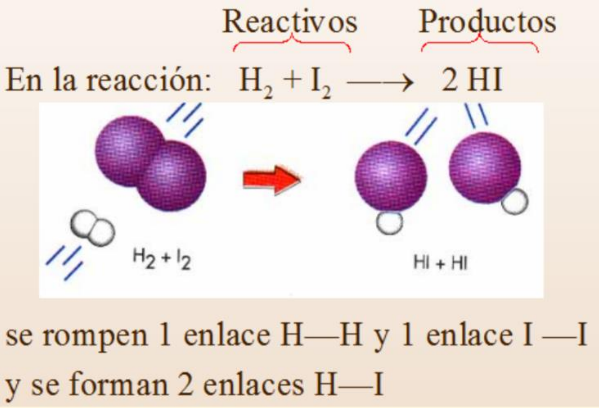


Imagen 2: Ejemplo de una reacción química.

Fuente: monografías

Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Del estudio de muchas reacciones químicas se pueden establecer las siguientes conclusiones:

- La existencia de una reacción química se puede poner de manifiesto por un cambio de color, la formación de un sólido, la formación de un gas o un cambio de temperatura.
- Las reacciones químicas van acompañadas de cambios de Energía. A las reacciones que desprenden energía se las llama **exotérmicas**. A las que absorben energía, **endotérmicas**. Un ejemplo de reacción exotérmica es la reacción de combustión. Los combustibles (madera, carbón, gasolina, alcohol, etc.) arden en presencia del oxígeno del aire, produciendo dióxido de carbono y agua y liberando energía en forma de calor.

  La combustión de un fósforo es muy exotérmica al igual que la de la madera, por eso nos quemamos si acercamos nuestra mano.

Imagen 3: Combustión de una cerilla.

Fuente: files.ciencias-quimica-y-biologia.webnode

Autor: Desconocido

Licencia: Desconocida

- La velocidad de una reacción química varía dependiendo de varios factores:
  - La naturaleza de los reactivos.
  - El grado de división de una sustancia.
  - La temperatura.
  - La concentración de los reactivos.
  - La presencia de unas sustancias llamadas catalizadores o inhibidores, que son capaces de aumentar o disminuir, respectivamente, la velocidad de las reacciones.

- La masa se conserva en las reacciones químicas.

Las reacciones químicas se pueden representar mediante las **ecuaciones químicas**. Una ecuación química consta de dos miembros separados mediante una flecha que nos indica el sentido en el que se produce la reacción. En el primer miembro se escriben las fórmulas de los reactivos y en el segundo la de los productos. Si hay más de un reactivo o de un producto se separan sus fórmulas mediante el signo +.

De modo general: $A + B \rightarrow C + D$

Reactivos → Productos

Este tipo de reacción (con una flecha de izquierda a derecha) se dice que es **irreversible**, porque los productos no se combinan entre sí para originar de nuevo a los reactivos.

Por ejemplo: $C + O_2 \rightarrow CO_2$

Esta ecuación nos indica que el carbono *reacciona con* el oxígeno *para formar* dióxido de carbono.

El "+" se puede leer como "reacciona con". La flecha significa "para formar"

Aquellas reacciones en las que los productos también reaccionan entre sí para formar los reactivos, se denominan reacciones **reversibles** y se indican con una doble flecha.

De modo general: $A + B \leftrightarrow C + D$

Por ejemplo: $PCl_5 \leftrightarrow PCl_3 + Cl_2$

En una ecuación química también hay que especificar el estado físico en el que se encuentran las sustancias, según las condiciones de presión y temperatura a las que se realice dicha reacción. Se utilizan los símbolos (g), (l) y (s), para indicar los estados gaseoso, líquido y sólido, respectivamente. Estos símbolos se ponen a continuación de las sustancias correspondientes.

Por ejemplo: la reacción entre carbono y oxígeno a 25ºC y 1 atm de presión se representaría así: $C (s) + O_2 (g) \rightarrow CO_2 (g)$

Ya que en esas condiciones de presión y temperatura el carbono se encuentra en estado sólido y el oxígeno y el dióxido de carbono en estado gaseoso.

Si una sustancia está disuelta en agua, se utiliza el símbolo (ac) o (aq).

Otros símbolos que se utilizan en las reacciones químicas son:

- Una flecha hacia arriba (↑) si se desprende un gas.
- Una flecha hacia abajo (↓) si una sustancia precipita en estado sólido.

1.3. Ley de conservación de la masa

El científico A. Lavoisier, en el siglo XVIII, mediante el uso cuidadoso de la balanza, enunció la ley de la conservación de la masa que dice que "La materia ni se crea ni se destruye, sino que se transforma". Aplicada a una reacción química se expresaría de la siguiente manera:

"En una reacción química, la masa de las sustancias antes de la reacción es igual a la masa de las sustancias después de la reacción".

Como una reacción química es, en esencia, un proceso en el que se rompen enlaces en los reactivos y se forman nuevos enlaces que dan origen a los productos, el número de átomos de cada elemento debe ser el mismo antes de la reacción que después de ésta. Es decir, los átomos que intervienen en una reacción son los mismos pero agrupados de distinto modo en los reactivos que en los productos, por ello, la masa permanece constante.

Imagen 4: A. Lavoisier y su esposa.
Fuente: [biografiasyvidas]
Autor: Desconocido
Licencia: Desconocida

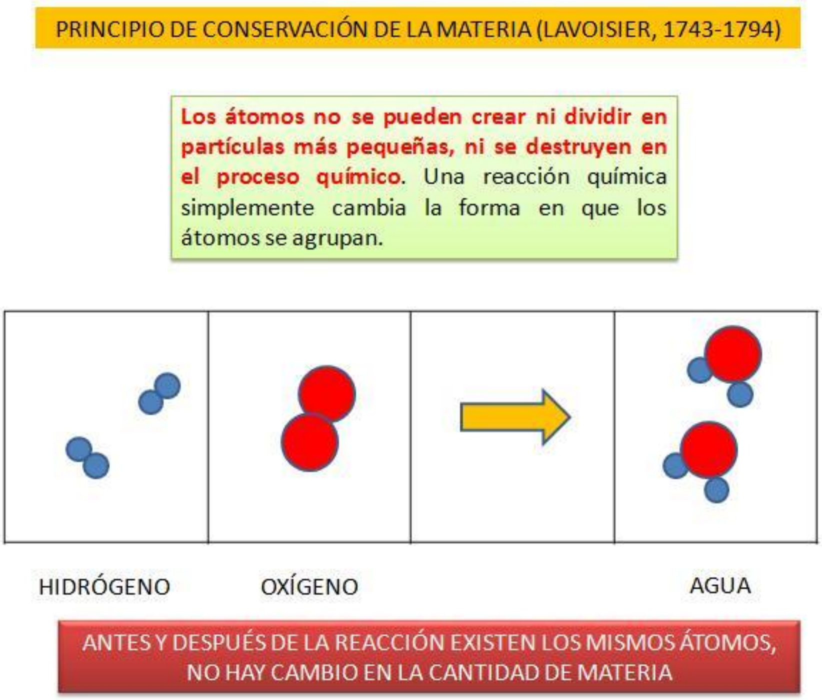


Imagen 5: Ley de Lavoisier.
Fuente: liceoagb
Autor: Desconocido
Licencia: Desconocida

Como se puede observar en la siguiente figura, para la reacción:

$CaCl_2 + Na_2SO_4 \rightarrow CaSO_4 + 2\ NaCl$, se cumple la ley de Lavoisier.

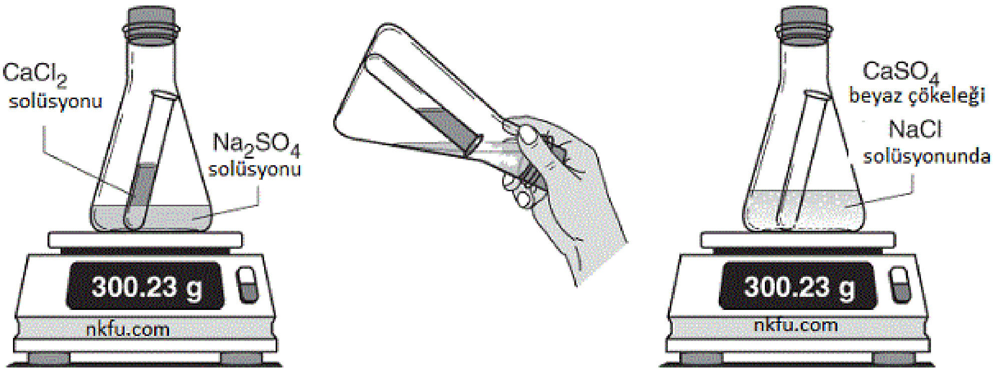


Imagen 6: La masa se conserva en una reacción química.
Fuente: nkfu Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

1.4. Ajuste de ecuaciones químicas

En las reacciones químicas y, por lo tanto, en sus ecuaciones químicas se tiene que cumplir la Ley de conservación de la masa. Es decir, como una reacción química es un reagrupamiento de átomos debe haber el mismo número de átomos de cada elemento en los reactivos y en los productos. Si escribimos una ecuación química y no es así, tendremos que ajustar la ecuación.

Por ejemplo, la ecuación $N_2 + H_2 \rightarrow NH_3$ no está ajustada porque tenemos dos átomos de nitrógeno en el primer miembro y uno en el segundo y de hidrógeno, dos en el primero y tres en el segundo.

Para **ajustar una ecuación** hay que encontrar unos números, llamados **coeficientes estequiométricos**, que se colocan delante de cada fórmula para conseguir que el número de átomos de cada elemento sea igual en los reactivos y en los productos. Estos coeficientes pueden ser números enteros o fraccionarios, ya que estos últimos se pueden eliminar multiplicándolos por el común denominador. Se prefiere que sean los números enteros menores posibles.

COEFICIENTES ESTEQUIOMÉTRICOS

$$N_2 + 3\ H_2 \qquad 2\ NH_3$$

El coeficiente estequiométrico indica el número de moléculas o átomos de la sustancia, a la que precede, que intervienen en la reacción. Si solo hay una molécula o átomo el coeficiente 1 se omite. Por lo tanto, la ecuación anterior indica que una molécula de nitrógeno (N_2) reacciona con tres moléculas de hidrógeno (H_2) para formar dos moléculas de amoniaco (NH_3).

Muy importante, no se puede ajustar el número de átomos de un elemento cambiando el subíndice de este elemento en la fórmula en la que aparece (modificando su fórmula).

Para ajustar una reacción se puede hacer de varias formas:

a) **Método por "tanteo".** Consiste en buscar coeficientes hasta conseguir el ajuste correcto. Para ajustar con este método se recomienda:

- Ajustar primero aquellos elementos que estén en un solo compuesto en ambos miembros.
- Cuando uno de los reactivos o productos sea un elemento libre se ajustará en último lugar.
- Normalmente, se dejan los átomos de hidrógeno y oxígeno para el final ya que están presentes en muchas sustancias.

Como ejemplo, ajustaremos paso a paso la reacción de combustión del butano. Una reacción de combustión es una reacción de una sustancia con el oxígeno (O_2). Si esa sustancia es un hidrocarburo; es decir, un compuesto formado por carbono e hidrógeno como el butano (C_4H_{10}), los productos de reacción serán dióxido de carbono (CO_2) y agua (H_2O). La ecuación química que representa la reacción de combustión del butano es la siguiente:

$$C_4H_{10} + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$$

Cuando tengamos que utilizar una ecuación química, comprobaremos si la reacción está ajustada o no, para ello contamos los átomos de cada elemento en los reactivos y en los productos.

En las fórmulas, los subíndices nos indican el número de átomos que hay de cada elemento en una molécula. Por ejemplo, como la fórmula del butano es C_4H_{10}, esto quiere decir que una molécula de butano está formada por 4 átomos de carbono y diez átomos de hidrógeno. Si solo hay un átomo de un elemento en una molécula no se pone ningún subíndice (el subíndice uno se omite). Por ejemplo, como la fórmula del dióxido de carbono es CO_2, las moléculas de este compuesto están formadas por un átomo de carbono y dos de oxígeno.

El número de átomos de oxígeno en el segundo miembro es tres, dos debidos a los átomos de oxígeno de la molécula de CO_2 y otro debido al de la molécula de H_2O (2+1 = 3). Por lo tanto, el número de átomos de cada elemento será el siguiente. Como se puede observar ningún elemento está ajustado.

REACTIVOS			**PRODUCTOS**		
C	H	O	C	H	O
4	10	2	1	2	3

Podemos ajustar el número de átomos de los distintos elementos en el orden que queramos, pero como comentamos antes, es mejor comenzar por aquellos que forman parte de un solo compuesto en los reactivos y en los productos. En nuestro caso, estos elementos son el C y el H. Dejaremos el ajuste de los átomos de oxígeno para el final, cuando ya tengamos ajustados los de carbono y de hidrógeno, ya que el oxígeno se encuentra presente en tres sustancias: oxígeno (O_2), dióxido de carbono (CO_2) y agua (H_2O). Además, el oxígeno en el primer miembro se encuentra como elemento (O_2).

1) En primer lugar, ajustamos los átomos de carbono. En nuestro caso, hay cuatro átomos de carbono en los reactivos (C_4H_{10}) y un átomo de carbono en los productos (CO_2). Como vemos faltan átomos de carbono en el segundo miembro, para que también tengamos 4 átomos de carbono en los productos tendría que haber cuatro moléculas de CO_2 ya que cada molécula está constituida por un átomo de carbono y dos de oxígeno. Para conseguir esto, debemos poner el coeficiente 4 delante de la fórmula del CO_2. Para calcular el número total de átomos de cada elemento, se multiplica el coeficiente estequiométrico por el número de átomos de cada elemento que aparece como subíndice en la fórmula. Por eso, el número de átomos de oxígeno en el segundo miembro es nueve (4.2 +1 = 9). Ocho debidos a las cuatro moléculas de CO_2, puesto que cada molécula tiene 2 átomos de oxígeno más otro átomo debido a la molécula de agua, que solo contiene un átomo de oxígeno (H_2O).

$$C_4H_{10} + O_2 \rightarrow 4\ CO_2 + H_2O$$

REACTIVOS			PRODUCTOS		
C	H	O	C	H	O
4	10	2	4	2	9

2) A continuación, ajustamos los átomos de hidrógeno. Como podemos ver en la tabla anterior, hay 10 átomos de hidrógeno en los reactivos (C_4H_{10}) y solo 2 átomos de hidrógeno en los productos (H_2O). Puesto que el número de átomos de hidrógeno es menor en los productos, para que también tengamos 10 átomos de hidrógeno en el segundo miembro, necesitamos 5 moléculas de agua ya que cada una tiene 2 átomos de hidrógeno, por lo que pondremos el coeficiente 5 delante del H_2O. De este modo, el número de átomos de hidrógeno en el segundo miembro es 5x2 = 10.

$$C_4H_{10} + O_2 \rightarrow 4\ CO_2 + 5\ H_2O$$

REACTIVOS			PRODUCTOS		
C	H	O	C	H	O
4	10	2	4	10	13

3) Por último, nos quedan por ajustar los átomos de oxígeno. Como se indica en la tabla anterior, hay 2 átomos de oxígeno en los reactivos (O_2) y 13 átomos en los productos (8 átomos debidos a las 4 moléculas de CO_2 y 5 átomos debidos a las 5 moléculas de H_2O). En este caso, hay menos átomos en los reactivos. Para tener 13 átomos de oxígeno también en los reactivos debemos tener la mitad de moléculas de oxígeno (13/2) ya que cada molécula de oxígeno está formada por dos átomos de oxígeno. Por lo tanto, pondremos el coeficiente 13/2 delante del O_2. Así, el número de átomos de oxígeno será 13/2 . 2 = 13.

$$C_4H_{10} + 13/2\ O_2 \rightarrow 4\ CO_2 + 5\ H_2O$$

Los coeficientes estequiométricos son estos, 1 (se omite), 13/2, 4 y 5. Por último, comprobamos que con estos coeficientes todos los elementos están ajustados:

REACTIVOS			PRODUCTOS		
C	H	O	C	H	O
4	10	13	4	10	13

4) Aunque ya tenemos la ecuación ajustada. Como uno de los coeficientes es un número fraccionario (13/2) y se prefiere que los coeficientes sean números enteros, multiplicaremos todos los coeficientes por el denominador del coeficiente fraccionario para convertirlo en un número entero. En este caso, como es 13/2 multiplicaremos todos los coeficientes por 2. De modo que la ecuación ajustada quedaría del siguiente modo:

$$2\ C_4H_{10} + 13\ O_2 \rightarrow 8\ CO_2 + 10\ H_20$$

Como se puede comprobar la ecuación también quedaría ajustada.

REACTIVOS			PRODUCTOS		
C	H	O	C	H	O
8	20	26	8	20	26

b) **Método algebráico**. Los pasos a seguir son los siguientes:

1º) Se asigna una letra a cada coeficiente estequiométrico. Conviene asignarlas por orden alfabético de izquierda a derecha.

2º) Se empieza por el primer elemento de la izquierda y se plantea la ecuación que representa el ajuste de átomos de dicho elemento: número de átomos del elemento en la izquierda = número de átomos del elemento en la derecha.

3º) Se continúa por la izquierda de la reacción química, planteando otra ecuación para el siguiente elemento diferente. De esta forma tendremos el ajuste de átomos de todos los elementos diferentes que existen en la reacción química. Siempre tendremos una ecuación menos que incógnitas. En algún caso podríamos obtener más ecuaciones pero si nos fijamos bien veremos que algunas son equivalentes.

4º) Se asigna el valor 1 a la letra (incógnita) que queramos.

5º) Se resuelven el resto de las ecuaciones.

6º) Si en los resultados se obtienen decimales o fracciones, se deben multiplicar todas las incógnitas (coeficientes estequiométricos) por un mismo número de tal forma que desaparezcan los decimales o las fracciones.

<u>Veámoslo con un ejemplo</u>:

$$\mathbf{a}\ Na_2SO_4 + \mathbf{b}\ BaCl_2 \rightarrow \mathbf{c}\ NaCl + \mathbf{d}\ BaSO_4$$

Na : $2a = c$
S : $a = d$
O : $4a = 4d$ (ecuación equivalente a la anterior)
Ba: $b = d$
Cl: $2b = c$

Por tanto, las ecuaciones son: $2a = c$; $a = d$; $b = d$; $2b = c$

Si por ejemplo, asignamos a 'd' el valor 1 entonces:

Si d=1, como $a = d \rightarrow a = 1$
como $b = d \rightarrow b = 1$
como $2 \cdot b = c \rightarrow 2 \cdot 1 = c \rightarrow c = 2$

Ahora, se sustituyen las letras por sus valores numéricos correspondientes.

La ecuación ajustada es la siguiente: $Na_2SO_4 + BaCl_2 \rightarrow 2NaCl + BaSO_4$

c) **Método del ión-electrón** (no se estudiará en este nivel).

EJERCICIO 2

Ajusta las siguientes ecuaciones químicas:

a) $H_2O + Na \rightarrow Na(OH) + H_2$

b) $KClO_3 \rightarrow KCl + O_2$

c) $BaO_2 + HCl \rightarrow BaCl_2 + H_2O_2$

d) $SO_2 + O_2 \rightarrow SO_3$

e) $Ag_2SO_4 + NaCl \rightarrow Na_2SO_4 + AgCl$

1.5. Tipos de reacciones químicas

Considerando solo el resultado global y sin atender al proceso íntimo de la reacción, podemos agrupar las reacciones químicas en cuatro tipos: síntesis o combinación, descomposición, sustitución o desplazamiento y doble descomposición o intercambio.

a) Síntesis o combinación: Dos o más sustancias reaccionan para dar otra más compleja.

Tienen la forma general: $A + B \rightarrow AB$

(A y B pueden representar elementos o compuestos y combinarse en una relación diferente a 1:1)

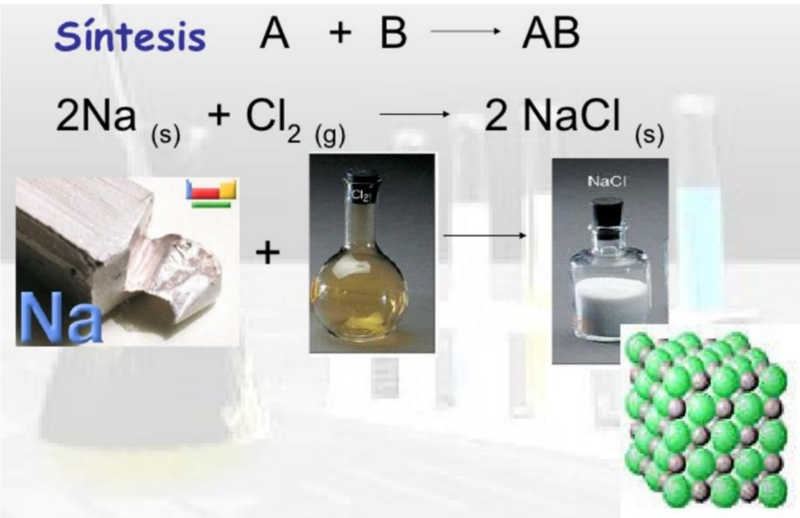


Imagen 7: Ejemplo de reacción de síntesis.

Fuente: [slidesharecdn]

Autor: Desconocido

Licencia: Desconocida

Ejemplos:

- $N_2 + 3\,H_2 \rightarrow 2\,NH_3$
- $Fe + S \rightarrow FeS$
- $2\,Ca + O_2 \rightarrow 2\,CaO$
- $S + O_2 \rightarrow SO_2$

b) Descomposición: Es el proceso inverso del anterior. Una sustancia se descompone formando dos o más simples.

Su forma general es: AB $\rightarrow$ A + B

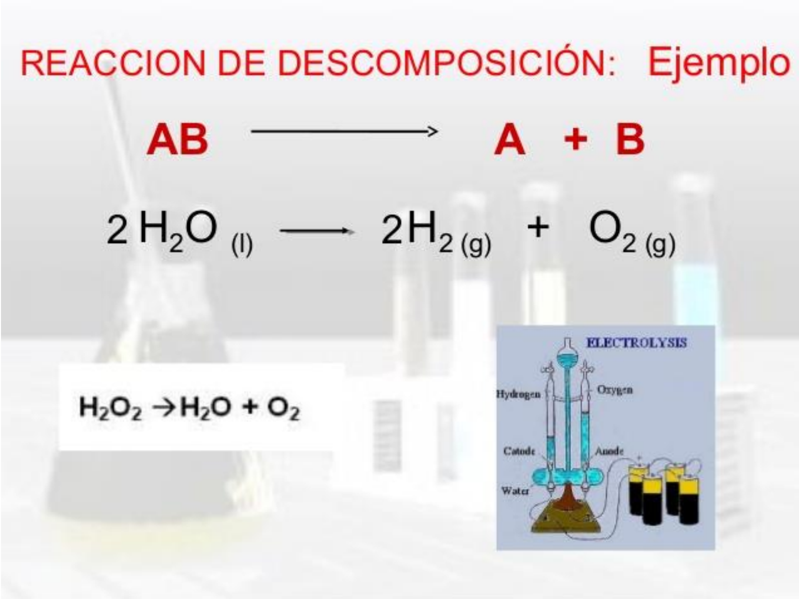


Imagen 8: Ejemplo de reacción de descomposición.
Fuente: [slidesharecdn] Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Ejemplos:

- 2 HgO + Q $\rightarrow$ 2 Hg + O_2 (Q indica que la reacción se produce calentando)
- $Ca(OH)_2$ $\rightarrow$ CaO + H_2O
- H_2SO_3 $\rightarrow$ H_2O + SO_2
- $MgCO_3$ $\rightarrow$ MgO + CO_2
- 2 H_2O $\rightarrow$ 2 H_2 + O_2

c) Desplazamiento o sustitución: Uno de los elementos de un compuesto es sustituido por otro elemento.

La ecuación general es: AB + X $\rightarrow$ XB + A

Imagen 9: Ejemplo de reacción de sustitución simple.

Fuente: [slidesharecdn]

Autor: Desconocido

Licencia: Desconocida

Ejemplos:

- $Zn + CuSO_4 \rightarrow ZnSO_4 + Cu$
- $2\ K + 2\ H_2O \rightarrow 2\ KOH + H_2$
- $Zn + H_2SO_4 \rightarrow ZnSO_4 + H_2$

d) Doble descomposición o intercambio: Estas reacciones equivalen a una doble sustitución o un intercambio.

Su forma general es: $AB + XY \rightarrow AY + XB$

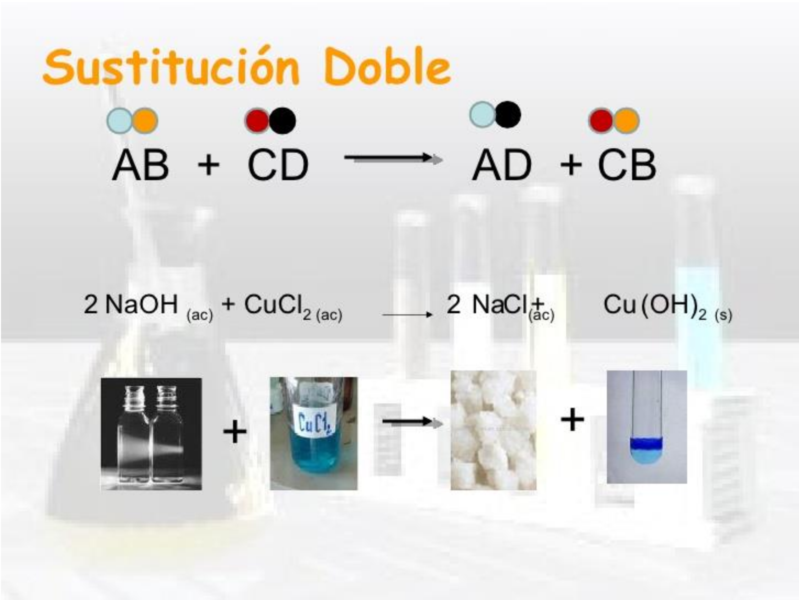


Imagen 10: Ejemplo de reacción de sustitución doble.

Fuente: [slidesharecdn]

Autor: Desconocido

Licencia: Desconocida

Ejemplos:

- $NaCl + AgNO_3 \rightarrow NaNO_3 + AgCl$
- $HCl + NaOH \rightarrow NaCl + H_2O$
- $2\ HCl + Na_2CO_3 \rightarrow 2\ NaCl + H_2O + CO_2$

1.6. Masa atómica, masa molecular y masa molar

La masa de un átomo es demasiado pequeña como para que resulte práctico expresarla en g o kg, incluso el átomo más pesado tiene una masa menor que 5.10^{-22} gramos (0,0000000000000000000005 g. Al ser los átomos tan pequeños no se pueden manipular de forma individual y determinar su masa en una balanza (masa atómica). Por eso, los químicos han establecido una escala de masas atómicas absolutas. Para ello, se creó una unidad de masa que coincidía con la doceava parte de la masa del átomo de C-12, y que se denominó u (o uma, iniciales de unidad de masa atómica). En esta escala, la masa de un átomo de hidrógeno (átomo más pequeño) es 1,008 u.

Para que esta unidad de masa sea útil es necesario relacionarla con otras unidades más utilizadas en el laboratorio (g, mg, kg, etc.). La relación en gramos (g) y uma (u) es la siguiente:

$$1 \text{ g} = 6{,}022.10^{23} \text{ u}$$

Esta unidad es una unidad de masa igual que el g, el kg, el mg, etc. pero extremadamente más pequeña.

Utilizando esta unidad, la masa de un átomo de oxígeno = 15,99 u =

= 15,99 u. 1 g / 6.022.1023 u = $2{,}655.10^{-23}$ g

La masa atómica absoluta de un elemento es la masa de un átomo de ese elemento expresada en u. Su valor se puede encontrar en el Sistema Periódico, en la casilla del elemento químico correspondiente. Por ejemplo, la masa atómica del hierro es 55,847 u.

EJERCICIO 3

¿Cuál es la masa de un átomo de los siguientes elementos expresada en u y g?

a) Ca b) Zn c) Al d) C e) O

En un compuesto no puede hablarse de masa atómica, sino de masa molecular, que es la masa de una molécula y se calcula como la suma de las masas atómicas de los átomos que lo constituyen. Como ejemplo, hallaremos la masa molecular del agua:

Masa molecular H_2O = nº átomos H . masa atómica H + nº átomos O . masa atómica O = 2 . 1u + 1. 16 u = 18 u

ya que hay dos átomos de hidrógeno y la masa atómica del hidrógeno es 1 u y un átomo de oxígeno y su masa atómica es 16 u.

EJERCICIO 4

Calcula la masa molecular de las siguientes sustancias:

a) hidróxido de sodio (NaOH)
b) ácido nítrico (HNO_3)
c) permanganato de calcio ($Ca\,(MnO_4)_2$)
d) cloruro de magnesio ($MgCl_2$)
e) cromato de aluminio ($Al_2(CrO_4)_3$)

EJERCICIO 5

¿Cuál es la masa en g de una molécula de cada una de las sustancias anteriores?

Las sustancias no reaccionan gramo a gramo, en cambio las moléculas o átomos se combinan según una relación de números enteros sencillos. Por lo tanto, para estudiar las reacciones químicas se podría pensar en utilizar como unidad el átomo cuando se trata de un elemento o la molécula si se trata de un compuesto. Pero, los átomos o moléculas no se pueden manipular individualmente debido a sus dimensiones tan reducidas, pues por pequeña que sea la cantidad que tomemos de cualquier sustancia, ésta contendrá un número enorme de partículas. Por lo tanto, para trabajar en el laboratorio resulta conveniente definir una unidad de cantidad de sustancia que contenga un número determinado de átomos o moléculas.

Esta unidad se denomina **MOL** y se define como la cantidad de sustancia que contiene tantas partículas (átomos, moléculas, iones, electrones, etc...) como átomos hay en 12 g de C-12.

Este número de partículas se llama número de Avogadro (N_A) y su valor es $6{,}022.10^{23}$ (602200000000000000000000) por lo que el mol se puede definir como la cantidad de sustancia que contiene **$6{,}022.10^{23}$ partículas**.

Es conveniente precisar si el mol se refiere a átomos, moléculas u otras entidades elementales. Por ejemplo, es ambiguo hablar de un mol de oxígeno, porque puede referirse o bien a un mol de átomos de oxígeno o bien a un mol de moléculas de oxígeno.

Si calculamos la masa de un mol de cualquier sustancia se llega a una importante conclusión:

"La masa de un mol de átomos (moléculas), es decir, de una cantidad de sustancia que contenga el número N_A de átomos (moléculas) de un elemento (compuesto) es igual a su masa atómica (molecular) expresada en gramos".

Como ejemplo, hallaremos la masa de un mol de moléculas de agua. Para ello, multiplicaremos el número de moléculas que constituyen 1 mol (N_A) por la masa de una molécula de agua expresada en g.

La masa molecular del H_2O, como calculamos anteriormente es igual a 18 u. Es decir, una molécula de agua tiene una masa de 18 u, ahora expresaremos en g esa cantidad.

masa de 1 molécula H_2O = 18 u = 18u. 1g / $6{,}022.10^{23}$ u = $2{,}99.10^{-23}$ g = 0,0000000000000000000000299 g.

Por lo tanto,

Masa de 1 mol de moléculas ($6{,}022.10^{23}$ moléculas) de H_2O = N_A moléculas H_2O . masa 1 molécula H_2O =

$$= 6{,}022.10^{23} \cdot 2{,}99.10^{-23} \text{ g} = 18 \text{ g}$$

Vemos que efectivamente la masa de una molécula y la masa de 1 mol de moléculas coinciden en el valor numérico pero se expresan en distintas unidades, la masa de una molécula en u y la masa de 1 mol de moléculas en g. Una molécula de agua tiene una masa de 18 u y un mol de moléculas de agua de 18 g.

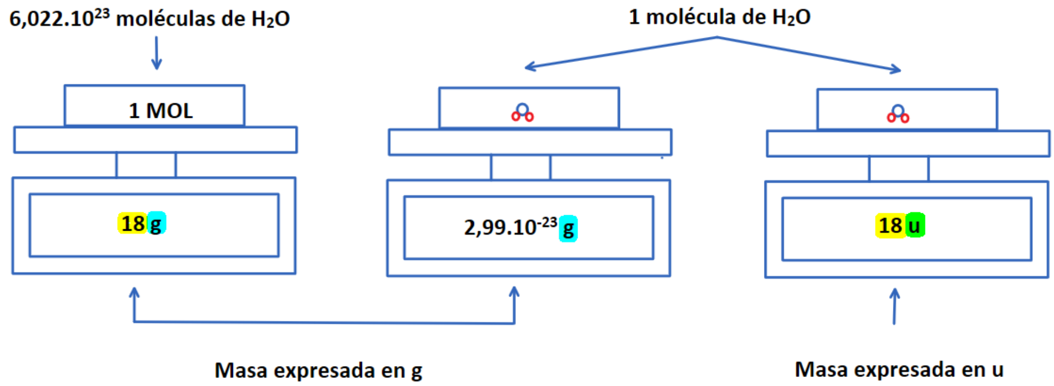


Imagen 11: Masas molecular y molar del agua.
Fuente: Elaboración propia.

A la masa de un mol de átomos o moléculas se le denomina Masa Molar y se expresa en g/mol. Para hallar la masa molar, se calcula la masa molecular a partir de las masas atómicas de los elementos que compongan esa sustancia y se expresa en g/mol.

Por ejemplo, Calcula la masa molar del ácido sulfúrico (H_2SO_4). Masas atómicas: H = 1 u, S = 32 u, O = 16 u

Masa molecular H_2SO_4 = 2 . 1 + 1. 32 + 4 . 16 = 98 u

Masa molar H_2SO_4 = 98 g/mol

Es decir, 1 mol de ácido sulfúrico tiene una masa igual a 98 g. Es decir, en 98 g de ácido sulfúrico tenemos $6{,}022.10^{23}$ moléculas de ácido sulfúrico.

IMPORTANTE: 1 mol de cualquier sustancia contiene el mismo número de partículas (N_A partículas $=6{,}022.10^{23}$ partículas) pero no tiene la misma masa. Esta depende del valor de su masa molar.

Por ejemplo:

$6{,}022.10^{23}$ moléculas de **H_2O** tienen una masa de 18 g y

$6{,}022.10^{23}$ moléculas de **H_2SO_4** una masa de 98 g.

Esto es lógico, ya que la molécula de ácido sulfúrico tiene una masa mayor que la de agua.

<u>EJERCICIO 6</u>

Calcula la masa molar de las siguientes sustancias:

a) ácido carbónico (H_2CO_3)

b) cloruro de sodio (NaCl)

c) hidróxido de aluminio ($Al(OH)_3$)

d) trióxido de azufre (SO_3)

e) carbonato de hierro (III) ($Fe_2(CO_3)_3$)

Para determinar el número de moles de átomos o de moléculas que hay en una determinada cantidad (masa) de un elemento o compuesto, se utiliza la siguiente expresión:

$$n = \frac{m\ (g)}{M\ molar\ (g/mol)}$$

donde n = número de moles de átomos o moléculas de una sustancia.

m = masa de esa sustancia expresada en g.

Por ejemplo, calcula el número de moles que hay en 196 g de ácido sulfúrico (H_2SO_4)

$$n = \frac{m\ (g)}{M\ molar\ (g/mol)} = \frac{196\ g}{98\ g/mol} = 2\ mol$$

Masa molecular H_2SO_4 = 2 . 1 + 1. 32 + 4 . 16 = 98 u

Masa molar H_2SO_4 = 98 g/mol

EJERCICIO 7

Calcula el número de moles (n) que hay en 300 g de las siguientes sustancias:

a) ácido carbónico (H_2CO_3)

b) cloruro de sodio (NaCl)

c) hidróxido de aluminio ($Al(OH)_3$)

d) trióxido de azufre (SO_3)

e) carbonato de hierro (III) ($Fe_2(CO_3)_3$)

Para determinar la masa (m) de un número determinado de moles de una sustancia, tenemos que multiplicar dicho número por la masa molar de esa sustancia, ya que la masa molar nos indica la masa que tiene un mol de una sustancia. Así, aplicaremos la siguiente fórmula:

m (g) = n (mol) . Masa molar (g/mol)

Por ejemplo, calcula la masa que tienen 4 mol de ácido sulfúrico (H_2SO_4).

Masa molecular H_2SO_4 = 2.1 + 32 + 4.16 = 98 u.

Masa molar = 98 g/mol.

m (g) = n (mol) . Masa molar (g/mol) = 4 mol. 98 g/ mol = 392 g

EJERCICIO 8

Calcula la masa de 2,5 mol de las siguientes sustancias:

a) ácido carbónico (H_2CO_3)

b) cloruro de sodio (NaCl)

c) hidróxido de aluminio ($Al(OH)_3$)

d) trióxido de azufre (SO_3)

e) carbonato de hierro (III) ($Fe_2(CO_3)_3$)

1.7. Cálculos estequiométricos

Es este apartado veremos la estequiometria, que es el estudio cuantitativo de las reacciones químicas. Llamamos cálculos estequiométricos a los que se realizan para calcular las cantidades de cualquier sustancia que interviene en una reacción a partir de una cantidad conocida de otra. Por ejemplo, se utilizan para averiguar: qué cantidad de producto se obtiene a partir de una determinada cantidad de reactivo, qué cantidad de reactivo reacciona con una dada cantidad de otro reactivo, de qué cantidad de reactivo tenemos que partir para obtener una cantidad concreta de producto, etc.

Para realizar cálculos estequiométricos es necesario escribir la ecuación ajustada. Al escribir una ecuación química ajustada, los coeficientes estequiométricos que aparecen en ella nos indican la proporción en la que los átomos o moléculas de las sustancias que intervienen en la reacción se encuentran. Así, por ejemplo, a partir de la ecuación ajustada de la síntesis de amoniaco (NH_3)

$$N_2 + 3\,H_2 \rightarrow 2\,NH_3$$

podemos deducir que 1 molécula de nitrógeno reacciona con 3 moléculas de hidrógeno para formar 2 moléculas de amoniaco.

Por lo tanto, 1 por el número de Avogadro(N_A) de moléculas de N_2 reaccionarán con 3 por el N_A de moléculas de H_2 para formar 2 por N_A de moléculas de amoniaco.

Como $1\cdot N_A$ de moléculas es 1 mol de moléculas, $3 \cdot N_A$ de moléculas son 3 mol de moléculas y $2\cdot N_A$ de moléculas son 2 mol de moléculas, también podemos decir que 1 mol de moléculas de N_2 reaccionan con 3 mol de moléculas de H_2 para formar 2 mol de moléculas de amoniaco.

Es decir los coeficientes estequiometricos también nos indican la proporción en moles en la que se encuentran las distintas sustancias que intervienen en una reacción química.

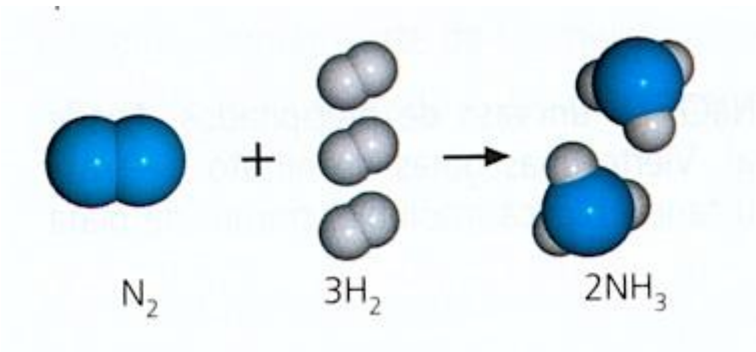


Imagen 12: Reacción de síntesis del amoniaco.

Fuente: chemicalkids.galeon Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Cuando las sustancias son gases y se encuentran en las mismas condiciones de P y T, los coeficientes estequiométricos también nos indican la proporción en volumen. Por ejemplo, como en la reacción anterior todas las sustancias son gases, podemos decir que 1l de nitrógeno reacciona con 3l de hidrógeno para formar 2l de amoniaco.

a) Cálculos mol-mol

Este sería el ejercicio más sencillo de estequiometria.

EJEMPLO:
Calcula el número de moles de amoniaco que se obtienen a partir de 12 mol de hidrógeno.

mol H_2 → n amoniaco = ?

Lo primero que hay que hacer es escribir la ecuación química ajustada, ya que ésta nos indica la proporción en moles en que se encuentran todas las sustancias que intervienen en la reacción.

$$N_2 + 3\,H_2 \rightarrow 2\,NH_3$$

Como queremos calcular el número de moles amoniaco que se obtienen a partir de 12 mol de hidrógeno, a partir de la ecuación química obtendremos la proporción en que se encuentran esas sustancias. Como podemos observar, a partir de 3 mol de hidrógeno se obtienen 2 mol de amoniaco (los coeficientes estequiométricos nos indican la proporción en que se encuentran las distintas sustancias).

Por lo tanto, planteamos la siguiente proporción:

$$\frac{n\ amoniaco}{12\ mol\ hidrógeno} = \frac{2\ mol\ amoniaco}{3\ mol\ hidrógeno}$$

Despejamos el n amoniaco

$$n\ amoniaco = 12\ mol\ hidrógeno\ x\ \frac{2\ mol\ amoniaco}{3\ mol\ hidrógeno} = 8\ mol\ amoniaco$$

Es decir, para resolver un ejercicio en el que nos piden n (número de moles) de una sustancia (incógnita) a partir de un número de moles conocido de otra sustancia (dato) tenemos que utilizar la relación molar obtenida a partir de la ecuación química y plantear una proporción.

$$n_{\text{dato}}\ (\text{mol}) \xleftrightarrow{\text{Ecuación química}} n_{\text{incógnita}}\ (\text{mol})$$

EJERCICIO 9

Calcula los moles de agua (H_2O) que se obtienen a partir de 3,5 mol de oxígeno (O_2).

$H_2 + O_2 \rightarrow H_2O$ (ecuación química sin ajustar)

EJERCICIO 10

¿Cuántos moles de hidrógeno reaccionan con 6 moles de oxígeno?

EJERCICIO 11

Calcula los moles de oxígeno necesarios para obtener 5 mol de agua.

b) Cálculos mol-masa

EJEMPLO:

Calcula la masa de amoniaco que se obtienen a partir de 12 mol de hidrógeno.

Datos: A (N) = 14; A (H) = 1

12 mol H_2 $\rightarrow$ m amoniaco = ?

En este problema también nos piden la cantidad de amoniaco que se obtiene a partir de la misma cantidad de hidrógeno (12 mol) pero en lugar de la cantidad de amoniaco que se obtiene en moles nos pide su masa (g). Por lo tanto, tendremos que averiguar primero el número de moles como lo hicimos en el ejercicio anterior y después hallar la masa de ese número de moles.

1º)

$$\frac{n\ amoniaco}{12\ mol\ hidrógeno} = \frac{2\ mol\ amoniaco}{3\ mol\ hidrógeno}$$

$$n\ amoniaco = 12\ mol\ hidrógeno\ x\ \frac{2\ mol\ amoniaco}{3\ mol\ hidrógeno} = 8\ mol\ amoniaco$$

2º) masa = n . M molar

Para hallar la masa tenemos que calcular la M molar

Masa molecular amoniaco = 14 + 3.1 = 17 u, luego la M molar = 17 g/mol

masa = n . M molar = 8 mol . 17 g/mol = 136 g amoniaco

$$n_{dato}\ (mol) \xrightarrow{\text{Ecuación química}} n_{incógnita}\ (mol) \xrightarrow{\text{M molar}} m_{incógnita}\ (g)$$

EJERCICIO 12

Calcula la masa de agua que se obtiene a partir de 3,5 mol de oxígeno (O_2).

$H_2 + O_2 \rightarrow H_2O$ (ecuación química sin ajustar)

EJERCICIO 13

Calcula la masa de hidrógeno que reacciona con 6 mol de oxígeno.

EJERCICIO 14

Calcula la masa de agua que se obtiene a partir de 9 mol de hidrógeno (H_2).

c) Cálculos masa-masa

EJEMPLO:

Calcula la masa de amoniaco que se obtiene a partir de 24 g de hidrógeno.

Datos: A (N) = 14; A (H) = 1

24 g H_2 $\rightarrow$ m amoniaco = ?

1º) En primer lugar calculamos el n hidrógeno

$$n\ hidrógeno = \frac{masa\ (g)}{M\ molar\ (\frac{g}{mol})} = \frac{24\ g}{2\ \frac{g}{mol}} = 12\ mol\ hidrógeno$$

Masa molecular H_2 = 2 . 1 = 2 u, luego la M molar es 2 g/mol

2º)

$$\frac{n\ amoniaco}{12\ mol\ hidrógeno} = \frac{2\ mol\ amoniaco}{3\ mol\ hidrógeno}$$

$$n\ amoniaco = 12\ mol\ hidrógeno \times \frac{2\ mol\ amoniaco}{3\ mol\ hidrógeno} = 8\ mol\ amoniaco$$

3º) masa = n . M molar

Para hallar la masa tenemos que calcular la M molar

Masa molecular amoniaco = 14 + 3.1 = 17 u, luego la M molar es 17 g/mol

masa = n . M molar = 8 mol . 17 g/mol = 136 g amoniaco

Como podemos deducir a partir de estos tres ejercicios, en todo cálculo estequiométrico se deben dar los siguientes pasos:

1.- Si la cantidad de la sustancia (dato) a partir de la cuál queremos saber la cantidad de otra (incógnita) no está en moles, tendremos que calcular su número de moles (n dato).

2.- Mediante la ecuación química que nos proporciona la relación entre el n de todas las sustancias que intervienen en la reacción, se calculará mediante una proporción el n (número de moles) de la sustancia que nos pida el problema (incógnita).

3.- A partir del n de la sustancia incógnita se calculará la magnitud que nos pida el ejercicio: masa, nº de átomos o moléculas, volumen a unas determinadas presión y temperatura, etc.

Por ejemplo, en el ejercicio anterior tendríamos que seguir el siguiente esquema:

$$m_{\text{dato}}\ (g) \xrightarrow{\text{M molar}} n_{\text{dato}}\ (mol) \xrightarrow{\text{Ecuación química}} n_{\text{incógnita}}\ (mol) \xrightarrow{\text{M molar}} m_{\text{incógnita}}\ (g)$$

<u>EJERCICIO 15</u>

Calcula la masa de agua que se obtiene a partir de 40 g de hidrógeno.

$H_2 + O_2 \rightarrow H_2O$ (ecuación química sin ajustar)

EJERCICIO 16

Calcula la masa de oxígeno que reacciona con 10 g de hidrógeno.

EJERCICIO 17

Calcula la masa de oxígeno necesaria para obtener 36 g de agua.

2) La química en la sociedad

En los medios de comunicación, habitualmente aparecen noticias relacionadas con el sector industrial. Se habla de la industria del automóvil, de la industria del ocio (videojuegos, cine o música), etc., pero pocas veces hacemos referencia a una de las ramas industriales más importantes: la industria química.

Ya has visto la química como una ciencia experimental, que estudia la estructura interna de la materia y sus transformaciones. Ahora vas a ver cómo ayuda a mejorar la calidad de vida, creando sustancias que se utilizan en gran número de actividades cotidianas.

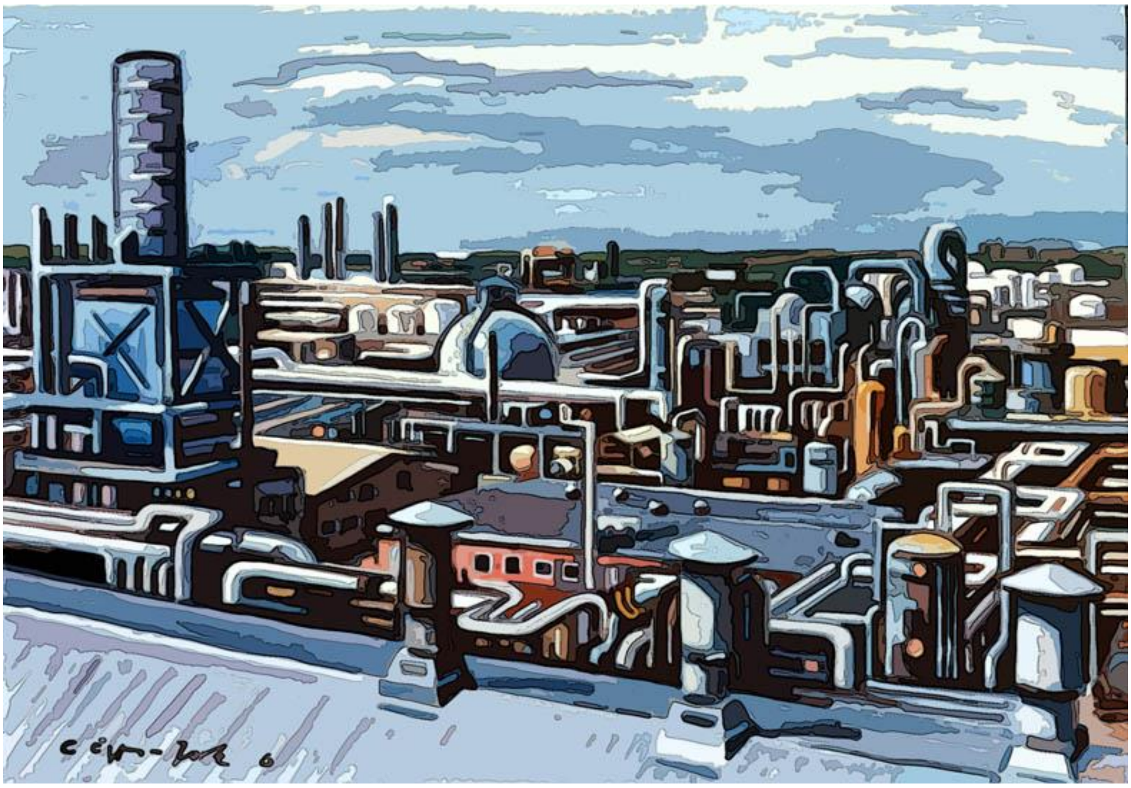


Imagen 13: Industrie-Landschaft Dow Chemical Deutschland.
Fuente: Wikimedia.
Autor: Carsten Eggers.
Licencia: Creative Commons (CC)

La industria química se dedica a transformar materias primas para obtener una amplia gama de productos de uso habitual. Estos materiales se encuentran desde en laboratorios de I+D+i (Investigación, Desarrollo e innovación) hasta en nuestro hogar, que en último término es uno de los lugares más importantes de la participación de la química en la vida del ser humano, pues en él hay una gran cantidad de sustancias derivadas de la química industrial.

2.1. La industria química

Las actividades de carácter económico se agrupan en tres grandes sectores:

1. **Sector primario**: dedicado a la obtención de productos y materias primas directamente de la naturaleza (agricultura, pesca y minería).
2. **Sector secundario**: en él se transforman las materias primas en productos elaborados; engloba el sector industrial, energético y de la construcción.
3. **Sector terciario**: no produce bienes, sino servicios. Se denomina también sector servicios.

La industria química esta englobada en el sector secundario.

La industria química que vamos a estudiar en este tema es:

1. **La industria química básica**: metalurgia, obtención de ácido sulfúrico y amoniaco.
2. **La industria química farmacéutica**.
3. **La industria petroquímica**.

Importante

La industria química es la industria que se ocupa de dos acciones fundamentales:

1. La extracción y procesamiento de las materias primas, tanto naturales como sintéticas.
2. La transformación de las materias primas en otras sustancias con características diferentes a las que tenían originalmente.

El objetivo final de esta industria es satisfacer las necesidades de las personas mejorando su calidad de vida, elaborando un producto de buena calidad con el costo más bajo posible y tratando de ocasionar el menor daño posible al medio ambiente.

2.1.1. La industria química básica

La industria química básica comprende:

1. La metalurgia.
2. Obtención de ácido sulfúrico.
3. Obtención de amoniaco.

2.1.1.1. La metalurgia

No podríamos imaginar el mundo moderno sin metales, ya que entran en la composición de miles de aparatos e instrumentos que empleamos normalmente y la electricidad llega a nuestros hogares a través de ellos.

Aunque en sentido estricto la metalurgia es el conjunto de técnicas para la extracción, tratamiento y obtención de metales, podemos ampliar la definición a las técnicas empleadas para la consecución de materias minerales extraídas por minería.

La **metalurgia** consta de dos procesos:

La **concentración** consiste en separar el mineral rico en el metal, que se conoce como mena, del resto de minerales y rocas que lo acompañan en la mina, la ganga. Aunque existen diversos **métodos de concentración**, como el empleo de *imanes* para minerales férricos, o la *amalgamación con mercurio* para la obtención de metales preciosos, ***la flotación*** sigue siendo un **proceso muy importante y empleado**.

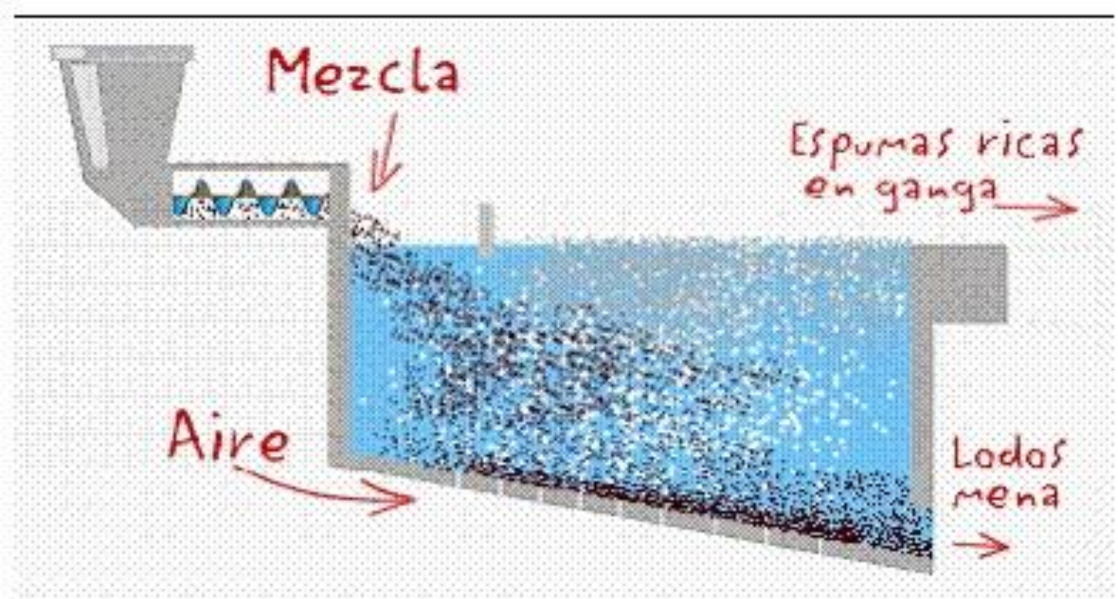


Imagen 14: Flotación. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

Normalmente los sólidos no flotan en el agua, así que se añaden a ésta sustancias que favorecen la flotabilidad, especialmente detergentes que forman espumas y que arrastran hacia la superficie los sólidos y los separan. Este método es muy empleado en minería para separar la mena, el mineral del que se va a obtener el metal de interés, de la ganga, el mineral que acompaña a la mena y que carece de utilidad. Como la ganga normalmente es menos densa que la mena, al añadir detergentes al agua se consigue que flote, dejando la mena en el fondo. Después, claro, habrá que proceder al secado de la mena. A veces no es necesario conseguir la flotación completa, basta con que sea factible arrastrar la ganga. Eso es lo que ocurre en la minería de oro que se ve en las películas de vaqueros. Como el oro es mucho más pesado que la arena, el agua no puede arrastrar sus pepitas, mientras que sí lo hace con la arena y así se separan.

El **refinado** es el conjunto de procesos por el que la mena, ya separada de la ganga, es tratada para obtener el metal puro o casi puro. Existen muchos procesos para realizar esta tarea, pero el más común, para la obtención de hierro, sigue siendo el tratamiento de la mena en las fundiciones o altos hornos.

EJERCICIO 18

¿A qué llamamos ganga?

a. Minerales y rocas que acompañan al metal en la mina.

b. Mineral puro para refinar
c. Minerales más densos que el que se quiere purificar
d. Procesos para separar metales

EJERCICIO 19

¿A qué llamamos mena?

a) mineral que acompaña al metal precioso
b) Los detergentes que favorecen la flotabilidad
c) El mineral rico en el metal
d) Proceso de separación del mineral

Mira el siguiente esquema y estúdialo:

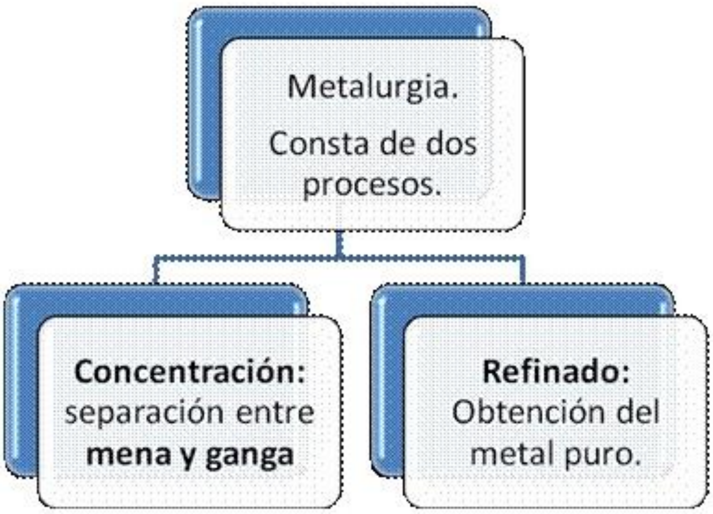


Imagen 15: Esquema de la metalurgia. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

2.1.1.2. Ácido sulfúrico

El ácido sulfúrico, de fórmula H_2SO_4 es un ácido fuerte, muy corrosivo, líquido, soluble en agua, que hierve a 340 ºC y congela a 10.8 ºC, llamado antiguamente aceite de vitriolo, tiene múltiples aplicaciones en el laboratorio y en la industria, hasta tal punto que el consumo de ácido sulfúrico puede considerarse un índice de la riqueza industrial de una nación. En la industria se emplea para la fabricación de abonos, de superfosfatos, de detergentes, de fibras sintéticas, pinturas, baterías de automóviles, refinado de metales y de petróleo etc.

Existen dos métodos para la obtención de ácido sulfúrico, ambos parten de azufre (S_8) o pirita (Fe_2S):

A) Método de las cámaras de plomo.

El azufre o la pirita se queman en grandes torres de ladrillo recubiertas interiormente con plomo. La combustión produce dióxido de azufre que en el aire reacciona con oxígeno, óxidos de nitrógeno y vapor de agua, produciendo gotitas de ácido sulfúrico que caen al fondo de las torres. Los óxidos de nitrógeno se recuperan de los gases y se reintroducen en las cámaras de plomo. El ácido sulfúrico así obtenido es una disolución al 65 % en agua. Este método cada vez es menos empleado.

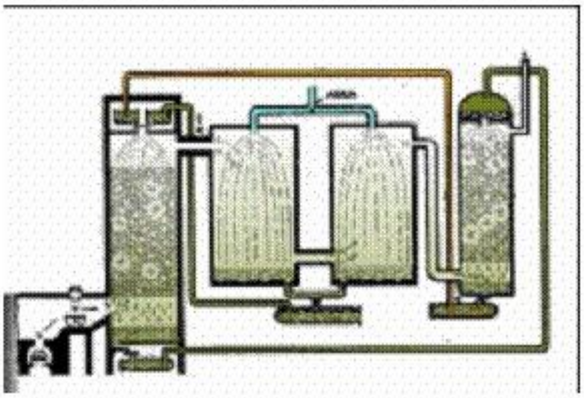


Imagen 16: Método de cámaras de plomo.

Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

B) Método de contacto.

La combustión de la pirita o el azufre en un horno produce dióxido de azufre. Este dióxido de azufre se hace pasar a unas cámaras donde se oxida con aire y un catalizador a 400 ºC para obtener trióxido de azufre, que se disuelve en agua con ácido sulfúrico. Dependiendo de la cantidad de agua y ácido sulfúrico que se añade al trióxido de azufre se obtiene ácido sulfúrico de distinta concentración. Normalmente se emplean dos catalizadores, uno, más barato, de óxido de vanadio y después otro más caro y efectivo, normalmente platino. Este es el método más empleado en la actualidad.

$S_8 + 8O_2$ ------$8SO_2$

$2SO_2 + O_2$ -------$2SO_3$

$SO_3 + H_2O$-------- H_2SO_4

En el siguiente esquema se recogen algunos datos acerca del proceso de obtención del ácido sulfúrico. Estudia el texto y el esquema e intenta resolver el siguiente ejercicio.

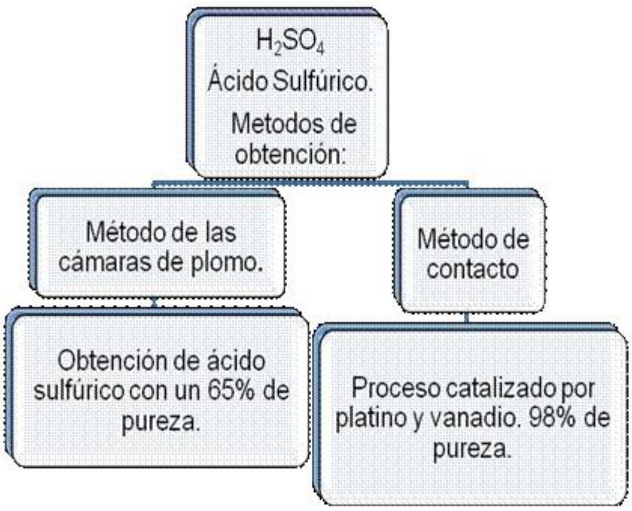


Imagen 17: Esquema de la obtención del ácido sulfúrico.

Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

EJERCICIO 20

¿Son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones?

	V / F
El ácido sulfúrico, de fórmula H_2SO_4 es un ácido débil y nada corrosivo.	
Se emplea para la fabricación de abonos, de superfosfatos, de detergentes, pinturas, baterías de automóviles, refinado de metales y de petróleo.	
El método de las cámaras de plomo, es el más usado y se obtiene también plomo.	
En el método de las cámaras de plomo, el azufre o la pirita se queman en grandes torres de ladrillo recubiertas interiormente con plomo.	
El ácido sulfúrico obtenido por el método de las cámaras de plomo es una disolución al 65 % en agua.	
En el método de contacto no se usan catalizadores.	
El método de contacto es el método más empleado en la actualidad.	

2.1.1.3. Amoniaco

El amoniaco, de fórmula NH_3 es un gas de olor picante, que hierve a -33 ºC y congela a -78 ºC. Normalmente se encuentra en disolución acuosa al 30 o 40 %. Aunque es conocido en los hogares por emplearse su disolución, que es fuertemente alcalina, en la limpieza doméstica, sus aplicaciones industriales lo hacen un componente básico en la industria. Se emplea fundamentalmente como fertilizante, bien puro o bien en forma de urea, o para la obtención de ácido nítrico (HNO_3). Para la obtención del ácido nítrico se necesita, además de amoniaco, ácido sulfúrico. El ácido nítrico es empleado también en la fabricación de explosivos.

Industrialmente el amoniaco se obtiene mediante el método de Bosch - Haber, en el que se mezclan nitrógeno e hidrógeno, a más de 200 atm de presión y 200 ºC de temperatura, en presencia de un catalizador que contiene hierro.

El proceso Haber produce más de 100 millones de toneladas de fertilizante de nitrógeno al año. El 0,75% del consumo total de energía mundial en un año se destina a este proceso. Los fertilizantes que se obtienen son responsables del sustento de más de un tercio de la población mundial, así como de varios problemas ecológicos.

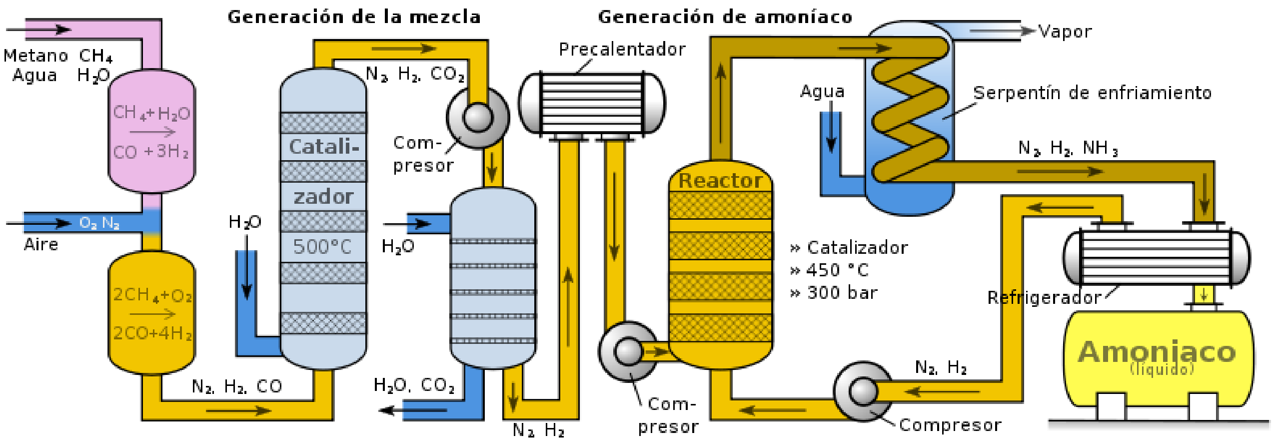


Imagen 18: Esquema proceso de Haber-Bosch. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

Diagrama del proceso de Haber-Bosch. De forma más resumida:

Imagen 19: Esquema proceso de Haber-Bosch. Fuente: Materialesvirtuales ESPA LOE

2.1.2. Química farmacéutica

2.1.2.1. Medicamentos

Los **medicamentos** son sustancias que se emplean para prevenir, combatir o disminuir los efectos de las enfermedades. Pueden ser éticos o de prescripción, que sólo se pueden obtener mediante una receta médica, o de propiedad, patentados y empleados contra pequeñas dolencias, que no necesitan de receta médica. Aunque la mayoría de los medicamentos son de origen vegetal o animal, algunos son de origen mineral e, incluso algunos de los que en principio tuvieron su origen en plantas o animales, hoy día se sintetizan por métodos químicos.

Entre los medicamentos producidos químicamente más importantes cabe destacar la aspirina, ácido acetilsalicílico, que se obtenía a partir del ácido salicílico, presente en la corteza del sauce y de efectos analgésicos, antipiréticos y anticoagulantes muy marcados. Las propiedades preventivas de la aspirina aún se están descubriendo, siendo recomendada para la prevención de infartos, algunos tipos de cáncer y la ceguera por diabetes y cataratas. Mención especial merecen las sulfamidas, los primeros antibióticos conocidos que, aunque desplazados por los derivados de la penicilina por tener más efectos secundarios que ésta, todavía se emplean en cepas bacterianas resistentes a la penicilina.

Imagen 20: Medicamentos. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

Práctica en casa: Aspirina y aspirina efervescente.

La aspirina se comercializa en varias formas. Una de ellas es la efervescente, que es aspirina con bicarbonato de sodio. Para entender la utilidad de esa presentación haz la siguiente experiencia:

1. En un vaso de agua de 250 ml aproximadamente, pon una aspirina y añade unos 100 ml de agua. Remueve con una varilla. ¿Consigues que se disuelva?

2. Añade al vaso anterior una cantidad de bicarbonato de sodio equivalente a dos cucharadas de café y remueve con una varilla. ¿Consigues que se disuelva?

Solución: *La aspirina convencional no se disuelve en agua, el bicarbonato sódico es un compuesto básico, que reacciona con el ácido acetilsalicílico de la aspirina dando como resultado de la reacción una sal sódica, que es un compuesto iónico y así soluble en agua. Por tanto, la mezcla aspirina, bicarbonato si se disuelve en agua. Los efectos analgésicos, antipiréticos y anticoagulantes del ácido acetilsalicílico se conservan en la forma de sal sódica.*

2.1.2.2. Ingeniería genética

La **ingeniería genética** permite la alteración del material genético de un organismo, bien añadiendo bien quitando porciones al ADN del núcleo celular.

La manipulación genética ha permitido, en el campo de la agricultura, la obtención de nuevos cultivos más resistentes a las plagas y enfermedades o con menores necesidades en cuanto a suelos o agua de riego, aumentando espectacularmente la producción de las cosechas y disminuyendo las necesidades de empleo de plaguicidas, con el consiguiente beneficio económico.

Pero es en el campo de la medicina y la producción de medicamentos donde ha encontrado su mayor aplicación. La mayoría de los medicamentos son sustancias con moléculas complejas de difícil síntesis química. Para obtenerlos, se debían purificar de las fuentes animales o vegetales que las producían. Así, la insulina, indispensable para los diabéticos, debía obtenerse a partir del páncreas de animales superiores, lo que restringía en gran medida su disponibilidad y lo encarecía enormemente. Gracias a la ingeniería genética se ha conseguido que ciertas bacterias produzcan insulina en gran cantidad y bajo precio, mejorando el suministro de insulina a los diabéticos y abaratando su coste.

Además de emplearse cada vez más para la producción de medicamentos, se esperan grandes avances en el tratamiento de ciertas enfermedades y en la elaboración de vacunas.

Imagen 21: Plantas modificadas genéticamente.

Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

2.1.3. La industria Petroquímica

2.1.3.1. Fibras

El petróleo no sólo es una fuente de energía, sino que sus derivados tienen cada vez más usos en la vida moderna. Además de combustibles, del petróleo se obtienen fibras, plásticos, detergentes, medicamentos, colorantes y una amplia gama de productos de múltiples usos. Las fibras están formadas por moléculas de estructura alargada que forman largas cadenas muy estrechas que se enlazan unas con otras hasta formar hilos de un grosor inferior a 0.05 cm. Pueden ser de origen animal, como la lana o la seda, de origen vegetal, como el lino o el algodón, de origen mineral, como la fibra de vidrio o los hilos metálicos (que suelen llevar un núcleo de algodón) o de origen sintético, la mayoría de las cuales se obtienen a partir del petróleo.

La primera fibra sintética obtenida del petróleo fue el nailon, desarrollado en 1938 como sustituto de la seda (y durante la segunda guerra mundial se empleó en la elaboración de paracaídas) y que aún se emplea en la elaboración de prendas de vestir. Pero pronto aparecieron otras fibras sintéticas como el poliéster, la lycra o las fibras acrílicas.

Aunque la mayor parte de la producción de fibras derivadas del petróleo se emplea para elaborar tejidos y prendas de vestir, una parte significativa se ha desarrollado con fines específicos, como aislantes térmicos para los astronautas, tejidos antibalas para soldados y policías o trajes ignífugos para bomberos, y después han pasado a su uso en prendas de vestir cotidianas.

2.1.3.2. Plásticos

Los plásticos tienen una estructura molecular similar a las fibras, sólo que en su producción se permite que las largas cadenas que constituyen las moléculas se entremezclen, formando láminas, en lugar de hilos. Pueden ser de origen natural, como el hule o el caucho, pero los más importantes son los sintéticos, derivados del petróleo.

Los plásticos pueden moldearse con facilidad, son muy resistentes al ataque de productos químicos, impermeables, aislantes térmicos y eléctricos, y tenaces. Propiedades que los hacen muy útiles en la elaboración de recipientes, aislantes de cables eléctricos o para asas de utensilios de cocina.

Existen cientos de plásticos de características específicas y desarrollados para empleos particulares, pero muchos son muy corrientes. Entre estos, cabe destacar:

• **PVC**. El policloruro de vinilo, derivado del cloruro de vinilo (CH_2=CHCl) es rígido, impermeable y resistente a los agentes químicos, lo que lo hace ideal para la fabricación de tuberías, láminas y recubrimiento de suelos. Añadiéndole un plastificador, normalmente poliéster, se vuelve flexible, empleándose entonces como aislante en tendidos eléctricos y para fabricar envases de alimentos.

Imagen 22: PVC.

Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

• **Teflón**. El politetrafluoretileno, derivado del tetrafluoretileno (CF_2=CF_2) es muy resistente al calor, a la humedad y a los agentes químicos. Desarrollado inicialmente para la industria aeronáutica, sus propiedades lo han generalizado como recubrimiento en utensilios de cocina antiadherentes, de fácil limpieza.

Imagen 23: Teflón,

Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

2.1.3.3. Detergentes

Los detergentes o surfactantes son moléculas relativamente largas uno de cuyos extremos es soluble en agua y el otro soluble en grasas. En agua forman pequeñas micelas, esferas con la parte hidrófila hacia el exterior y con la parte hidrófoba en el interior de la esfera. Es en este interior donde se sitúan las grasas y se eliminan de las superficies y tejidos, consiguiendo la limpieza.

Los jabones son agentes surfactantes de origen natural, obtenidos a partir de aceites y grasas animales y vegetales. Cuando en la segunda guerra mundial se produjo una escasez de grasas para fabricar jabón, se desarrollaron los primeros detergentes, derivados del benceno. Estos primeros detergentes no se descomponían con facilidad, permaneciendo durante años en las aguas empleadas en el lavado. En la actualidad los detergentes empleados son biodegradables, de forma que los microorganismos los descomponen en poco tiempo, no contaminando las aguas. Puesto que el calcio en el agua disminuye las propiedades de los detergentes, estos suelen ir acompañados de agentes que eliminan el calcio, así como de espumantes, que son detergentes que, sin gran capacidad de limpieza, sí producen mucha espuma. Los detergentes empleados en la limpieza de vajillas suelen llevar protectores de la piel.

Imagen 24: Detergentes. Fuente:Materiales virtuales ESPA LOE

Además de como agentes de limpieza, los detergentes se emplean en minería para facilitar la flotación de ganga o mena y separar el mineral útil de las rocas que lo acompañan.

2.1.3.4. Combustibles y asfaltos

Además de para la obtención de fibras, plásticos, detergentes, colorantes... del petróleo se extraen la mayor parte de los combustibles empleados en el transporte moderno y en la obtención de energía eléctrica. Formado a partir de plantas y microorganismos marinos primitivos, el petróleo se encuentra, junto con el gas natural, en yacimientos subterráneos. Es una mezcla compleja de hidrocarburos (compuestos de carbono e hidrógeno) que, antes de emplearse industrialmente, es refinado, proceso que consiste en una **destilación fraccionada** para separar los distintos componentes que lo forman.

Una vez separados los distintos componentes del petróleo, se destinan a las distintas industrias petroquímicas y, una parte muy importante, se convierte en combustibles como la gasolina y el gasóleo que se emplean no sólo como combustibles en los vehículos de combustión interna, automóviles, barcos o aviones, sino en las centrales térmicas, para la obtención de la electricidad. Así, de un barril de petróleo, que contiene 159 l, se obtienen unos 115 l de combustibles.

El asfalto es el componente residual del refinado del petróleo, empleándose como impermeabilizante y para la construcción de carreteras.

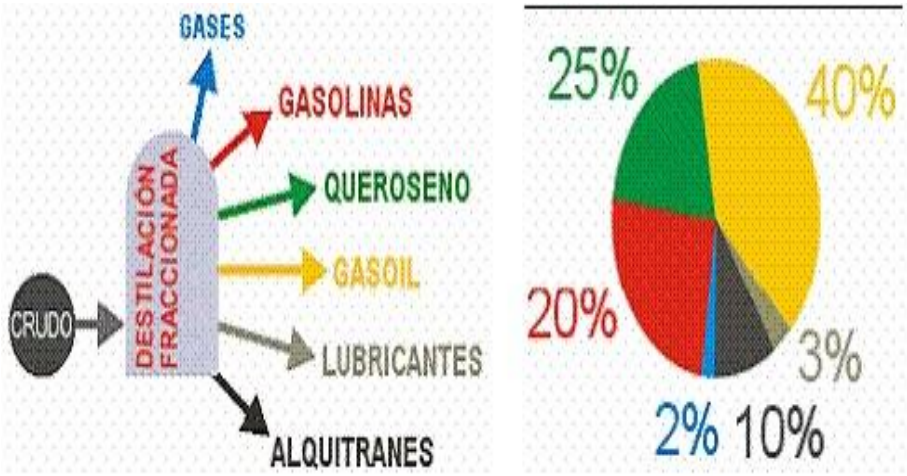


Imagen 25: Destilación fraccionada del petróleo. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

EJERCICIO 21

Señala con una “X” en la columna de la izquierda cuál de los siguientes productos procede del petróleo:

	Plástico
	Algunos detergentes
	Algunos medicamentos
	PVC
	Teflón
	Combustibles
	Todos

3. Investigación, desarrollo e innovación (I+D+i)

Investigación, desarrollo e innovación (habitualmente indicado por la expresión I+D+i o I+D+I) es un concepto de reciente aparición, en el contexto de los estudios de ciencia, tecnología y sociedad; como superación del anterior concepto de investigación y desarrollo (I+D). Es el corazón de las tecnologías, de la información y comunicación.

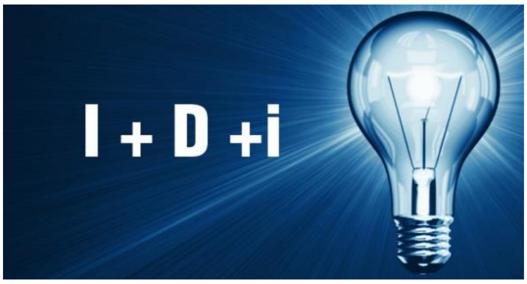


Imagen 26: I+D+I. Fuente: femepa. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

En el siguiente vídeo podemos ver cómo funciona una empresa que se dedica a asesorar en materia de I+D+i desarrollando un plan de actuación que consiste, desde identificar el proyecto hasta cómo maximizar los beneficios fiscales.

Vídeo 1: SISTEMA DE GESTIÓN DE LA INNOVACIÓN, LA UNIDAD DE I+D+i
Fuente: Youtube.
https://www.youtube.com/watch?v=Mym1jBm4st4

3.1. Definición

El desarrollo es un concepto que viene del sector económico, y la innovación e investigación vienen de la tecnología y la ciencia.

Mientras que el de desarrollo es un término proveniente del mundo de la economía, los de innovación e investigación provienen respectivamente del mundo de la tecnología y la ciencia.

Se ha definido la investigación como el hecho de invertir capital con objeto de obtener conocimiento, siendo la innovación invertir conocimiento para obtener ese capital, lo que marca muy claramente la ecuación de retorno de ciertas inversiones en investigación que una vez se convierten en innovación reportan grandes beneficios a la parte inversora, siendo los principales canales tanto de inversión como de repercusión en el crecimiento.

El nivel de potencia en I+D+i en un país se suele medir por el ratio entre el inversión realizada en I+D+i, el PIB, separando claramente la inversión pública y privada en este área.

Casi el total de los países intentan, en la medida de lo posible, incrementar su actividad en I+D+i a través de subvenciones, préstamos bonificados, deducciones, etc, ya que estas inversiones se ven directamente reflejadas en el nivel competitivo del tejido empresarial y productivo de dicho país. Todas estas mejoras se ven repercutidas socialmente en forma de mejora en la calidad de vida, salud, etc.
La secretaría de Estado de investigación, desarrollo e innovación del Ministerio de economía, industria y competitividad ha establecido un PLAN ESTATAL de Investigación Científica y Técnica y de Innovación a partir del 2013. En el diseño y elaboración del mismo, han participado las distintas unidades de la Administración General del Estado, los agentes sociales, los centros públicos de investigación y las Universidades, los centros tecnológicos y unidades de interfaz, las asociaciones empresariales, las plataformas tecnológicas existentes y expertos procedentes de la comunidad científica, técnica y empresarial, nacionales e internacionales, y ha contado además con la participación de las Comunidades Autónomas en la definición de los mecanismos de articulación y coordinación establecidos.

3.2. I+D+i Industria farmacéutica

La elevada cualificación constituye un elemento clave del empleo en I+D de la industria farmacéutica: los titulados superiores (licenciados y doctores) han pasado de ser menos de dos tercios de la plantilla empleada en I+D en 2003 a suponer más de cuatro quintas partes en 2015.

La industria farmacéutica invirtió 1004 millones de euros en I+D en 2015. La principal partida del gasto (más de 494 millones) fue la dedicada a ensayos clínicos y se invirtieron más de 132 millones de euros en investigación básica.

De los 974 millones de euros invertidos en I+D, el 41% se dedicó a contratos de investigación con hospitales, universidades y centros públicos.

En el siguiente esquema tenemos una comparativa de los datos de las distintas comunidades.

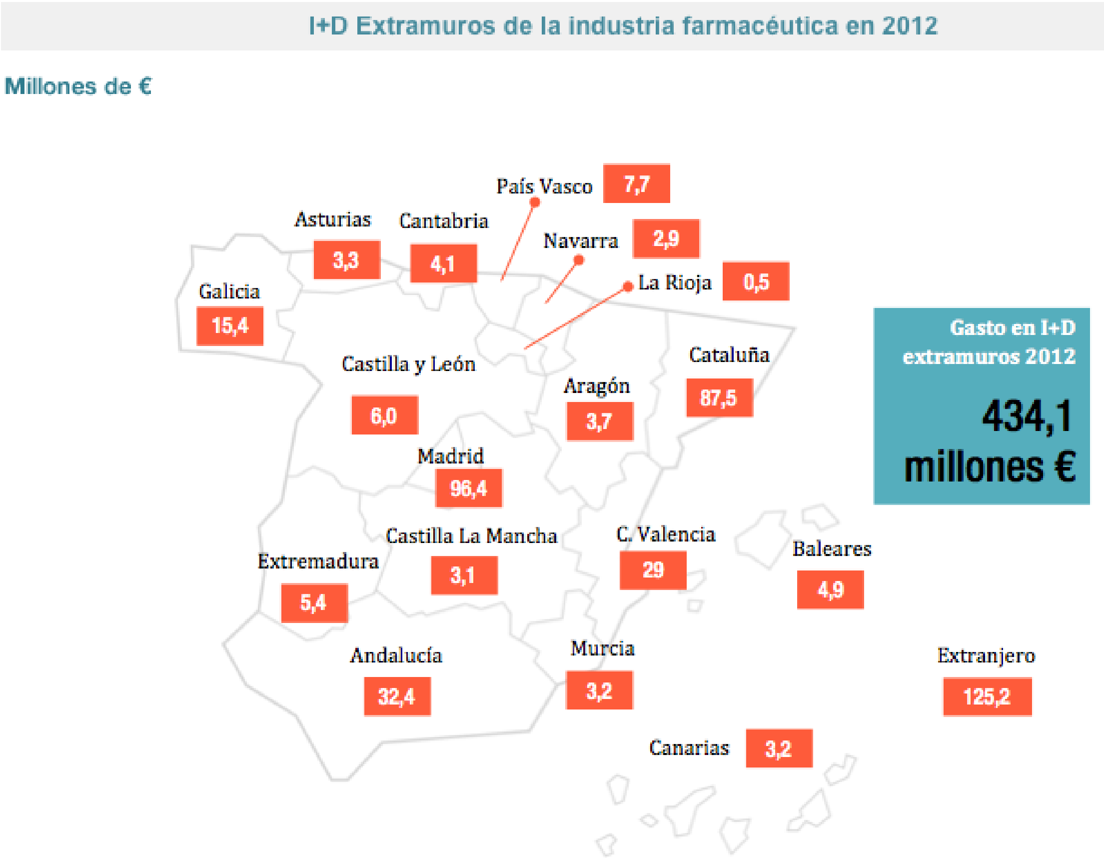


Imagen 27: I+D Gastos extramuros industria farmaceutica 2012.
Fuente: [farmaindustria](). Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

3.3. I+D+i Industria alimentaria

La preocupación por la salud que caracteriza la sociedad actual ha llevado a la industria alimentaria –el mayor sector industrial de España, con más del 16% del total de la producción– a lanzarse de lleno en la investigación de ese alimento que proporcione al ciudadano la posibilidad de eludir las enfermedades que tanto teme.

Tradicionalmente, la industria alimentaria española se ha mantenido al margen de la investigación. Sin embargo, desde hace una década, los esfuerzos en I+D+i no dejan de crecer. Un buen ejemplo de ello es el proyecto Senifood, centrado en la investigación industrial de dietas y alimentos con características específicas para las personas mayores. Cuenta con el apoyo del Centro para el Desarrollo Tecnológico Industrial del Ministerio de Ciencia e Innovación (CDTI), y en él colaboran empresas productoras de ingredientes y empresas alimentarias. En total, los socios invertirán 24 millones en tres años.

Otro proyecto es Primer Diana. Seis empresas agroalimentarias y cinco centros de investigación de la Comunidad de Castilla y León se han unido para crear este proyecto, que tiene como objetivo global obtener antioxidantes naturales a partir de diferentes productos agroalimentarios (antioxidantes procedentes de la uva, de los cereales, del café o de las algas) y, a partir de ahí, estudiar el diseño de ingredientes a base de esos antioxidantes para su posterior aplicación en diferentes matrices alimentarias (productos cárnicos, lácteos, piensos para animales, pastas alimentarias, café, harinas, bebida y refrescos).

El crecimiento de la inversión en I+D+i es exponencial, gracias, fundamentalmente, a esa nueva familia de alimentos funcionales, elaborados no sólo por sus características nutricionales sino también para cumplir una función específica de mejora de la salud. Para ello se les agrega desde minerales, vitaminas, ácidos grasos o fibra alimenticia hasta antioxidantes.

Existe, no obstante, una preocupación creciente desde finales del siglo pasado por parte de la comunidad científica tanto por las propiedades atribuidas a este tipo de alimentos como por las posibles consecuencias de incorporar determinados nutrientes en un alimento a largo plazo. Otra de las cuestiones a debate es, precisamente, si el refuerzo de los alimentos puede elevar la ingesta de los nutrientes en una cantidad mayor a la esperada. Las autoridades alimentarias y sanitarias de todo el mundo reclaman a los consumidores que el consumo de estos alimentos sea parte de una dieta equilibrada, y en ningún caso como un sustituto de ésta.

Imagen 28: Investigación y desarrollo en la industria alimentaria.
Fuente: [foodvac](). Autor: foodVAC Manager. Licencia: Desconocida

3.4. I+D+i Industria química

La INDUSTRIA QUÍMICA BÁSICA se encarga de elaborar productos químicos básicos que emplea como materia prima la industria química en general, de manera que estos compuestos básicos son transformados en otros productos químicos. Este subsector abarca un amplio abanico de productos de muy diferente naturaleza química y aplicaciones diversas.

Es importante subrayar que la heterogeneidad de la química española, generadora de miles de productos diferenciados que se hallan tanto al inicio de la cadena de valor de la práctica totalidad de los sectores (petroquímica, materias primas plásticas, gases industriales, agroquímica…) como directamente en mercados de consumo (farmaquímica, detergencia, cosmética, pinturas…), nos permite mantener una visión privilegiada, permitiendo orientar con mayor nitidez las líneas de investigación básica, la innovación aplicada y el desarrollo tecnológico.

En diversos estudios con vista al futuro se pone de relieve que el sector químico será la industria manufacturera que mayor crecimiento experimente desde nuestros días hasta el año 2030. La causa de esta notable proyección se encuentra, esencialmente, en la capacidad innovadora que la química presenta y su intervención en toda la actividad productiva para ofrecer respuestas adecuadas tanto a las necesidades esenciales, como la salud, la alimentación o la disponibilidad de energía y agua, como a los sectores más avanzados, como la ingeniería, el transporte, la edificación o las telecomunicaciones. Es decir, la química tendrá que proveer de medicamentos que sigan incrementando la esperanza y calidad de vida, de productos agroquímicos que multipliquen el rendimiento de los cultivos, de tecnologías para aumentar la producción y el consumo eficientes de agua y energía, de materiales y productos que mejoren el rendimiento y la sostenibilidad de todos los medios de transporte, de materiales innovadores y tecnologías que permitan desarrollar ciudades inteligentes, de nuevos soportes para almacenamiento y transmisión de datos.

Por lo que respecta al ámbito específico exclusivo de la innovación, las decisiones de inversión pertenecen a las empresas. En España, en concreto, el químico ha sido uno de los sectores más activos en este sentido, y de hecho es hoy el que más recursos destina la I+D+i, acumulando en sus empresas el 20% de las inversiones y el 24% de los investigadores del conjunto de la industria nacional.

Con el objetivo de propiciar la actividad innovadora de las empresas y con ello incrementar la participación de las empresas implantadas en España en el crecimiento previsto de la demanda global de productos químicos, se creó la Plataforma Tecnológica de Química Sostenible-SusChem España. Integrada por todos los agentes del sistema ciencia-tecnología-innovación relacionados con la química, SusChem España ha propiciado la cooperación entre empresas y centros públicos y privados de investigación, esencialmente en áreas tan relevantes para nuestro futuro como son la nanotecnología y los nuevos materiales, la biotecnología industrial, el diseño de nuevos procesos y la economía circular (alta eficiencia en el consumo de recursos), todo ello bajo el prisma de la sostenibilidad.

Las diferentes tendencias y necesidades de la I+D+i en el campo de la química en España, a medio y largo plazo, será ofrecer soluciones para incrementar la eficiencia y el almacenamiento energéticos, el rendimiento de las celdas fotovoltaicas, la producción de hidrógeno, el desarrollo de tecnologías de transporte económicamente viables, el uso de materias primas renovables, o el diseño de reacciones y procesos ecoeficientes, entre muchas otras.

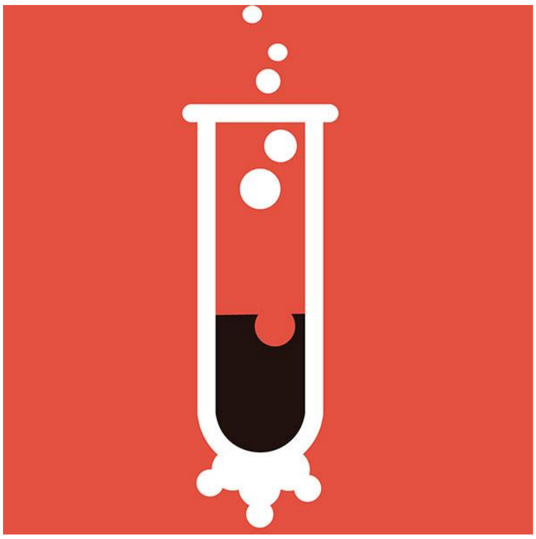


Imagen 29: Aprovechar el potencial de la Industria química.
Fuente: mas.lne. Autor: Jorge Martínez. Licencia: Desconocida

3.5. I+D+i Industria energética

El Plan Estratégico de Tecnologías Energéticas (SET Plan) es la referencia de las políticas en tecnologías energéticas en la Unión Europea.
SET Plan es la planificación estratégica común para desarrollar una cartera de tecnologías menos costosas, más eficientes y más limpias, de baja emisión de carbono, a través de la investigación coordinada a nivel europeo. Europa está comprometida en la creación de la Unión de la Energía, que tiene como objetivos contribuir al crecimiento económico, mejorar la seguridad energética de Europa y luchar contra el cambio climático. La Unión de la Energía debe construirse en base a la transformación del sistema energético europeo atendiendo a criterios de eficiencia económica y reducción de costes. Para ello, es necesaria una transición hacia sistemas de abastecimiento energético más inteligentes, más flexibles, más sostenibles, más descentralizados, más integrados, más seguros y competitivos. Es necesario que tanto productores como distribuidores innoven en la forma en que se produce, transporta, se suministra y se prestan servicios a los consumidores. Esta transformación colocará a los consumidores como centro del sistema y es clave para el desarrollo de la competitividad de la industria europea.
De acuerdo con lo anterior, se han identificado las siguientes líneas de acción para llevar a cabo la transformación: energías renovables, un sistema energético más inteligente centrado en el consumidor, eficiencia energética y sistemas de transporte más sostenibles.

Imagen 30: SET-Plan. Fuente: Secretaria del estado de investigación desarrollo e innovación . Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

TAREAS del TEMA 2. MÓDULO 4

- **SOBRE REACCIONES QUÍMICAS:**

1) Ajusta la siguiente ecuación: "a" $B_{10}H_{18}$ + "b" $O_2 \longrightarrow$ "c" B_2O_3 + "d" H_2O

2) Ajusta la siguiente ecuación: "a" $C_6H_{14}O$ + "b" $O_2 \longrightarrow$ "c" CO_2 + "d" H_2O

3) Ajusta la siguiente ecuación: "a" Al + "b" $Cr_2O_3 \longrightarrow$ "c" Al_2O_3 + "d" Cr

4) Convierta lo siguiente en una ecuación química ajustada:
Hidrógeno gaseoso reacciona con monóxido de carbono para formar metanol (CH_3OH).

5) Ajusta la siguiente ecuación: "a" Mg_3N_2 + "b" $H_2O \longrightarrow$ "c" $Mg(OH)_2$ + "d" NH_3

6) Ajusta la siguiente ecuación e indique si se trata de una reacción de combustión, de combinación o de descomposición:

"a" H_2O_2 + "b" $SO_2 \longrightarrow$ "c" H_2SO_4

7) Ajusta la siguiente ecuación e indique si se trata de una reacción de combustión, de combinación o de descomposición: "a" Li + "b" $N_2 \longrightarrow$ "c" Li_3N

8) ¿Cuál es el coeficiente del HCl cuando la ecuación siguiente está ajustada correctamente?
$CaCO_3$ (*s*) + HCl (*aq*) $\longrightarrow$ $CaCl_2$ (*aq*) + CO_2 (*g*) + H_2O (*l*)

9) Los coeficientes que se necesitan para ajustar correctamente la ecuación siguiente son: $Al(NO_3)_3$ + $Na_2S \longrightarrow$ Al_2S_3 + $NaNO_3$

10) Escriba la ecuación ajustada de la reacción que se produce cuando se calienta nitrato de potasio (KNO_3) sólido y éste se descompone para formar nitrito de potasio (KNO_2) sólido y oxígeno gaseoso (O_2).

- **SOBRE MOLES:**

1) ¿Cuál es la masa molecular y molar del óxido de azufre cuya fórmula es SO_2? La masa atómica del azufre (S) es 32 y la masa atómica del oxígeno (O) es 16 (Recuerda la masa molecular es igual a la molar, solo cambia la unidad la molecular se mide en umas y la molar en gramos)

2) ¿Cuántos moles de carbonato cálcico Ca CO_3 hay en 300 gramos de dicha sustancia? Masa del Ca= 40; C= 12 y O=16 (Para calcularlo tienes que calcular la masa de un mol de esa sustancia)

3) ¿Cuál es la masa molecular y molar del óxido de hierro cuya fórmula es Fe_2 O_3? ¿Cuántos moles de Fe_2 O_3 hay en 270 gramos de dicho óxido? Masa del Fe= 56; O=16.

4) ¿Cuántos moles son 20 gramos de cobalto? Masa atómica del Co = 59

5) Indica cuántos gramos son 5 moles de potasio (K).Masa atómica del K = 39

6) ¿Cuántos gramos serán 2 moles de hidróxido sódico (NaOH)?

Masas atómicas: Na = 23 , O = 16, H = 1

7) ¿Cual será la masa de un mol de agua (H_2 O)? O = 16, H = 1

8) Fíjate bien y responde

¿Cuántos moléculas de agua (H_2O) hay en un mol?

¿Cuántos átomos de hidrogeno (H) hay en un mol de agua?

¿Cuántos átomos de oxigeno (O) hay en un mol de agua?

9) ¿Cuántos gramos hay en 7 moles de agua cuya fórmula es H_2O?

10) ¿Qué es un mol?

11) ¿Qué dice la ley de Lavoisier?

12) Dada la siguiente reacción ajustada $2C_2H_6 + 7O_2 \longrightarrow 4CO_2 + 6H_2O$

Sabiendo que la masa del C=12; H=1; O=16

Contesta las siguientes preguntas:

a) **¿Cuántos gramos de agua (H_2O) se forman con 80 g de C_2H_6?**
b) **¿Cuántos moles de C_2H_6 hay en 80g?**
c) **¿Cuántos moles de agua se forman con 80g de C_2H_6?**
d) **Comprueba que se cumple la ley de Lavoisier**
e) **TAREA TEMA 2: LA QUÍMICA Y LA SOCIEDAD**

- **SOBRE LA QUÍMICA EN LA SOCIEDAD:**

1) ¿Cómo se obtiene el amoniaco de forma industrial?

2) ¿Cuál es la fórmula del ácido sulfúrico?

3) La metalurgia consta de dos fases diferenciadas. ¿Cuáles?

4) ¿Qué métodos se emplean para separar la mena de la ganga?

5) Indica el nombre de tres fibras que se empleen en el vestido.

6) ¿Cuál es la principal aplicación en el hogar del Teflón?

7) En la actualidad los detergentes empleados son__________, de forma que los microorganismos los descomponen en poco tiempo, no contaminando las aguas.

8) ¿Qué otra utilidad, aparte de la limpieza, tienen los detergentes?

9) ¿Cuándo se emplean las sulfamidas en lugar de la penicilina?

10) ¿Qué nombre químico recibe la aspirina?

11) ¿Cuál es la principal aplicación, en el campo farmacéutico, de la ingeniería genética?

- **SOBRE I+D+i :**

1) **¿Qué significan las letras I+D+i?**
2) **¿En qué consiste el proyecto Primer Diana?**
3) **¿Para qué se creó la plataforma tecnológica de Química sostenible SusChem España?**
4) **¿Qué objetivo tiene el plan estratégico de Tecnologías energéticas (SET Plan)?**
5) **Investiga cuáles son las comunidades autónomas con mayor gasto en I+D+I el pasado año?**

AUTOEVALUACIÓN TEMA 2 MÓDULO 4

1. Ajusta la siguiente ecuación: $HCl + MnO_2$ <--> $MnCl_2 + H_20 + Cl_2$

a) $4\ HCl + MnO_2 \rightarrow MnCl_2 + H_20 + Cl_2$
b) $4\ HCl + MnO_2 \rightarrow MnCl_2 + 2\ H_20 + Cl_2$
c) $2\ HCl + MnO_2 \rightarrow MnCl_2 + H_20 + 2\ Cl_2$

2. Ajusta la siguiente ecuación: FeS_2 <--> $Fe_3S_4 + S_2$

a) $2\ FeS_2 \rightarrow 2\ Fe_3S_4 + S_2$
b) $3\ FeS_2 \rightarrow Fe_3S_4 + 3\ S_2$
c) $3\ FeS_2 \rightarrow Fe_3S_4 + S_2$

3. ¿Cuál es la masa de un átomo de Na en u?

a) 11 u
b) 23 u
c) 13 u

4. ¿Cuál es la masa de un átomo de Na en g?

a) $1{,}83.10^{-23}$ g
b) $5{,}4.10^{23}$ g
c) $3{,}82.10^{-23}$ g

5. Calcula la masa molecular del carbonato de aluminio ($Al_2(CO_3)_3$).
Masas atómicas: Al = 27, C =12, O = 16.

a) 234 u
b) 468 u
d) 210 u

6. Calcula la masa molar del ácido clorhídrico (HCl).
Masas atómicas: H = 1, Cl = 35,5

a) 36,5 u
b) 36,5 g
c) 18,3 g

7. Calcula el número de moles (n) que hay en 110 g de dióxido de carbono (CO_2).
Masas atómicas: C = 12, O = 16.

a) 44 mol
b) 2,5 mol
c) 2 mol

8. Calcula la masa de 4 mol de hidróxido de magnesio ($Mg(OH)_2$).
Masas atómicas: Mg = 24, O = 16, H = 1.

a) 232 g
b) 58 g
c) 164 g

9. ¿Cuántos moles (n) de hidrógeno (H_2) se obtienen a partir de 3 mol de aluminio (Al)?

$Al + HCl \rightarrow AlCl_3 + H_2$ (ecuación sin ajustar)

a) 1,5 mol
b) 3 mol
c) 4,5 mol

10. ¿Qué masa (g) de tricloruro de aluminio se obtiene a partir de 9 mol de ácido clorhídrico (HCl)?

Masas atómicas: Al = 27, H = 1, Cl = 35,5.

$Al + HCl \rightarrow AlCl_3 + H_2$ (ecuación sin ajustar)

a) 133,5 g
b) 1201,5 g
c) 400,5 g

11. ¿Qué masa de Al es necesaria para obtener 60 g hidrógeno (H_2)?

Masas atómicas: Al = 27, H = 1, Cl = 35,5.

$Al + HCl \rightarrow AlCl_3 + H_2$ (ecuación sin ajustar)

a) 20 g
b) 540 g
c) 810 g

12. Llamamos ganga a:

a) Mineral del que se extrae un metal
b) Rocas y minerales que acompañan a la mena
c) Metal extraído de una mina
d) Materia prima para tener ácido sulfúrico

13. El refinado es:

a) Separar la mena de la ganga en una mina
b) Obtener puros o casi puros los metales
c) Obtener mentales de inferior calidad
d) Resumir los conceptos más importantes

14. En el método de flotación

a) Siempre se hunde la ganga
b) Se emplean detergentes
c) No se puede emplear agua
d) Sólo se usa con el ácido sulfúrico

15. Los métodos para obtener ácido sulfúrico son:

a) De cámaras de plomo y de platino
b) De cámaras de plomo y de contacto
c) De cámaras de contacto y sintacto
d) De contacto y de convista

16. La producción de amoniaco se realiza:

a) A más de 100 ºC
b) A más de 150 ºC
c) A menos de 100 ºC
d) A más de 200 ºC

17. En I+D+i la letra “i” representa:
a. Investigación.
b. Innovación.
c. Intuición.
d. Ninguna es correcta

18. La principal partida de I+D+i farmacéutica se destinó:
a. Cosméticos.
b. Ensayos clínicos.
c. Perfumes.
d. Analgésicos.

19. El proyecto Senifood se dedica a la investigación:
a. Dietas y alimentos con características específicas para personas mayores.
b. Dietas para deportistas de alto rendimiento.
c. Dietas para reducir enfermedades cardiovasculares.
d. Dietas basadas en productos antioxidantes.

20. En diversos estudios se pone de relieve que el sector con mayor crecimiento exponencial es:
a. Energético.
b. Químico.
c. Farmacéutico.
d. Alimentario.

21. El plan estratégico de tecnologías energéticas es la referencia de las políticas es conocido con el nombre:
a. Proyecto Diana.
b. Energy control.
c. SET Plan.
d. Energy sistema

SOLUCIONES

1. Ajusta la siguiente ecuación: $HCl + MnO_2$ <--> $MnCl_2 + H_20 + Cl_2$
a) $4\ HCl + MnO_2 \rightarrow MnCl_2 + H_20 + Cl_2$
b) $4\ HCl + MnO_2 \rightarrow MnCl_2 + 2\ H_20 + Cl_2$
c) $2\ HCl + MnO_2 \rightarrow MnCl_2 + H_20 + 2\ Cl_2$

2. Ajusta la siguiente ecuación: FeS_2 <--> $Fe_3S_4 + S_2$
a) $2\ FeS_2 \rightarrow 2\ Fe_3S_4 + S_2$
b) $3\ FeS_2 \rightarrow Fe_3S_4 + 3\ S_2$
c) $3\ FeS_2 \rightarrow Fe_3S_4 + S_2$

3. ¿Cuál es la masa de un átomo de Na en u?
a) 11 u
b) 23 u
c) 13 u

4. ¿Cuál es la masa de un átomo de Na en g?

a) $1,83.10^{-23}$ g
b) $5,4.10^{23}$ g
c) $3,82.10^{-23}$ g

5. Calcula la masa molecular del carbonato de aluminio ($Al_2(CO_3)_3$).
Masas atómicas: Al = 27, C =12, O = 16.

a) 234 u
b) 468 u
d) 210 u

6. Calcula la masa molar del ácido clorhídrico (HCl).
Masas atómicas: H = 1, Cl = 35,5

a) 36,5 u
b) 36,5 g
c) 18,3 g

7. Calcula el número de moles (n) que hay en 110 g de dióxido de carbono (CO_2).
Masas atómicas: C = 12, O = 16.

a) 44 mol
b) 2,5 mol
c) 2 mol

8. Calcula la masa de 4 mol de hidróxido de magnesio ($Mg(OH)_2$).
Masas atómicas: Mg = 24, O = 16, H = 1.

a) 232 g
b) 58 g
c) 164 g

9. ¿Cuántos moles (n) de hidrógeno (H_2) se obtienen a partir de 3 mol de aluminio (Al)?

$Al + HCl \rightarrow AlCl_3 + H_2$ (ecuación sin ajustar)

a) 1,5 mol
b) 3 mol
c) 4,5 mol

10. ¿Qué masa (g) de tricloruro de aluminio se obtiene a partir de 9 mol de ácido clorhídrico (HCl)?
Masas atómicas: Al = 27, H = 1, Cl = 35,5.

$Al + HCl \rightarrow AlCl_3 + H_2$ (ecuación sin ajustar)

a) 133,5 g
b) 1201,5 g
c) 400,5 g

11. ¿Qué masa de Al es necesaria para obtener 60 g hidrógeno (H_2)?
Masas atómicas: Al = 27, H = 1, Cl = 35,5.

$Al + HCl \rightarrow AlCl_3 + H_2$ (ecuación sin ajustar)

a) 20 g

b) 540 g
c) 810 g

12. Llamamos ganga a:
a) Mineral del que se extrae un metal
b) Rocas y minerales que acompañan a la mena
c) Metal extraído de una mina
d) Materia prima para tener ácido sulfúrico

13. El refinado es:
a) Separar la mena de la ganga en una mina
b) Obtener puros o casi puros los metales
c) Obtener mentales de inferior calidad
d) Resumir los conceptos más importantes

14. En el método de flotación
a) Siempre se hunde la ganga
b) Se emplean detergentes
c) No se puede emplear agua
d) Sólo se usa con el ácido sulfúrico

15. Los métodos para obtener ácido sulfúrico son:
a) De cámaras de plomo y de platino
b) De cámaras de plomo y de contacto
c) De cámaras de contacto y sintacto
d) De contacto y de convista

16. La producción de amoniaco se realiza:
a) A más de 100 ºC
b) A más de 150 ºC
c) A menos de 100 ºC
d) A más de 200 ºC

17. En I+D+i la letra "i" representa:
a. Investigación.
b. Innovación.
c. Intuición.
d. Ninguna es correcta

18. La principal partida de I+D+i farmacéutica se destinó:
a. Cosméticos.
b. Ensayos clínicos.
c. Perfumes.
d. Analgésicos.

19. El proyecto Senifood se dedica a la investigación:
a. Dietas y alimentos con características específicas para personas mayores.
b. Dietas para deportistas de alto rendimiento.
c. Dietas para reducir enfermedades cardiovasculares.

d. Dietas basadas en productos antioxidantes.

20. En diversos estudios se pone de relieve que el sector con mayor crecimiento exponencial es:

a. Energético.
b. Químico.
c. Farmacéutico.
d. Alimentario.

21. El plan estratégico de tecnologías energéticas es la referencia de las políticas es conocido con el nombre:

a. Proyecto Diana.
b. Energy control.
c. SET Plan.
d. Energy sistema