

Bloque 02. Tema 4.

Los números racionales y decimales. Operaciones.

ÍNDICE

1) LAS FRACCIONES.

- 1.1. Concepto.
- 1.2. Fracciones equivalentes.
- 1.3. Fracción propia e impropia.
- 1.4. Simplificación de fracciones.
- 1.5. La fracción como un operador.
- 1.6. Reducción de fracciones a un denominador común.
- 1.7. Comparación de fracciones.

2) OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES.

- 2.1. Suma y resta de números racionales.
- 2.2. Multiplicación de números racionales.
 - 2.2.1. Números inversos.
- 2.3. División de números racionales.
- 2.4. Operaciones combinadas. Jerarquía de operaciones.

3) NÚMEROS DECIMALES.

- 3.1. Relación entre fracciones y decimales.
 - 3.1.1. ¿Cómo se escribe una fracción decimal en forma de número decimal?
 - 3.1.2. ¿Cómo se escribe una fracción ordinaria en forma de número decimal?
 - 3.1.3. Cálculo de fracciones generatrices.
- 3.2. Ordenación y representación de números decimales.
- 3.3. Operaciones con decimales.
 - 3.3.1. Suma y resta de números decimales.
 - 3.3.2. Multiplicación de un número decimal por la unidad seguida de ceros.
 - 3.3.3. Multiplicación de números decimales.
 - 3.3.4. División de un número decimal por la unidad seguida de ceros.
 - 3.3.5. División de un número decimal entre un número natural.
 - 3.3.6. División de dos números decimales.

4) RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS UTILIZANDO NÚMEROS RACIONALES Y DECIMALES.

Introducción

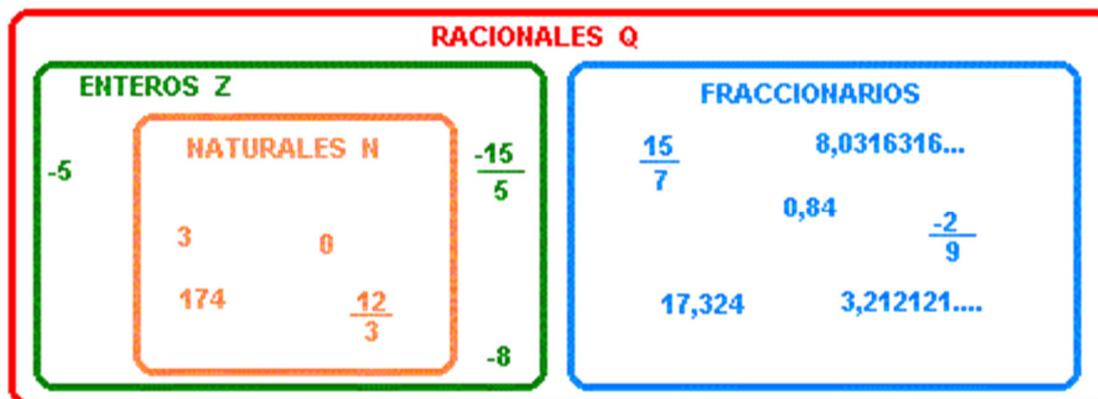


Imagen nº 1 Los números Racionales y decimales. Fuente:

http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Fracciones_decimales_porcentajes/Fracciones_4.htm

Autor: Desconocido. Licencia: CC

1) LAS FRACCIONES

La carrera automovilística de las 24 horas de Le Mans es una prueba de resistencia que se disputa anualmente cerca de Le Mans, en Francia. Los participantes, deben dar el mayor número posible de vueltas a un circuito semipermanente de 13,65 km de longitud, durante 24 horas seguidas. Cada equipo está formado por tres pilotos que se relevan cada dos horas, por lo que cada piloto hace $\frac{1}{3}$ de la carrera y descansa los $\frac{2}{3}$, aunque antes de 1970 sólo se permitían dos pilotos por vehículo.

¿Qué fracción de la carrera realizaba entonces cada piloto?

En esta primera parte del tema trabajaremos con fracciones, como los que aparecen en este texto. Como podrás apreciar, están muy presentes en nuestra vida cotidiana.

1.1) Concepto

Seguramente más de una vez hemos visto en los medios de comunicación, en los comercios, o hablando con algún amigo expresiones de este tipo:

- Un tercio de las patatas “chips” es grasa.
- El tren con destino a Madrid trae un retraso de tres cuartos de hora.
- Uno de cada 100 nacidos en España es celiaco.
- Los gastos, que ascienden a 3450 €, tienen que repartirse entre los 12 vecinos del inmueble.

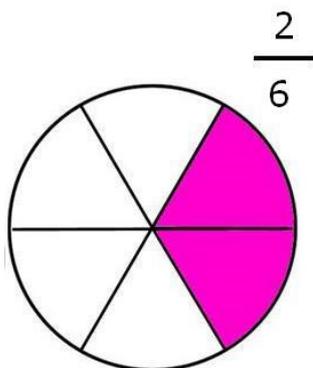
Todas estas formas de hablar se representan en matemáticas por un tipo de números que se llaman fraccionarios:

Fracción es una o varias partes iguales en que dividimos la unidad. Las fracciones representan siempre una cierta parte de "algo". Ese "algo" es la unidad que elegimos.

Una fracción es un par de números naturales a y b en la forma $\frac{a}{b}$

El número de abajo se llama **denominador** e indica las partes iguales en que dividimos la unidad.

El número de arriba se llama **numerador** e indica las partes que cogemos.



La figura se ha dividido en 6 partes de las que 2 están coloreadas y 4 no.

La fracción de figura sombreada es $\frac{2}{6}$

La fracción de figura no sombreada es $\frac{4}{6}$

Por ejemplo:

- Si tenemos 10 caramelos y los repartimos entre cinco niños, cada niño toca a dos caramelos, la fracción asociada es $\frac{2}{10}$
- Si vamos a una fiesta y la tarta se parte en nueve trozos, y yo me como 2, la fracción asociada es $\frac{2}{9}$
- Por último, si tenemos diez caramelos y cero niños, ¡no tenemos a quién dar caramelos!, por lo que no tiene sentido repartir nada, es decir, no tienen sentido fracciones como $\frac{10}{0}$.

¡Ojo! No podemos dividir por cero, luego el número b no puede ser cero.

Veamos ahora cómo se leen las fracciones. Cuando el denominador es mayor de 11, se le añade la terminación **avo**.

Primero se lee el numerador como cualquier número.

Después se lee el denominador de esta manera:

- Si es el 1 se lee enteros.
- Si es el 2 se lee medios.
- Si es el 3 se lee tercios.
- Si es el 4 se lee cuartos.
- Si es el 5 se lee quintos
- Si es el 6 se lee sextos
- Si es el 7 se lee séptimos
- Si es el 8 se lee octavos
- Si es el 9 se lee novenos
- Si es el 10 se lee décimos

- Si es más de 10 se lee el número terminado en avos. Ejemplo onceavos, doceavos, treceavos, ...
- Si es una potencia de 10 se lee el número terminado en ésimos. Ejemplo centésimos, milésimos, diezmilésimos,...

Ejercicio 1

Escribe las siguientes fracciones. Señala el numerador y el denominador de cada una.

	<u>Fracción</u>	<u>Numerador</u>	<u>Denominador</u>
a) Dos tercios			
b) Tres cuartos			
c) Cinco séptimos			
d) Ocho novenos			
e) Un sexto			

Ejercicio 2

Escribe y representa las siguientes fracciones:

	<u>Fracción</u>
a) Tres séptimos	
b) Siete octavos	
c) Un cuarto	
d) Seis sextos	
e) Doce quinceavos	

1.2) Fracciones equivalentes

Si se reparten 6€ entre tres personas ¿Cuánto recibe cada una? ¿Y si se reparten 12€ entre seis personas?

Puedes comprobar que en ambos casos el resultado es el mismo, es decir 2 euros.

$$\frac{6}{3} = \frac{12}{6} = 2$$

Dos fracciones son equivalentes cuando escritas de distintas maneras tienen el mismo resultado.

Veámoslo con un gráfico:

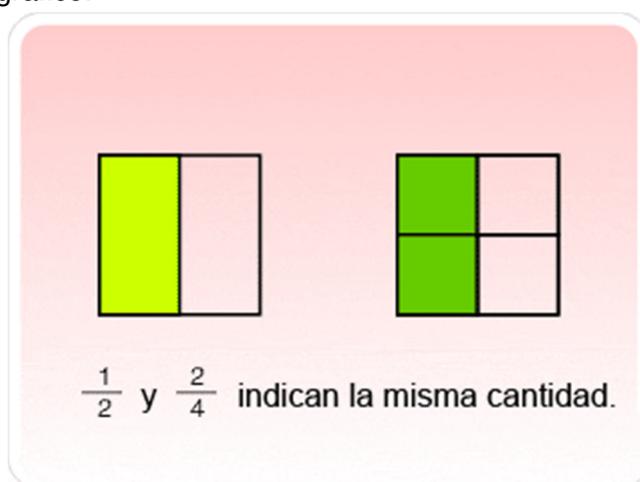


Imagen nº 2: Fracciones equivalentes

Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Fracci%C3%B3n>

Autor: Desconocido Licencia: Dominio público

Para comprobar que dos fracciones son equivalentes, basta con multiplicar en cruz y observar que el resultado obtenido es el mismo.

Para multiplicar en cruz se opera de la siguiente manera: numerador de la primera fracción por denominador de la segunda fracción y denominador de la primera fracción por numerador de la segunda.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}, \text{ si se cumple que } 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$$

En general, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, si $a \cdot d = b \cdot c$

Para obtener fracciones equivalentes a una dada basta con multiplicar o dividir el numerador y del denominador por el mismo número. Si obtenemos fracciones equivalentes mediante multiplicaciones, se denominan fracciones amplificadas:

$$\frac{1}{2} \times 2 = \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{2} \times 4 = \frac{4}{8} \dots$$

Imagen nº 3: Obtención de fracciones amplificadas. Autor: M. Pilar Alcaide Ciudad

Si obtenemos fracciones equivalentes mediante divisiones, se denominan fracciones simplificadas:

$$\frac{6}{12} : 2 = \frac{3}{6}$$

$$\frac{6}{12} : 3 = \frac{2}{4}$$

Imagen nº 4: Obtención de fracciones simplificadas. Autor: M. Pilar Alcaide Ciudad

Si tenemos dos fracciones equivalentes y a una de ellas le falta un término, es fácil calcularlo:

$$X = \frac{8.7}{4} = \frac{56}{4} = 14$$

Por tanto la fracción que es equivalente a $\frac{7}{4}$ y que tiene por numerador 8 es $\frac{14}{8}$.

Veamos qué sucede cuando las fracciones tienen un signo negativo en el numerador o en el denominador.

Ejemplo: ¿Será equivalente $\frac{-3}{5}$ a $\frac{3}{-5}$? Para responder, multiplicamos en cruz:

$$-3 \cdot (-5) = 3 \cdot 5; 15 = 15; \text{ luego sí son equivalentes.}$$

En general, cualquier fracción de la forma $\frac{-a}{b}$ es equivalente a la fracción $\frac{a}{-b}$, pero resulta más cómodo tener el signo negativo (-) en el denominador.

Veamos ahora **qué sucede cuando las fracciones tienen un signo negativo en el numerador y en el denominador.**

Ejemplo: ¿Será equivalente $\frac{-7}{-4}$ a $\frac{7}{4}$? Para responder, multiplicamos en cruz:

$-4 \cdot 7 = -28$; $-7 \cdot 4 = -28$; luego sí son equivalentes.

En general, cualquier fracción de la forma $\frac{-a}{-b}$ es equivalente a la fracción $\frac{a}{b}$, pero resulta más cómodo tener el numerador y el denominador positivos, que ambos negativos.

NÚMEROS RACIONALES: veamos el siguiente ejemplo:

Las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ y $\frac{4}{8}$ son fracciones distintas, pero equivalentes, ya que $1 \cdot 4 = 2 \cdot 2$, $2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$, $3 \cdot 8 = 6 \cdot 4$ gráficamente esta equivalencia se representa así:

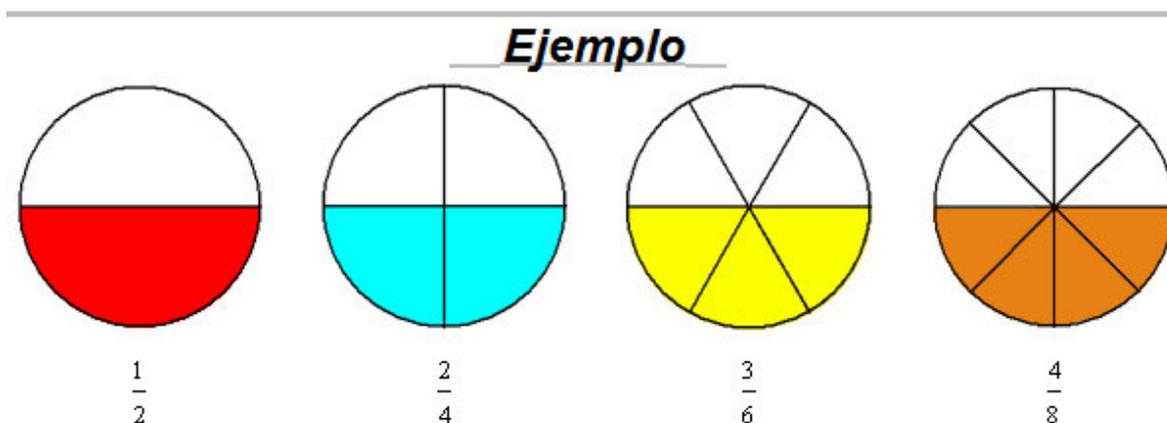


Imagen nº 5: Fracciones equivalentes
Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Fracci%C3%B3n>
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

Como vemos, estos números significan lo mismo, por lo que son **EL MISMO NÚMERO RACIONAL**. En general, decimos que un número racional es una fracción y todas las que son equivalentes a ella.

El conjunto de los números racionales se representa con la letra Q.

Ejercicio 3

Simplifica las siguientes fracciones: $\frac{6}{12}$, $\frac{54}{81}$, $\frac{40}{320}$, $\frac{180}{640}$

1.3) Fracción propia e impropia

Fracción propia es la que el numerador es menor que el denominador. El valor de esta fracción es menor que la unidad.

Ejemplos: a) $\frac{4}{6} < 1$ b) $\frac{2}{5} < 1$ c) $\frac{1}{4} < 1$

Fracción impropia es la que el numerador es igual o mayor que el denominador. Si el numerador y el denominador son iguales, la fracción vale una unidad.

Ejemplos: a) $\frac{6}{6} = 1$ b) $\frac{3}{3} = 1$

Si el numerador es mayor que el denominador, la fracción vale más que la unidad.

Ejemplos: a) $\frac{4}{3} > 1$ b) $\frac{7}{5} > 1$ c) $\frac{8}{3} > 1$

En resumen:

numerador < denominador Fracción < 1

Fracción propia numerador = denominador Fracción = 1

Fracción impropia numerador > denominador Fracción > 1 Fracción impropia

1.4) Simplificación de fracciones

Simplificar una fracción es convertirla en otra equivalente cuyos términos sean números más pequeños.

Para simplificar se divide el numerador y el denominador de la fracción por el mismo número que sea divisor de ambos.

Cuando una fracción no se puede simplificar más se dice que es irreducible y sus términos son primos entre sí.

Para simplificar una fracción y obtener su fracción irreducible, se calcula el máximo común divisor (m.c.d.) del numerador y del denominador y se dividen ambos por dicho m.c.d.

Recuerda que en el bloque anterior se estudió cómo calcular el máximo común divisor.

Ejemplo: Vamos a simplificar la fracción $\frac{24}{36}$ hasta calcular su fracción irreducible:

Solución: Calculamos el máximo común divisor del numerador y del denominador; m.c.d. (24,36) = 12; y dividimos el numerador y el denominador por el m.c.d.:

$$24:12= 2$$

$$36:12= 3 \quad \rightarrow \text{La fracción irreducible es } \frac{2}{3}$$

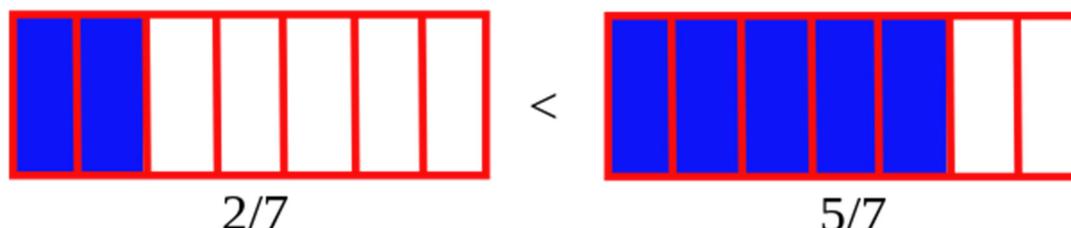
Ejercicio 4

Simplificar las siguientes fracciones: $\frac{6}{12}$, $\frac{54}{81}$, $\frac{40}{320}$, $\frac{180}{640}$

1.5) La fracción como un operador

Ejemplo 1

En una localidad se sabe que $\frac{2}{7}$ son jóvenes y $\frac{5}{7}$ son adultos. Veamos lo que significa esto.



Si no sabemos cuántas personas hay en la localidad, no podremos averiguar nada más. Quiere decir que podemos dividir a la localidad en 7 grupos iguales, de los cuales 2 serán jóvenes y 5 personas mayores. También lo podemos decir de otra forma: por cada 7 personas que hay, 2 son jóvenes y 5 adultos.

Si nos dicen que en esa localidad hay 2.275 habitantes, sí podremos calcular cuántos serían jóvenes. Hemos dicho que $\frac{2}{7}$ significa dividir la población en 7 partes iguales y tomar 2. Por lo tanto, las operaciones que debemos hacer son: $2275 : 7 = 325$; $325 \cdot 2 = 650$, que serán los jóvenes

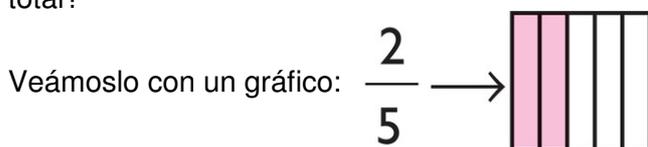
También podemos hacer las operaciones en orden contrario y el resultado será el mismo: $2275 \cdot 2 = 4550$; $4550 : 7 = 650$

La forma de expresarlo es: $\frac{2}{7}$ de 2275 = 650, o bien: $\frac{2}{7} (2275) = 650$

A veces se nos puede plantear el problema en sentido contrario.

Ejemplo 2

Una persona recibe los $\frac{2}{5}$ de un premio. Si ha recibido 3500 euros, ¿cuánto era el premio total?



Solución: El premio se ha dividido en 5 partes, de las cuales esa persona ha recibido 2 partes. Por tanto, habrá que dividir la cantidad entre 2 y multiplicar el resultado por 5:

$$3500 : 2 = 1750; 1750 \cdot 5 = 8750 \text{ euros era el importe del premio.}$$

Aunque en la práctica lo que se suele hacer es:

1º multiplicar la cantidad por 5: $3500 \cdot 5 = 17500$

2º dividir el resultado entre 2: $17500 : 2 = 8750$

1.6) Reducción de fracciones a un denominador común

Para expresar varias fracciones con el mismo denominador vamos a utilizar el método del mínimo común múltiplo (m.c.m.). Para ello seguiremos estos pasos:

- 1) Se halla el m.c.m. de los denominadores.
- 2) Se coloca el m.c.m. como denominador común a todas ellas.
- 3) Para hallar el numerador de cada fracción se divide el m.c.m. por el denominador que tenía la fracción y el cociente obtenido se multiplica por el numerador.

Ejemplo: Vamos a reducir a común denominador las fracciones $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}$ y $\frac{3}{4}$

Solución: Calculamos el mínimo común múltiplo de los denominadores: m.c.m. (3,6,4) = 12; que será el nuevo denominador de todas ellas, y calculamos los numeradores:

$$\frac{12:3 \cdot 2}{12} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{2}{3} \rightarrow \frac{12:3 \cdot 2}{12} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{5}{6} \rightarrow \frac{12:6 \cdot 5}{12} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{3}{4} \rightarrow \frac{12:4 \cdot 3}{12} = \frac{9}{12}$$

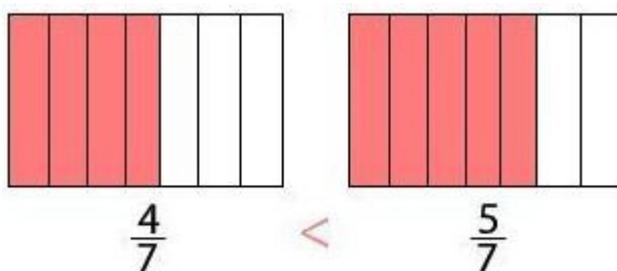
Ejercicio 5

Reducir las siguientes fracciones a común denominador $\frac{2}{3}, \frac{7}{12}, \frac{5}{8}$

1.7) Comparación de fracciones

Vamos a distinguir dos tipos de fracciones:

1. **De igual denominador.** En este caso es mayor la fracción que tiene mayor numerador.



2. **De distinto denominador.** En este caso se reducen las fracciones a común denominador y aplicamos el criterio anterior, tal como se muestra en el ejemplo siguiente:

Ejemplo resuelto: $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{7}$; como m.c.m. (5,7) = 35, tenemos $\frac{2}{5} = \frac{14}{35}$ y $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$; de donde se deduce que $\frac{15}{35} > \frac{14}{35}$ al ser mayor el numerador, y por lo tanto: $\frac{3}{7} > \frac{2}{5}$

Ejercicio 6

Escribe el signo $>$ o $<$, donde corresponda.

$$\frac{3}{7} \square \frac{3}{9}, \quad \frac{2}{5} \square \frac{6}{5}, \quad \frac{3}{9} \square \frac{3}{4}, \quad \frac{2}{7} \square \frac{5}{7}$$

2) Operaciones con números racionales

Observad la utilización de los números racionales en el siguiente texto:

Uno de los matemáticos que más fama dieron a Alejandría fue Diofanto, quien vivió en la época de Pappo (siglo IV). Diofanto se consagró al álgebra, y ha legado a la posteridad el término ecuaciones diofánticas, que se refieren a las de soluciones enteras. Un epigrama griego nos narra de forma concisa su vida:

Fue muchacho $\frac{1}{6}$ de su vida, su barba creció luego $\frac{1}{12}$ más, se casó $\frac{1}{7}$ después, tuvo un hijo cinco años más tarde, que vivió la mitad de la edad de su padre, el cual murió cuatro años después de su hijo.

2.1) Operaciones con números racionales

Vamos a partir del siguiente ejemplo: Supongamos que tenemos un préstamo concedido. Hace cuatro meses anticipamos $\frac{2}{5}$ de la cantidad inicialmente prestada, y hace un mes anticipamos $\frac{1}{5}$. ¿Qué fracción de dinero hemos anticipado?

La respuesta es $\frac{3}{5}$. La operación a realizar es una suma: $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

Si te fijas hemos sumado los numeradores (2 y 1) y hemos dejado sin cambiar los denominadores (5).

¿Qué fracción de dinero nos queda por pagar?

Si hemos pagado 3 de 5, nos queda por pagar 2 de 5.

La operación realizada es una resta. Nuestra cantidad inicial es $\frac{5}{5} = 1$. Como hemos pagado una parte, nos queda por pagar: $\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

De nuevo los numeradores se restan y los denominadores quedan como están.

¿Qué fracción obtendríamos si primero anticipáramos $\frac{2}{5}$ y luego $\frac{1}{3}$?

De nuevo hay que sumar ambas fracciones: $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$. Observa que los denominadores son distintos: 5 y 3.

Para sumar o restar números racionales, estos han de tener el mismo denominador. Por tanto, hay que transformar estas fracciones en otras equivalentes cuyo denominador sea el mismo.

Realizamos los cálculos necesarios, tal y como hemos visto anteriormente:

$$\text{m.c.m.}(3,5) = 15, \text{ luego } \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15} \text{ y } \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{5}{15}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$$

El préstamo lo hemos fraccionado en 15 partes, de las cuales hemos pagado 11.

Adición y sustracción de fracciones de diferente denominador	$\frac{1}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5 + 9}{15} = \frac{14}{15}$ <p>m.c.m. (3;5) = 15</p> $\frac{8}{9} - \frac{2}{3} = \frac{8 - 6}{9} = \frac{2}{9}$ <p>m.c.m. (3;9) = 9</p>
--	---

Ejemplos Suma y resta de fracciones con distinto denominador

Caso particular 1. Si en una suma o resta de fracciones aparece un número entero, lo escribiremos en forma de fracción, poniéndole por denominador la unidad.

Ejemplo: $2 + \frac{1}{3} = \frac{2}{1} + \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 2}{3} + \frac{1 \cdot 1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$

Caso particular 2. ¿Cómo realizarías una suma o resta de fracciones si aparece un signo negativo en el denominador de algunas de las fracciones?

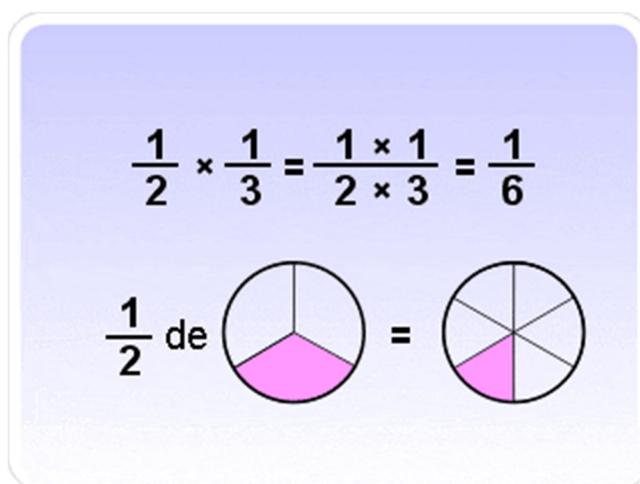
Teniendo en cuenta que: $\frac{3}{-5} = \frac{-3}{5}$; y que esto ocurre en general para cualquier fracción $\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b}$, y como el signo negativo en el denominador nos puede complicar mucho a la hora de poner el mismo denominador. Por tanto conviene sustituir esa fracción por otra equivalente, pero con el signo negativo en el numerador.

Ejemplo: Para realizar la siguiente suma, actuaremos como sigue:

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{-7} = \frac{3}{4} + \left(\frac{-2}{7}\right) = \frac{3}{4} - \frac{2}{7}, \text{ y a continuación se calcula como sabemos.}$$

2.2) Multiplicación de números racionales

Gasto al mes $\frac{1}{3}$ de mi sueldo. La mitad de estos gastos corresponde al pago de la hipoteca. ¿Qué fracción de mi sueldo corresponde al pago de la hipoteca? Tendremos que calcular la mitad de un tercio (fracción como operador):



Como vemos en la imagen, $\frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$

Para multiplicar números racionales se halla un nuevo número racional cuyo numerador es el producto de los numeradores y cuyo denominador es el producto de los denominadores.

En general: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$, **numerador es el producto de los numeradores; denominador es el producto de los denominadores.**

Ejemplos:

a)

$$\frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$$

b)

$$\frac{2 \cdot 5 \cdot 3}{3 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{30}{126}$$

c)

$$\frac{-3 \cdot 5}{2 \cdot 2} = \frac{-15}{4}$$

Caso particular. Para multiplicar un número entero por un número racional, multiplicaremos el entero por el numerador del número racional y dejaremos el denominador como está.

En realidad escribimos el número entero en forma de fracción, con denominador 1 y realizamos la multiplicación:

$$4 \cdot \frac{3}{5} = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 5} = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 5} = \frac{12}{5}$$

Ejemplo resuelto:

a) $4 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

b) $5 \cdot \frac{3}{7} = \frac{15}{7}$

c) $-5 \cdot \frac{3}{8} = \frac{-15}{8}$

A veces es conveniente simplificar antes de realizar la multiplicación.

Ejercicio Resuelto:

Si queremos realizar la siguiente multiplicación $\frac{24}{81} \cdot \frac{45}{16}$, será conveniente descomponer en factores los números que aparecen en el numerador y denominador:

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 ; \quad 45 = 3 \cdot 3 \cdot 5 ; \quad 81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 ; \quad 16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 ;$$

$$\frac{24}{81} \cdot \frac{45}{16} = \frac{(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 5)}{(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)}$$

Ahora podemos tachar los factores que están repetidos en el numerador y el denominador y el resultado sería el siguiente:

$$\frac{24}{81} \cdot \frac{45}{16} = \frac{5}{3 \cdot 2} = \frac{5}{6}$$

Ejercicio 7

Realiza las siguientes multiplicaciones:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{12}{5}$$

$$\frac{7}{21} \cdot \frac{3}{8}$$

$$\frac{6}{10} \cdot \frac{24}{56}$$

2.2.1) Números inversos

Dada una fracción $\frac{a}{b}$, decimos que la fracción $\frac{b}{a}$ es su fracción inversa porque al multiplicarlas se obtiene la unidad: $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot b}{b \cdot a} = 1$

Por ello, para escribir el inverso de una fracción se cambia el numerador por el denominador y viceversa.

Ejemplos

El inverso de $\frac{3}{8}$ es $\frac{8}{3}$;

El inverso de 5 es $\frac{1}{5}$

2.3) División de números racionales

Al **dividir dos números racionales** obtendremos otro número racional cuyo numerador será la multiplicación del numerador de la primera por el denominador de la segunda y cuyo denominador será la multiplicación del denominador de la primera por el numerador de la segunda.

Observa que es como si se multiplicara en cruz.

En general: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

Numerador : producto del numerador de la 1ª fracción por denominador de la 2ª.

Denominador: producto del denominador de la 1ª fracción por numerador de la 2ª

Ejemplos:

a) $\frac{3}{5} : \frac{2}{7} = \frac{21}{10}$

b) $\frac{2 \cdot 5 \cdot 1}{3 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{12 \cdot 1}{15 \cdot 7} = \frac{84}{15}$

c) $\frac{4}{9} : 5 = \frac{4 \cdot 5}{9 \cdot 1} = \frac{4}{45}$

d) $\frac{-3 \cdot 5}{2 \cdot 2} = \frac{-6}{10}$

En alguna ocasión puede darse el caso que nos encontremos divisiones expresadas de esta forma:

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} =$$

Si colocamos la división de otra forma, tendremos:

$$\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5} =$$

Pero para evitar tener que recolocar estas expresiones, vamos a ver cómo se resuelven.

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} =$$

Cuando tengamos expresiones de este tipo $\frac{3}{4} : \frac{2}{5}$, el resultado será otra fracción, cuyo numerador será el producto de los términos extremos (3.5) y cuyo denominador será el producto de los términos del medio (4.2); es decir:

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 2} = \frac{15}{8}$$

Ejercicio 8

Realiza las siguientes divisiones:

$$\frac{8}{6} : \frac{3}{9}$$

$$\frac{1}{5} : \frac{25}{75}$$

$$\frac{4}{18} : \frac{12}{24}$$

2.4) Operaciones combinadas. Jerarquía de operaciones.

Para realizar **operaciones combinadas** hay que seguir la misma jerarquía que se ha usado con los números naturales y enteros.

El procedimiento sería el siguiente:

- Primero resolvemos los paréntesis,
- después las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha
- y por último las sumas y restas en el orden en que estén escritas. La fracción que resulte se simplificará siempre que sea posible.

Ejemplos:

a) Primero hacemos las multiplicaciones y divisiones. Luego la suma.

$$\frac{6}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{10} + \frac{21}{10} = \frac{27}{10}$$

b) Primero hacemos las divisiones, luego la resta.

$$\frac{1}{3} - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \right) : \frac{1}{7} = \frac{1}{3} - \frac{12}{15} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{3} - \frac{84}{15} = \frac{5}{15} - \frac{84}{15} = \frac{-79}{15}$$

c) Primero los paréntesis segundo la resta

$$\left(\frac{4}{5} - \frac{3}{10} \right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) = \left(\frac{8}{10} + \frac{3}{10} \right) - \left(\frac{8}{12} - \frac{3}{12} \right) = \frac{11}{10} - \frac{5}{12} = \frac{66}{60} - \frac{25}{60} = \frac{41}{60}$$

d) Primero el paréntesis y la división. Por último la resta.

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6} \right) - \frac{4}{9} : 5 = \left(\frac{4}{6} + \frac{5}{6} \right) - \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{5} = \frac{9}{6} - \frac{4}{45} = \frac{135}{90} - \frac{8}{90} = \frac{127}{90}$$

e) Primero el paréntesis, después la multiplicación y por último la resta.

$$4 - 3 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5} \right) = 4 - 3 \cdot \left(\frac{10}{15} - \frac{3}{15} \right) = 4 - 3 \cdot \left(\frac{7}{15} \right) = \frac{39}{15}$$

Ejercicio 9

Realiza las siguientes operaciones.

9.1

$$\left(3 + \frac{1}{4} \right) - \left(2 + \frac{1}{6} \right) =$$

9.2

$$\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right) =$$

9.3

$$\left(\frac{5}{3} - 1 \right) \cdot \left(\frac{7}{2} - 2 \right) =$$

9.4

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6} \right) =$$

3) Números decimales

Un decimal es un número fraccionario y se indica por medio de dígitos después de un punto llamado punto decimal, este punto nos sirve para escribir valores más pequeños de la unidad, como son las décimas, las centésimas, milésimas.... etc.

Décimas, centésimas y milésimas son **órdenes decimales**. En un número decimal representamos las unidades decimales situándolas a la derecha de las unidades y separadas por una coma. En los números decimales distinguimos dos partes: entera y decimal.

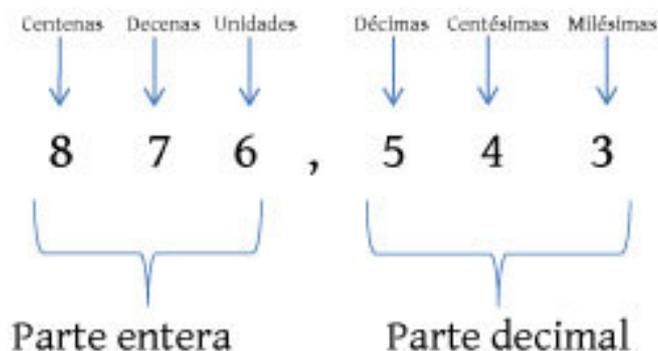


Imagen nº 6. Partes de los números decimales. Autor: Ana José García Tejas

Las fracciones que tienen por denominador la unidad seguida de ceros se llaman **fracciones decimales**.

Si el denominador es diez, la fracción se lee nombrando el numerador seguido de la palabra décimos o décimas.

Ejemplo: $\frac{3}{10}$ se lee: tres décimos.

Si el denominador es cien, la fracción se lee nombrando el numerador seguido de la palabra centésimos o centésimas.

Ejemplo: $\frac{7}{100}$ se lee: siete centésimas.

3.1) Relación entre fracciones y decimales

Hay una correspondencia entre los números decimales y los racionales, y es que a cada número decimal podemos hacerle corresponder una fracción decimal.

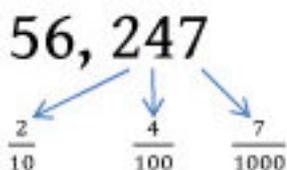


Imagen Nº 7. Correspondencia de número decimal a fracción. Autor: Ana José García Tejas

3.1.1) ¿Cómo se escribe una fracción decimal en forma de número decimal?

Se escribe sólo el numerador y se separan con una coma, a partir de la derecha, tantas cifras decimales como ceros tenga el denominador.

Ejemplos: $\frac{1}{10} = 0,1$; $\frac{32}{10} = 3,2$; $\frac{413}{1000} = 0,413$

La coma se puede colocar abajo o arriba; es decir, la podrás ver así 5,6 y así 5'6.

Para leer un número decimal se dice primero la parte entera, seguida de la palabra “unidades” o “enteros” y después se lee la parte decimal acabando con el nombre del lugar que corresponde a la última cifra decimal.

Ejemplos

45,23 → cuarenta y cinco unidades y veintitrés centésimas

0,078 → setenta y ocho milésimas

3,0542 → tres unidades y quinientas cuarenta y dos diezmilésimas

Imagen nº8: Lectura de decimales. Autor: Ana José García Tejas

Si quieres escribir cualquier número decimal, por ejemplo 58 milésimas, tienes que colocar el 8 en el lugar de las milésimas. Por lo tanto el 5 estará en el lugar de las centésimas. Deberás colocar 0 en el lugar de las décimas y otro 0 en el de las unidades. Es decir, quedará así: 0,058.

Si añadimos ceros a la derecha de un número decimal su valor no varía.

Por tanto, $3,45 = 3,450 = 3,45000$

Ejercicio 10

Escribe cómo se leen estos números:

a) 3,82 = _____ **unidades** _____ **centésimas**

b) 5,1 = _____ **unidades**, _____ **décimas**

c) 4,356 = _____ **unidades**, _____ **milésimas**

d) 0,03 = _____ **centésimas**

3.1.2) ¿Cómo se escribe una fracción ordinaria en forma de número decimal?

Para escribir una fracción en forma decimal se divide el numerador entre el denominador. Por ejemplo para convertir $\frac{9}{4}$ en forma de número decimal tenemos que dividir el numerador entre el denominador:

$$\begin{array}{r} 9 \quad | \quad 4 \\ 1 \quad 2 \end{array}$$

Como la división no es exacta, ponemos una coma en el cociente y añadimos un cero al resto y continuamos dividiendo

$$\begin{array}{r} 9 \quad | \quad 4 \\ 10 \quad 2,2 \end{array}$$

y continuamos dividiendo añadiendo otro cero al resto.

$$\begin{array}{r} 9 \quad | \quad 4 \\ 10 \quad 2,25 \\ 20 \\ 0 \end{array}$$

Como el resto es 0 ya no continuamos la división

Imagen nº 9: Ejemplo de pasar una fracción a número decimal. Autor: Ana José García Tejas

Puede ocurrir que al escribir una fracción en forma decimal no se obtenga nunca resto cero en la división, es decir, no se obtenga un decimal exacto. Esto por ejemplo ocurre al calcular el número decimal que corresponde a la fracción $\frac{60}{22}$.

$$\begin{array}{r} 60 \quad | \quad 22 \\ 160 \quad 2,7272 \\ 060 \\ 160 \\ 060 \\ 16 \end{array}$$

Imagen nº10: División inexacta. Autor: Ana José García Tejas

El cociente es 2,7272.... es decir, un número decimal con infinitas cifras decimales que se repiten indefinidamente. A este número se le llama **decimal periódico**. Y al conjunto de cifras que se repiten se le llama **período**.

Este número se puede expresar así $2,\overline{72}$ ó en lugar de una línea un arco en la cifra que se repite de forma indefinida.

Cuando en un número decimal el período empieza justo detrás de la coma, se dice que el decimal es **periódico puro**. Si entre la coma y el periodo hay varias cifras decimales, el decimal se llama **periódico mixto**. A las cifras que hay antes del periodo se llama **anteperíodo**.

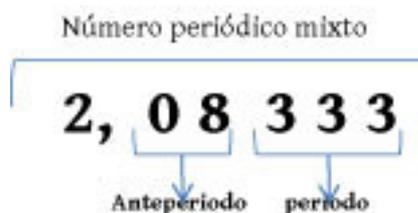


Imagen nº11: Número decimal periódico mixto Autor: Ana José García Tejas

Ejercicio 11

Escribe estas fracciones en forma de número decimal.

a) $\frac{53}{100} =$ _____

b) $\frac{2}{5} =$ _____

c) $\frac{8}{30} =$ _____

d) $\frac{82}{11} =$ _____

e) $\frac{56}{35} =$ _____

3.1.3) Cálculo de fracciones generatrices

Un número decimal se puede escribir en forma de fracción. A dicha fracción se le llama **fracción generatriz**.

La fracción generatriz de un **decimal exacto** es una fracción que tiene por numerador el número sin coma, y por denominador se pone la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene el número decimal.

Ejemplos: $4,3 = \frac{43}{10}$; $0,58 = \frac{58}{100}$; $3,745 = \frac{3745}{1000}$;

La fracción generatriz de un **decimal periódico puro** es una fracción que tiene por numerador al propio número, escrito sin los signos coma y periodo, menos el número formado por las cifras anteriores a la coma o parte entera del número decimal. Por denominador tiene tantos nueves como cifras hay en el periodo.

Ejemplos: $3,\overline{16} = \frac{316-3}{99} = \frac{313}{99}$ $0,\overline{2345} = \frac{2345-0}{9999} = \frac{2345}{9999}$

Curiosidad

Los decimales periódicos mixtos lógicamente también se pueden escribir en forma de fracción, ésta tendrá como numerador el propio número escrito sin los signos coma y periodo, menos el número entero con las cifras no periódicas. Por denominador tiene tantos ceros como números periódicos seguida de tantos 0 como parte decimal no periódica.

Ejemplo: $7,4\overline{31} = \frac{7431-74}{990}$

Ejercicio 12

Escribe las fracciones generatrices de estos números decimales:

- a) 5,1 = Numerador _____; Denominador _____
- b) 0,002 = Numerador _____; Denominador _____
- c) 0,555 = Numerador _____; Denominador _____
- d) 2,353535 = Numerador _____; Denominador _____

3.2) Ordenación y representación de números decimales

Sabemos que los números son infinitos y que entre dos números hay infinidad de números, pero ¿cuál es mayor?

Para ordenar se compara cifra por cifra, es decir:

1. La parte entera.
2. Si tienen la misma parte entera, nos fijamos en las décimas.
3. Si tienen las décimas iguales, nos fijamos en las centésimas...etc.

Un número decimal es mayor que otro, si al representarlo en la recta numérica queda más a la derecha.

Ejemplo:

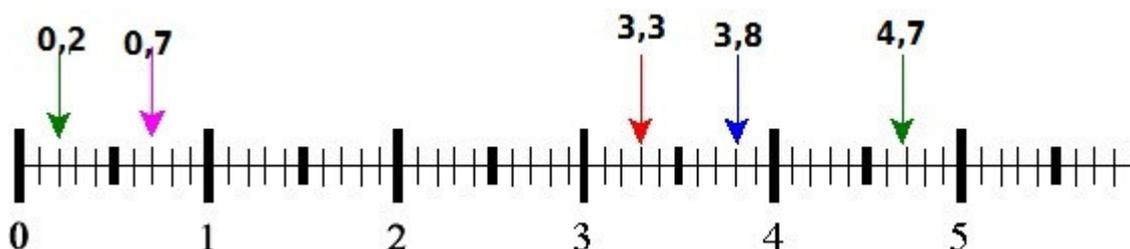


Imagen nº12 Representación números decimales. Autor: Ana José García

3.3) Operaciones con decimales

Las operaciones con números decimales son similares a las operaciones con números naturales con la particularidad de la coma decimal. En los siguientes apartados aprenderás a colocar la coma decimal en los resultados de las distintas operaciones.

Curiosidad

La idea del uso de la coma o el punto para los números decimales se atribuye a matemáticos como Giovanni Magini o John Napier, a finales del SXVI. En 1668, Leibnitz, propuso usar el punto como signo de multiplicación, la coma quedó para separar la parte decimal del número. Pero en Inglaterra, se siguió utilizando el símbolo x para la multiplicación y el punto para separar los decimales. En el mundo digital, el punto ha ganado a la coma para separar los decimales.

3.3.1) Suma y resta de números decimales

Para sumar o restar dos números decimales hacemos lo siguiente:

- 1) Colocamos los números uno debajo del otro alineados por la coma.
- 2) Si no tienen el mismo número de cifras decimales, completamos con ceros aquel que tiene menos para igualarlo al otro término.
- 3) Se realiza la suma y la resta y colocamos la coma alineada con los términos que operamos.

Ejemplo: Vamos a sumar $37,265 + 17,3$

Ponemos los términos en vertical, alineados por la coma, y completamos con ceros las partes decimales correspondientes.

Diagrama de suma decimal. Se muestran dos números decimales, 37,265 y 17,300, alineados por la coma. Se indica la 'Parte entera' y la 'Parte decimal' para cada número. El resultado de la suma es 54,565.

$$\begin{array}{r} \text{Parte entera} \quad \text{Parte decimal} \\ \\ 37,265 \\ + \\ 17,300 \\ \hline 54,565 \end{array}$$

Imagen nº 13 Suma decimal.
Autor: Ana José García

Ejemplo: Vamos a restar $31,57 - 15,292$

Diagrama de resta decimal. Se muestran dos números decimales, 31,570 y 15,292, alineados por la coma. Se indica la 'Parte entera' y la 'Parte decimal' para cada número. El resultado de la resta es 16,278.

$$\begin{array}{r} \text{Parte entera} \quad \text{Parte decimal} \\ \\ 31,570 \\ - \\ 15,292 \\ \hline 16,278 \end{array}$$

Imagen nº 14. Resta decimal.
Autor: Ana José García

Ejercicio 13

Complete realizando las operaciones que se indican:

a) $57,28 + 35,2 + 4,257 =$ _____

b) $15,75 - 3,251 =$ _____

c) $9,35 + 35,1 - 3,2 =$ _____

3.3.2) Multiplicación de un número decimal por la unidad seguida de ceros

Para multiplicar un número decimal por la unidad seguida de ceros, desplazamos la coma hacia la derecha tantas posiciones como ceros tiene el número. Si no hay suficientes lugares o posiciones, se añaden ceros a la derecha del número.

Ejemplos:

$0,32 \times 10 = 3,2;$

$3,68 \times 100 = 368;$

$2,6 \times 1000 = 2600$

Ejercicio 14

Resuelve las siguientes multiplicaciones:

a) $15,56 \times 10000 =$ _____

b) $13,89 \times 100 =$ _____

c) $0,567 \times 10 =$ _____

d) $52,57 \times 1000 =$ _____

e) $32,2 \times 10 =$ _____

3.3.3) Multiplicación de números decimales

Para multiplicar dos números decimales hacemos lo siguiente:

- 1) Colocamos los números decimales uno debajo del otro alineados a la derecha.
- 2) Multiplicamos como si fueran números naturales.
- 3) En el resultado ponemos la coma empezando a contar por la derecha, tantas cifras como la suma de decimales de los dos factores.

Ejemplo: Vamos a multiplicar $325,5 \times 5,34$

$$\begin{array}{r} 325,5 \longrightarrow \text{Un decimal} \\ \times 5,34 \longrightarrow \text{Dos decimales} \\ \hline 13020 \\ 9765 \\ \hline 16275 \\ \hline 1738,170 \longrightarrow \text{Tres decimales} \end{array}$$

Imagen nº 15. Multiplicación decimales.
Autor: Ana José García

Ejercicio 15

Hemos comprado 32,5 l de leche a 0,92 € el litro. ¿Cuánto hemos pagado?

_____ · _____ = _____

Ejercicio 16

Realiza:

- a) $15,3 \cdot 12,71 =$ _____
- b) $7,67 \cdot 6,832 =$ _____
- c) $6 \cdot 9,876 =$ _____

3.3.4) División de un número decimal por la unidad seguida de ceros

Para dividir un número decimal por la unidad seguida de ceros, desplazamos la coma hacia la izquierda tantos lugares como ceros tiene la unidad. Si no hay suficientes cifras para desplazar la coma, añadimos ceros.

Ejemplos:

$36 : 10 = 3,6;$ $27 : 1000 = 0,027;$ $4,5 : 1000 = 0,0045$

Ejercicio 17

Realiza las siguientes divisiones:

- a) $36,38 : 10 =$ _____
- b) $1205 : 1000 =$ _____
- c) $72,81 : 10 =$ _____
- d) $1398,3 : 100 =$ _____
- e) $45,6587 : 1000 =$ _____

3.3.5) División de un número decimal entre un número natural

Para dividir un número decimal entre un número natural se divide la parte entera y cuando se llega a la parte decimal se pone la coma en el cociente y se sigue dividiendo.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 56,15 \\ 041 \overline{) 56,15} \\ \underline{155} \\ 05 \end{array}$$

Imagen nº 16. División de número decimal entre número entero. Autor: Ana José García

Ejercicio 18

Realiza las siguientes divisiones:

a) $61,7 : 15 =$ _____

b) $43,9 : 32 =$ _____

c) $57,5 : 35 =$ _____

d) $2,4 : 7 =$ _____

3.3.6) División de dos números decimales

Para dividir dos números decimales lo primero es quitar los decimales del divisor, por lo que en el dividendo se desplaza la coma hacia la derecha tantos lugares como cifras decimales tiene el divisor. Si el dividendo tiene menos cifras decimales que el divisor, se añaden ceros a la derecha.

Vamos a ver a continuación varios ejemplos del arreglo previo que hay que realizar en la división de dos números decimales:

3,528 | 28,4

↓ ↓

35,28 | 284

Quitamos la coma del divisor.

Desplazamos la coma del dividendo un lugar a la derecha

En este otro caso no tenemos bastantes cifras en el dividendo, por lo que deberemos añadir algún cero:

A continuación se realizarían las divisiones como ya sabemos.

Pero vamos a comenzar la primera de las divisiones por tratarse de un ejemplo singular.

Ejemplo resuelto:

$\begin{array}{r} 35,28 \overline{) 284} \\ \underline{0,} \end{array}$	Al intentar dividir 35 unidades entre 284, no podemos. Por tanto ponemos 0 en el cociente y bajamos la cifra siguiente. Pero como la cifra siguiente es la primera cifra decimal, ponemos una coma en el cociente, después del 0.
$\begin{array}{r} 35,28 \overline{) 284} \\ 068 \quad \underline{0,1} \end{array}$	Ahora ya debemos dividir 352 entre 284. Obtenemos 1 en el cociente y 68 en el resto. Bajamos la siguiente cifra decimal: el 8
$\begin{array}{r} 35,28 \overline{) 284} \\ 0688 \quad \underline{0,12} \\ 120 \end{array}$	Obtenemos 2 en el resto y de resto 120. Al no haber más cifras, hemos terminado la división.

Recuerda que **aquí también se mantiene la priorización de operaciones** que hemos visto en apartados anteriores. Por tanto, en caso de que en una operación haya paréntesis, multiplicaciones, divisiones, sumas y restas, se empiezan resolviendo los paréntesis, a continuación las multiplicaciones y divisiones y finalmente las sumas y restas.

Ejercicio 19

Realiza las siguientes divisiones:

a) $34,9 : 2,3 =$ _____

b) $1,26 : 5,1 =$ _____

c) El tío de Andrés quiere repartir 14,52 euros entre sus tres sobrinos. ¿Cuánto dará a cada uno? _____

d) Hemos comprado varios litros de leche pagando por la compra 20,4 euros. Si cada litro cuesta 0,85 €, ¿cuántos litros hemos comprado? _____

3.3.6) Resolución de problemas utilizando números racionales y decimales

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS UTILIZANDO NÚMEROS RACIONALES Y DECIMALES.

Estrategias para la resolución de problemas matemáticos

PASO 1

Comprender el problema

- ¿Entiendo todo lo que dice el problema?
- ¿Puedo plantearlo con mis propias palabras?
- ¿Distingo cuáles son los datos?
- ¿Los datos que me proporcionan son suficientes para resolver el problema?
- ¿Sé a qué quiero llegar?
- ¿Este problema es similar a otros que haya resuelto antes?

PASO 2

Hacer un plan para resolver el problema. Representación gráfica

PASO 3

En este paso corresponde traducir la representación gráfica del problema en expresiones matemáticas y realizar las operaciones que sugiere.

PASO 4

Comprobar el resultado.

- ¿Es esta la solución correcta?
- ¿Puedo demostrar que esta es la solución correcta?
- ¿Hay alguna solución más sencilla?
- ¿Puedo emplear este mismo procedimiento en algún otro problema?

Ejercicio 20.

Elena va de compras con 180 €. Se gasta $\frac{3}{5}$ de esa cantidad, ¿cuánto le queda?

Ejercicio 21.

Dos automóviles A y B hacen un mismo trayecto de 572 km. El automóvil A lleva recorridos los $\frac{5}{11}$ del trayecto cuando el B ha recorrido los $\frac{6}{13}$ del mismo. ¿Cuál de los dos va primero? ¿Cuántos kilómetros lleva recorridos cada uno?

Ejercicio 22.

Hace unos años Pedro tenía 24 años, que representan los $\frac{2}{3}$ de su edad actual. ¿Qué edad tiene Pedro?

Ejercicio 23.

De un depósito con agua se sacan 184.5 l y después 128.75 l, finalmente se sacan 84.5 l. Al final quedan en el depósito 160 l. ¿Qué cantidad de agua había el depósito?

Ejercicio 24.

Eva sigue un régimen de adelgazamiento y no puede pasar en cada comida de 600 calorías.

Ayer almorzó: 125 g de pan, 140 g de espárragos, 45 g de queso y una manzana de 130 g.

Si 1 g de pan da 3.3 calorías, 1 g de espárragos 0.32, 1 g de queso 1.2 y 1 g de manzana 0.52.

¿Respetó Eva su régimen?

EJERCICIOS PARA PRACTICAR

Ejercicio 25

En las elecciones locales celebradas en un pueblo, $\frac{3}{11}$ de los votos fueron para el partido A, $\frac{3}{10}$ para el partido B, $\frac{5}{14}$ para C y el resto para el partido D. El total de votos ha sido de 15 400. Calcular:

- A. El número de votos obtenidos por cada partido.
- B. El número de abstenciones sabiendo que el número de votantes representa $\frac{5}{8}$ del censo electoral.

Ejercicio 26

Un padre reparte entre sus hijos 1 800 €. Al mayor le da $\frac{4}{9}$ de esa cantidad, al mediano $\frac{1}{3}$ y al menor el resto. ¿Qué cantidad recibió cada uno? ¿Qué fracción del dinero recibió el tercero?

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Escribe las siguientes fracciones. Señala el numerador y el denominador de cada una.

	<u>Fracción</u>	<u>Numerador</u>	<u>Denominador</u>
a) Dos tercios	$\frac{2}{3}$	2	3
b) Tres cuartos	$\frac{3}{4}$	3	4
c) Cinco séptimos	$\frac{5}{7}$	5	7
d) Ocho novenos	$\frac{8}{9}$	8	9
e) Un sexto	$\frac{1}{6}$	1	6

Ejercicio 2

Escribe y representa las siguientes fracciones:

	<u>Fracción</u>
a) Tres séptimos	$\frac{3}{7}$
b) Siete octavos	$\frac{7}{8}$
c) Un cuarto	$\frac{1}{4}$
d) Seis sextos	$\frac{6}{6}$
e) Doce quinceavos	$\frac{12}{15}$

Ejercicio 3

Simplifica las siguientes fracciones: $\frac{6}{12}$, $\frac{54}{81}$, $\frac{40}{320}$, $\frac{180}{640}$

$$\frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{54}{81} = \frac{18}{27} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{40}{320} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{180}{640} = \frac{18}{64} = \frac{9}{32}$$

Ejercicio 4

Simplificar las siguientes fracciones: $\frac{6}{12}$, $\frac{54}{81}$, $\frac{40}{320}$, $\frac{180}{640}$

$$\frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{40}{320} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{54}{81} = \frac{18}{27} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{180}{640} = \frac{18}{64} = \frac{9}{32}$$

Ejercicio 5

Reducir las siguientes fracciones a común denominador $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{8}$

$$m.c.m.(3, 12, 8) = 24$$

$$\frac{\quad}{24}, \frac{\quad}{24}, \frac{\quad}{24}$$

$$24 : 3 \cdot 2 = \boxed{16}, \quad 24 : 12 \cdot 7 = \boxed{14}, \quad 24 : 8 \cdot 5 = \boxed{15}$$

$$\frac{16}{24}, \frac{14}{24}, \frac{15}{24}$$

Ejercicio 6

Escribe el signo $>$ o $<$, donde corresponda. $\frac{3}{7} \square \frac{3}{9}$, $\frac{2}{5} \square \frac{6}{5}$, $\frac{3}{9} \square \frac{3}{4}$, $\frac{2}{7} \square \frac{5}{7}$

$$\frac{3}{7} \square \frac{3}{9}$$

$$\frac{2}{5} \square \frac{6}{5}$$

$$\frac{3}{9} \square \frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{7} \square \frac{5}{7}$$

Ejercicio 7

Realiza las siguientes multiplica

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{12}{5} = \frac{3 \cdot 12}{4 \cdot 5} = \frac{36}{20}$$

$$\frac{36}{20} \xrightarrow{\div 2} \frac{18}{10} \xrightarrow{\div 2} \frac{9}{5}$$

$$\frac{7}{21} \cdot \frac{3}{8} = \frac{7 \cdot 3}{21 \cdot 8} = \frac{21}{21 \cdot 8}$$

$$\frac{21}{21 \cdot 8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{6}{10} \cdot \frac{24}{56} = \frac{6 \cdot 24}{10 \cdot 56} = \frac{144}{560}$$

$$\frac{144}{560} \xrightarrow{\div 16} \frac{9}{35}$$

Nota: hemos dividido por 16 directamente. Esto es lo mismo que dividir por 2 cuatro veces.

Ejercicio 8

Realiza las siguientes divisiones:

$$\frac{8}{6} \div \frac{3}{9} = \frac{8 \cdot 9}{6 \cdot 3} = \frac{72}{18}$$

$$\frac{72}{18} \xrightarrow{\div 2} \frac{36}{9} \xrightarrow{\div 3} \frac{12}{3} = 4$$

$$\frac{1}{5} \div \frac{25}{75} = \frac{1 \cdot 75}{5 \cdot 25} = \frac{75}{125}$$

$$\frac{75}{125} \xrightarrow{\div 5} \frac{15}{25} \xrightarrow{\div 5} \frac{3}{5}$$

$$\frac{4}{18} \div \frac{12}{24} = \frac{4 \cdot 24}{18 \cdot 12} = \frac{96}{216}$$

$$\frac{96}{216} \xrightarrow{\div 2} \frac{48}{108} \xrightarrow{\div 2} \frac{24}{54} \xrightarrow{\div 3} \frac{12}{27} = \frac{4}{9}$$

Ejercicio 9

Realiza las siguientes operaciones.

9.1

$$\left(3 + \frac{1}{4}\right) - \left(2 + \frac{1}{6}\right) = 3 + \frac{1}{4} - 2 - \frac{1}{6} = 1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{12 + 3 - 2}{12} = \frac{13}{12}$$

9.2

$$\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2} : \left(\frac{3 + 4}{12}\right) = \frac{1}{2} : \frac{7}{12} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$$

9.3

$$\left(\frac{5}{3} - 1\right) \cdot \left(\frac{7}{2} - 2\right) = \left(\frac{5 - 3}{3}\right) \cdot \left(\frac{7 - 4}{2}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$$

9.4

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{3 + 2}{4}\right) : \left(\frac{10 + 1}{6}\right) = \frac{5}{4} : \frac{11}{6} = \frac{30}{44} = \frac{15}{22}$$

Ejercicio 10

Escribe cómo se leen estos números:

- a) 3,82 = Tres **unidades** ochenta y dos **centésimas**
- b) 5,1 = Cinco **unidades**, una **décima**
- c) 4,356 = Cuatro **unidades**, trescientas cincuenta y seis **milésimas**
- d) 0,03 = Tres **centésimas**

Ejercicio 11

Escribe estas fracciones en forma de número decimal.

a) $\frac{53}{100} = \underline{0.53}$

b) $\frac{2}{5} = \underline{0.4}$

c) $\frac{8}{30} = \underline{0.26}$

d) $\frac{82}{11} = \underline{7.45}$

e) $\frac{56}{35} = \underline{1.6}$

Ejercicio 12

Escribe las fracciones generatrices de estos números decimales:

- a) 5,1 = Numerador 51; Denominador 10
- b) 0,002 = Numerador 2; Denominador 1000
- c) 0,555 = Numerador 5; Denominador 9
- d) 2,353535 = Numerador 233; Denominador 99

Ejercicio 13

Complete realizando las operaciones que se indican:

- a) $57,28 + 35,2 + 4,257 = \underline{96,957}$
- b) $15,75 - 3,251 = \underline{12,499}$
- c) $9,35 + 35,1 - 3,2 = \underline{41,25}$

Ejercicio 14

Resuelve las siguientes multiplicaciones:

- a) $15,56 \times 10000 = \underline{155600}$
- b) $13,89 \times 100 = \underline{1389}$
- c) $0,567 \times 10 = \underline{5,67}$
- d) $52,57 \times 1000 = \underline{52570}$
- e) $32,2 \times 10 = \underline{322}$

Ejercicio 15

Hemos comprado 32,5 l de leche a 0,92 € el litro. ¿Cuánto hemos pagado?

$$\underline{32,5} - \underline{0,92} = \underline{30,55}$$

Ejercicio 16

Realiza:

- a) $15,3 \cdot 12,71 = \underline{194,463}$
- b) $7,67 \cdot 6,832 = \underline{52,40144}$
- c) $6 \cdot 9,876 = \underline{59,256}$

Ejercicio 17

Realiza las siguientes divisiones:

- a) $36,38 : 10 = 3,638$
- b) $1205 : 1000 = 1,205$
- c) $72,81 : 10 = 7,281$
- d) $1398,3 : 100 = 13,983$
- e) $45,6587 : 1000 = 0,0456587$

Ejercicio 18

Realiza las siguientes divisiones:

- a) $61,7 : 15 = \underline{4,11}$
- b) $43,9 : 32 = \underline{1,37}$
- c) $57,5 : 35 = \underline{1,64}$
- d) $2,4 : 7 = \underline{0,34}$

Ejercicio 19

Realiza las siguientes divisiones:

- a) $34,9 : 2,3 = \underline{15,17}$
- b) $1,26 : 5,1 = \underline{0,24}$
- c) El tío de Andrés quiere repartir 14,52 euros entre sus tres sobrinos. ¿Cuánto dará a cada uno? $\underline{4,84€}$
- d) Hemos comprado varios litros de leche pagando por la compra 20,4 euros. Si cada litro cuesta 0,85 €, ¿cuántos litros hemos comprado? $\underline{24 \text{ litros}}$

Ejercicio 20.

Elena va de compras con 180 €. Se gasta $\frac{3}{5}$ de esa cantidad, ¿cuánto le queda?

$$\frac{3}{5} \cdot 180 \quad 180 \cdot 3 = 540 \quad 540 : 5 = 108$$

$$180 - 108 = 72€$$

Ejercicio 21.

Dos automóviles A y B hacen un mismo trayecto de 572 km. El automóvil A lleva recorridos los $\frac{5}{11}$ del trayecto cuando el B ha recorrido los $\frac{6}{13}$ del mismo. ¿Cuál de los dos va primero? ¿Cuántos kilómetros lleva recorridos cada uno?

$$\frac{5}{11}, \frac{6}{13} \quad \frac{65}{143}, \frac{66}{143} \quad \frac{5}{11} < \frac{6}{13}$$

A $\frac{5}{11} \cdot 572 \quad 572 \cdot 5 = 2860$

$$2860 : 11 = 260 \text{ km}$$

B $\frac{6}{13} \cdot 572 \quad 572 \cdot 6 = 3432$

$$3432 : 13 = 264 \text{ km}$$

Ejercicio 22.

Hace unos años Pedro tenía 24 años, que representan los $\frac{2}{3}$ de su edad actual. ¿Qué edad tiene Pedro?



$$24 : \frac{2}{3} = 12$$

$$12 \cdot 3 = 36 \text{ años}$$

Ejercicio 23.

De un depósito con agua se sacan 184.5 l y después 128.75 l, finalmente se sacan 84.5 l. Al final quedan en el depósito 160 l. ¿Qué cantidad de agua había el depósito?

$$\begin{array}{r} 184.5 \\ 128.75 \\ + 84.5 \\ \hline 160 \\ \hline 557.75 \text{ l} \end{array}$$

Ejercicio 24.

Eva sigue un régimen de adelgazamiento y no puede pasar en cada comida de 600 calorías.

Ayer almorzó: 125 g de pan, 140 g de espárragos, 45 g de queso y una manzana de 130 g.

Si 1 g de pan da 3.3 calorías, 1 g de espárragos 0.32, 1 g de queso 1.2 y 1 g de manzana 0.52.

¿Respetó Eva su régimen?

1

$$125 \cdot 3.3 + 140 \cdot 0.32 + 45 \cdot 1.2 + 130 \cdot 0.52 =$$

$$= 412.5 + 44.8 + 54 + 67.6 = 578.9 \text{ calorías}$$

2

$578.9 < 600$ ➤ Por tanto, sí respetó el régimen.

Ejercicio 25

En las elecciones locales celebradas en un pueblo, $\frac{3}{11}$ de los votos fueron para el partido A, $\frac{3}{10}$ para el partido B, $\frac{5}{14}$ para C y el resto para el partido D. El total de votos ha sido de 15 400. Calcular:

A. El número de votos obtenidos por cada partido.

B. El número de abstenciones sabiendo que el número de votantes representa $\frac{5}{8}$ del censo electoral.

A $\frac{3}{11} \cdot 15\,400$ $(15\,400 \cdot 3) : 11 = 4\,200$ votos

B $\frac{3}{10} \cdot 15\,400$ $(15\,400 \cdot 3) : 10 = 4\,620$ votos

C $\frac{5}{14} \cdot 15\,400$ $(15\,400 \cdot 5) : 14 = 5\,500$ votos

$$4\,200 + 4\,620 + 5\,500 = 14\,320$$

D $15\,400 - 14\,320 = 1\,080$ votos

$$1 - \frac{5}{8} = \frac{8-5}{8} = \frac{3}{8}$$



La recta está dividida en 8 partes iguales para saber la cantidad que representa cada parte tenemos en cuenta que las 5 primeras partes (la de los votos) suman 15 400 por

tanto una parte será 15 400 dividido entre 5 que es igual a 3080. Y las otras tres partes (la de las abstenciones) se obtendrán multiplicando 3 por 3080.

$$\text{Abstención} \quad \frac{15400}{5} \cdot 3 = 9240 \text{ abstenciones}$$

Ejercicio 26

Un padre reparte entre sus hijos 1 800 €. Al mayor le da $\frac{4}{9}$ de esa cantidad, al mediano $\frac{1}{3}$ y al menor el resto. ¿Qué cantidad recibió cada uno? ¿Qué fracción del dinero recibió el tercero?

$$\text{Mayor} \quad \frac{4}{9} \cdot 1800 \quad (1800 \cdot 4) : 9 = 800 \text{ €}$$

$$\text{Mediano} \quad \frac{1}{3} \cdot 1800 \quad 1800 : 3 = 600 \text{ €}$$

$$\text{Menor} \quad 1 - \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{3} \right) = 1 - \frac{4}{9} - \frac{1}{3} = \frac{9 - 4 - 3}{9} = \frac{2}{9}$$

$$\frac{2}{9} \cdot 1800 \quad 1800 \cdot 2 = 3600 : 9 = 400 \text{ €}$$
