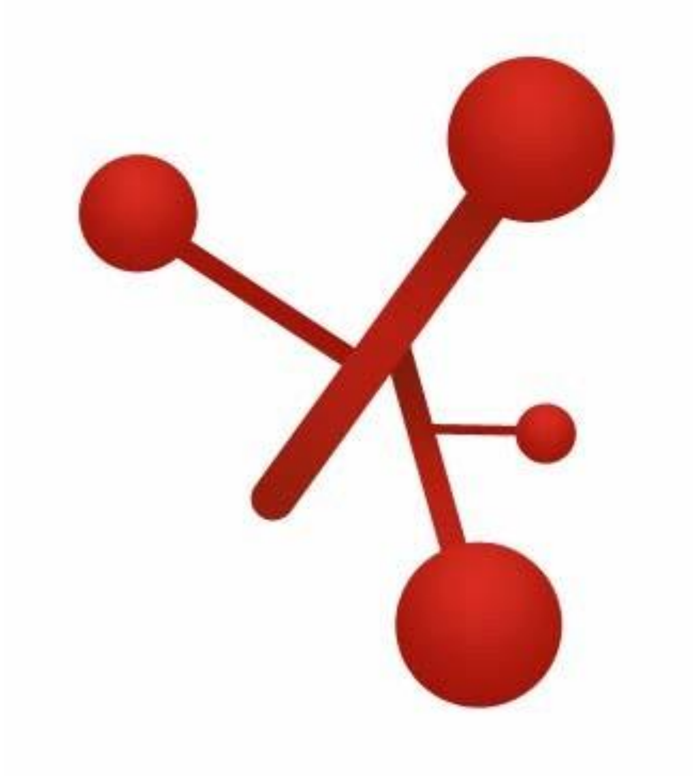
CEPA LOS LLANOS (ALBACETE) CURSO 2017/2018



Ámbito Científico y Tecnológico

Bloque 10. Funciones. Transformaciones químicas.

Bloque 11 Trigonometría. Materia. Genética molecular.

Bloque 12. Probabilidad. Movimientos y fuerzas. Energía y trabajo.

Módulo 4

- I N D I C E –

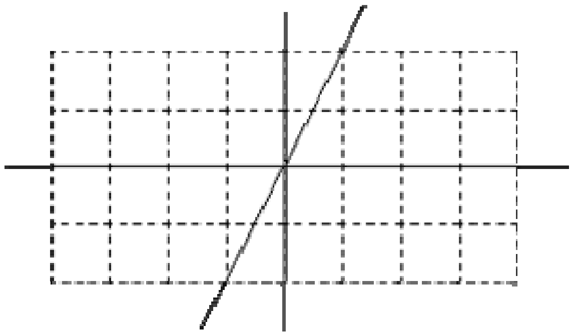
Bloque 10. Tema 1

Función lineal. Industria química y repercusión ambiental

ÍNDICE

1. Introducción

El lenguaje natural, el que usamos para comunicarnos con los demás, puede ser traducido a lenguaje algebraico, así se usa la potencia del álgebra y sus operaciones para la resolución de problemas. También podemos utilizar el lenguaje gráfico para traducir expresiones algebraicas y así dar respuestas, de un modo sencillo y rápido. Así, un coreano que no supiese español, no entendería: “El doble de algo”, sin embargo seguramente si que entendería: “2x”, y también entendería:



Podemos decir, sin ninguna duda, que el lenguaje de las funciones y sus gráficas enriquece de forma rotunda nuestras posibilidades de comunicación.

Algunos productos químicos como el amoníaco, ácido sulfúrico, dióxido de carbono… tiene gran importancia económica, bien se emplean directamente en alguna aplicación, bien se usan para la obtención de productos de mayor interés económico (medicamentos, plásticos…). Esto ha motivado el desarrollo de la industria química que se inició en el siglo XVIII y que se ha convertido en uno de los motores de la economía mundial. La industria química española genera más del 10% del producto industria bruto del país.

La industria química la podemos agrupar en tres sectores:

Química básica. Comprende la producción, a partir de materias primas naturales, de sustancias químicas que se utilizan directamente en la fabricación de otras sustancias finales: amoniaco y otros fertilizantes, ácido sulfúrico, etileno…

Química para la industria y el consumo final. Parte de los productos que se obtienen en la industria química básica para obtener sustancias que se utilizan en otras industrias como la del automóvil o que tienen utilidad práctica propia: pinturas, esmaltes, detergentes….

Química de la salud. Comprende la producción de medicamentos y de productos fitosanitarios y zoosanitarios.

Pero la actividad industrial está relacionado con tres problemas medioambientales importantes: la lluvia ácida, el incremento del efecto invernadero y el agujero de la capa de ozono. Todos ellos consecuencia de las emisiones gaseosas de las que la industria no es la única responsable, aunque sí constituye una parte importante del problema.

1.1. Tabla de datos

Una tabla es una representación de datos, mediante pares ordenados, expresan la relación existente entre dos magnitudes o dos situaciones.

La siguiente tabla nos muestra la variación del precio de las patatas, según el número de kilogramos que compremos.

Kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10

La siguiente tabla nos indica el número de alumnos que consiguen una determinada nota en un examen.

Nota	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de alumnos	1	1	2	3	6	11	12	7	4	2	1

Actividad 1

Completa los valores de las siguientes tablas:

a)

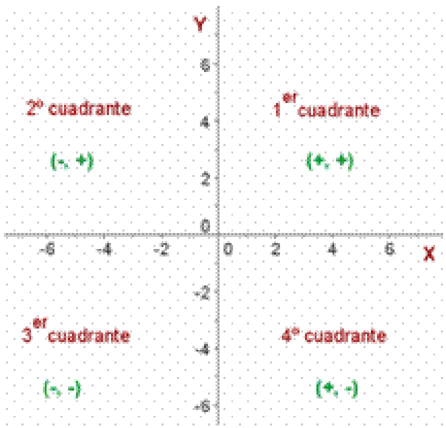
Kilos de limones	0	4		7	8	
Precio	0	2	5			1,5

b)

Valor	0	-2	2	1	-3		3
Valor al cuadrado	< 0	4	4			16	

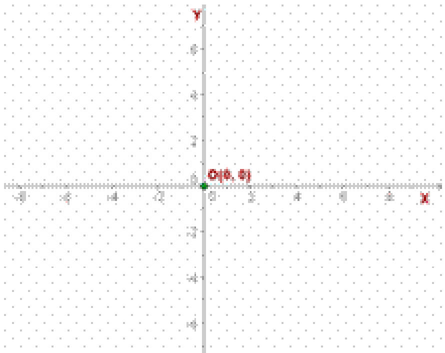
1.2. Ejes de coordenadas

Los ejes de coordenadas dividen al plano en cuatro partes iguales y a cada una de ellas se les llama cuadrante.

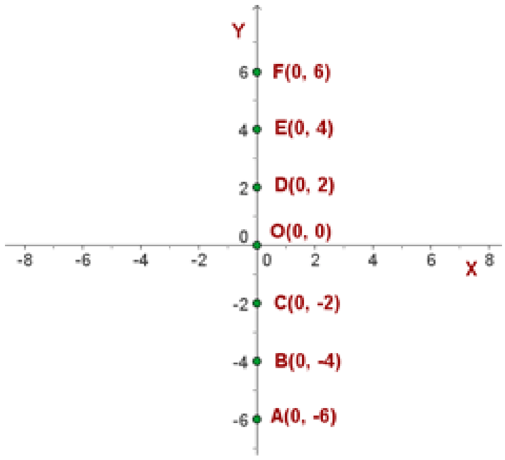


Signos

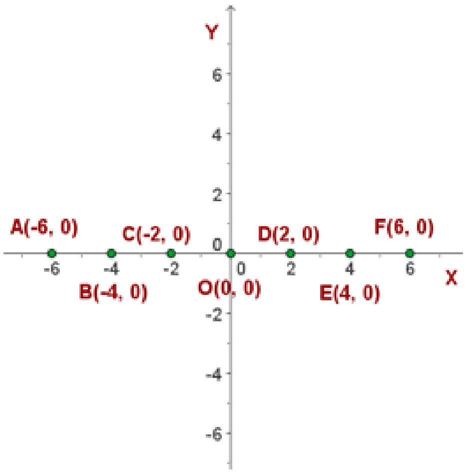
	Abscisa	Ordenada
1er cuadrante	+	+
2º cuadrante	−	+
3er cuadrante	−	−
4º cuadrante	+	−



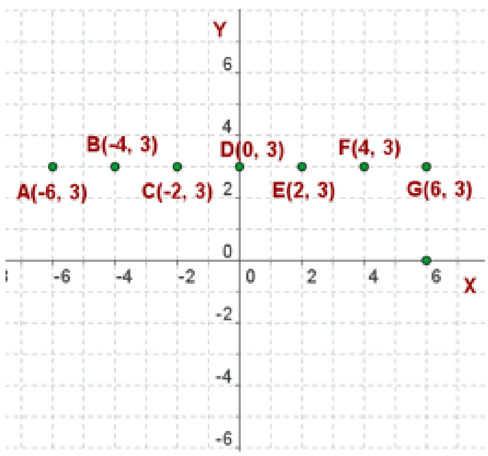
El origen de coordenadas, O, tiene de coordenadas: O (0, 0).



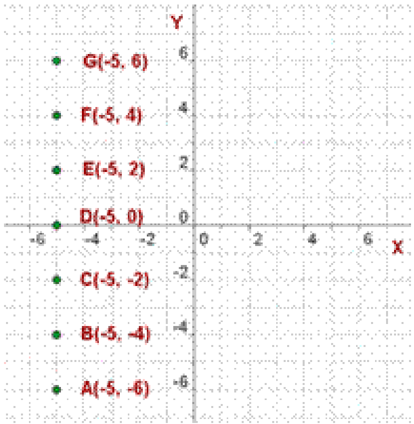
Los puntos que están en el eje de ordenadas tienen su abscisa igual a 0.



Los puntos situados en el eje de abscisas tienen su ordenada igual a 0.



Los puntos situados en la misma línea horizontal (paralela al eje de abscisas) tienen la misma ordenada.



Los puntos situados en una misma línea vertical (paralela al eje de ordenadas) tienen la misma abscisa.

Actividad 2

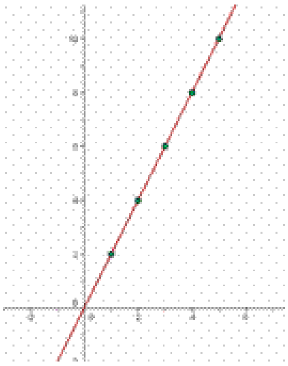
Representa en un eje de coordenadas los pares de puntos correspondientes a las tablas resultantes de la Actividad del apartado anterior.

1.3. Gráficas

Una gráfica es la representación en unos ejes de coordenadas de los pares ordenados de una tabla. Las gráficas describen relaciones entre dos variables. La variable que se representa en el eje horizontal se llama variable independiente o variable x. La que se representa en el eje vertical se llama variable dependiente o variable y. La variable y está en función de la variable x.

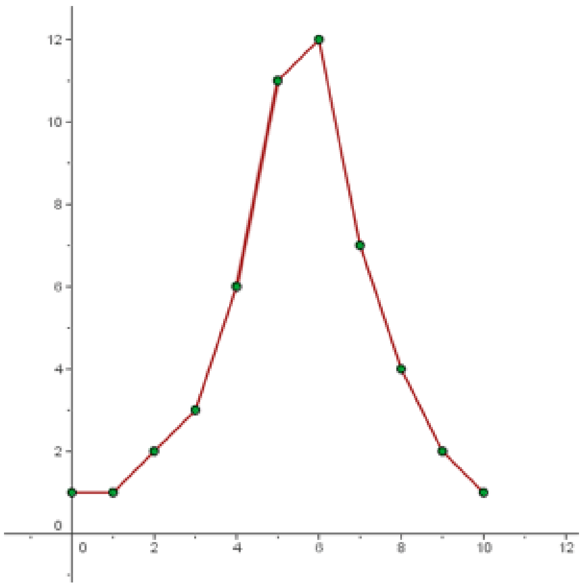
Una vez realizada la gráfica podemos estudiarla, analizarla y extraer conclusiones. Para interpretar una gráfica, hemos de observarla de izquierda a derecha, analizando cómo varía la variable dependiente, y, al aumentar la variable independiente, x.

Kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10



En esa gráfica podemos observar que a medida que compramos más kilos de patatas el precio se va incrementando.

Nota	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de alumnos	1	1	2	3	6	11	12	7	4	2	1

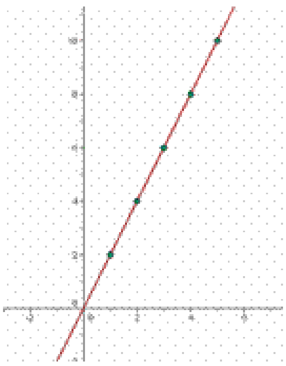


En esta gráfica observamos que la mayor parte de los alumnos obtienen una nota comprendida entre 4 y 7.

1.3.1. Tipos de gráficas

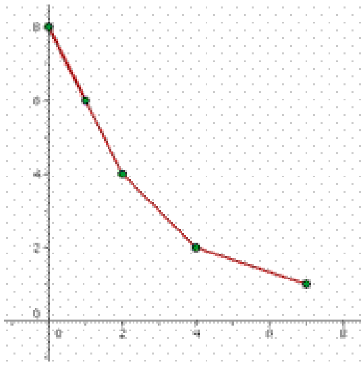
a) Gráfica creciente.

Una gráfica es creciente si al aumentar la variable independiente aumenta la otra variable.



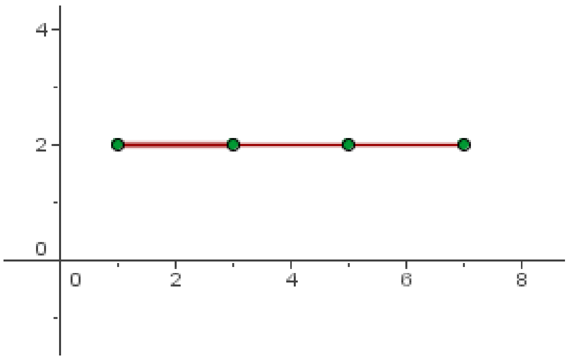
b) Gráfica decreciente.

Una gráfica es decreciente si al aumentar la variable independiente disminuye la otra variable.

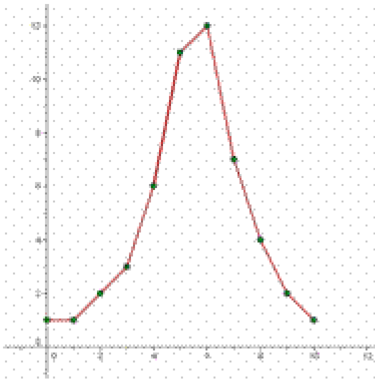


c) Gráfica constante.

Una gráfica es constante si al variar la variable independiente la otra permanece invariable.



Una gráfica puede tener a la vez partes crecientes y decrecientes.



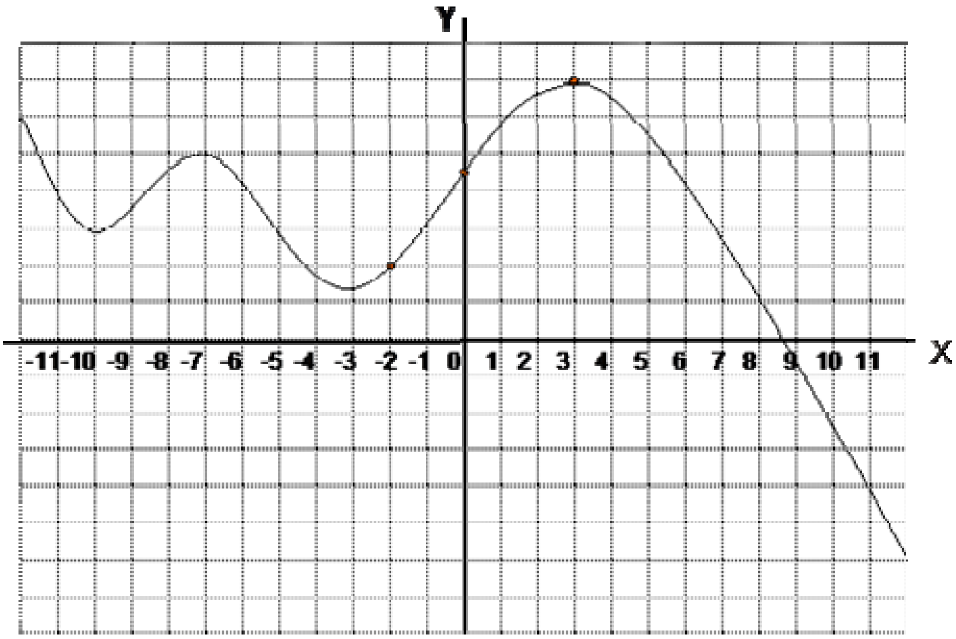
Actividad 3

Observa la gráfica siguiente y determina:

a) Su valor en los puntos x = -2, x = 0 y x = 3.

b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento

c) Los valores de x en los que se alcanzan puntos de máximo o de mínimo.



solución al final del tema

2. Funciones

Una función es una relación entre dos magnitudes, de tal manera que a cada valor de la primera le corresponde un único valor de la segunda, llamada imagen.

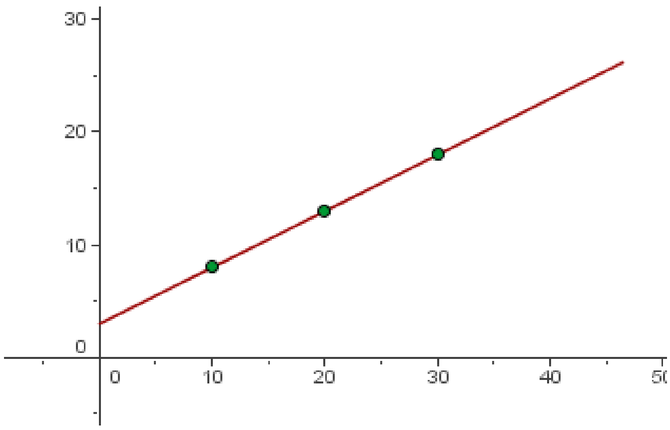
Ejemplo:

El precio de un viaje en taxi viene dado por: y = 3 + 0.5 x ; Siendo x el tiempo en minutos que dura el viaje.

Como podemos observar la función relaciona dos variables. x e y. x es la variable independiente. y es la variable dependiente (depende de los minutos que dure el viaje).

Las funciones se representan sobre unos ejes cartesianos para estudiar mejor su comportamiento.

x	10	20	30
y= 3 + 0.5x	8	13	18



Existen varios tipos de funciones en esta unidad estudiaremos la función lineal.

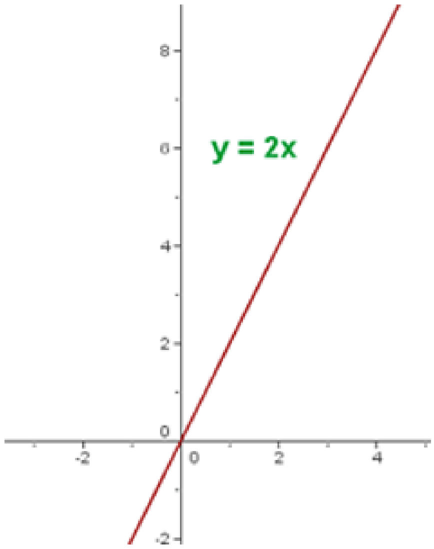
3. Función Lineal

La función lineal es del tipo: y = mx

Su gráfica es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas.

y = 2x

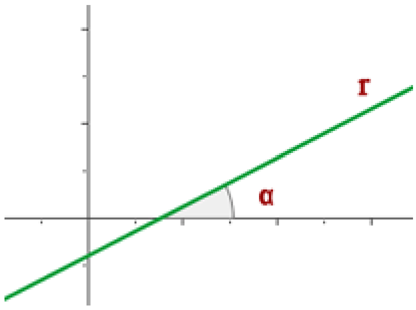
x	0	1	2	3	4
y = 2x	0	2	4	6	8



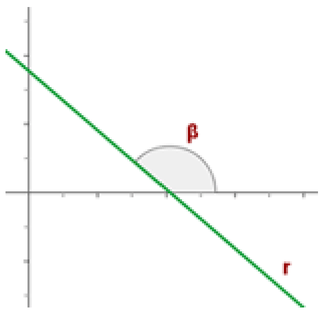
Pendiente

La pendiente es la inclinación de la recta con respecto al eje de abscisas.

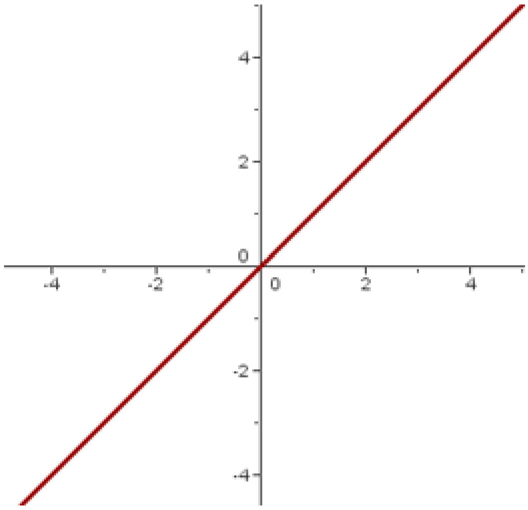
Si m > 0 la función es creciente y el ángulo que forma la recta con la parte positiva del eje OX es agudo.



Si m < 0 la función es decreciente y ángulo que forma la recta con la parte positiva del eje OX es obtuso.



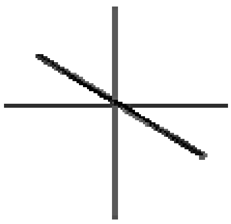
Función identidad f(x) = x. Su gráfica es la bisectriz del primer y tercer cuadrante.



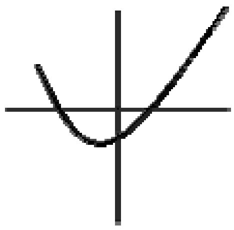
Actividad 4

Fíjate en las gráficas siguientes hay dos lineales y dos no lineales, indica cuál es de cada tipo:

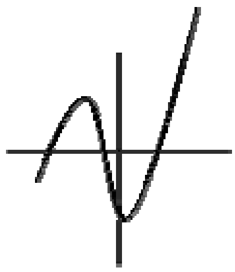
a)



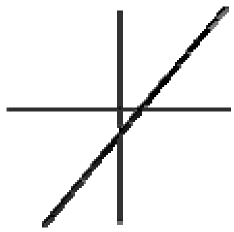
b)



c)



d)



Actividad 5

1. Completa las tablas siguientes utilizando la función lineal que se indica en cada caso:

a) f(x) = 3x

x	-2	0	2

b) f(x) = -x

x	-2	0	2

f(x)			

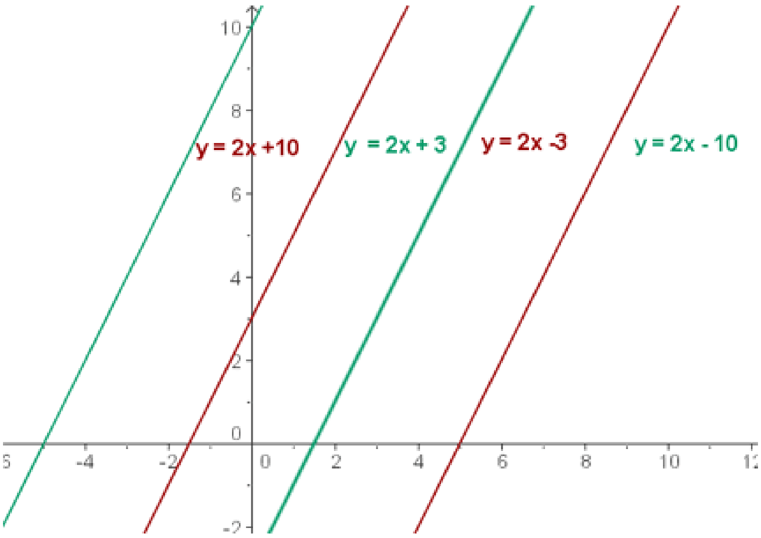
f(x)			

2. Escribe el valor de la pendiente y describe el crecimiento para cada una de las funciones de la actividad 1.

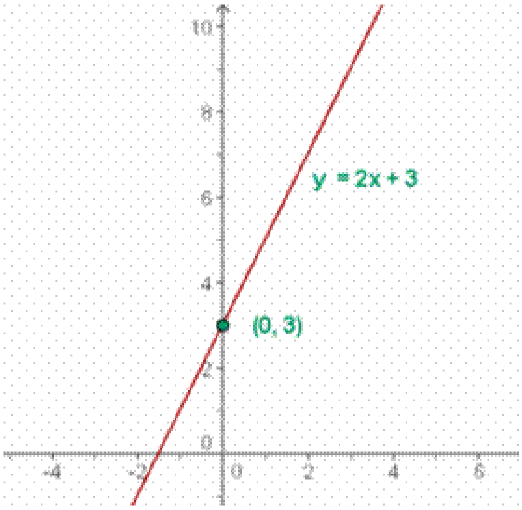
3. Representa gráficamente las funciones lineales de la actividad 1.

3.1. Función lineal afín

La función afín es del tipo: y = mx + n, m es la pendiente. Dos rectas paralelas tienen la misma pendiente.



n es la ordenada en el origen y nos indica el punto de corte de la recta con el eje de ordenadas.



Para representar una función lineal afín, daremos unos valores a X y calcularemos los correspondientes valores de Y, una vez que tengamos dichos valores los representaremos en los ejes de coordenadas y uniremos los puntos con una recta.

Todos estos contenidos los podéis encontrar en http://www.vitutor.net

Actividad 6

1. Completa las tablas siguientes utilizando la función lineal que se indica en cada caso:

a) f(x) = x -3

x	-2	0	2
f(x)			

b) f(x) = -2x + 1

x	-2	0	2
f(x)			

2. Escribe el valor de la pendiente y describe el crecimiento para cada una de las funciones de la actividad 1.

3. Representa gráficamente las funciones lineales de la actividad 1.

3.2. Aplicaciones de la función lineal

Las funciones lineales y afines son ampliamente utilizadas en diferentes ámbitos científicos. Por ejemplo en economía se utilizan para modelar funciones de costo y de demanda:

- Una función de costo C especifica el costo C(x) como una función del número de artículos x. Una función costo lineal tiene la forma C(x) = mx + b, donde m es el costo marginal, y b es el costo f.
- Una función lineal de demanda tiene la forma q = mp + b, donde q es la demanda (número de artículos vendidos) y p es el precio por artículo.

En medicina encontramos ejemplos como el experimento psicológico de Stenberg, sobre recuperación de información es que el tiempo de reacción de una persona, en milisegundos, resultando de dicho experimento que este tiempo de reacción (T) depende del tamaño del conjunto de memoria (M) de forma lineal: T = 38M + 397.

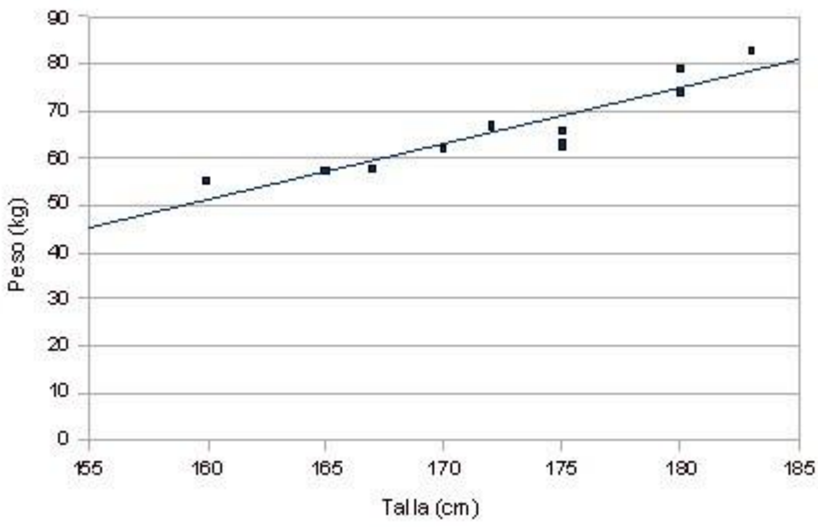
Por último, podríamos añadir que la función lineal se usa frecuentemente como herramienta para predecir valores a partir de unos datos dados, utilizando, por ejemplo, la denominada recta de regresión lineal, como se muestra en el siguiente ejemplo que permite estimar el peso en función de la talla:

- Datos:

Talla (cm)	Peso (Kg)
160	55
165	57
167	58
170	62
172	67

175	63
175	66
180	74
180	79
183	83

- Gráfica de la recta que aproxima estos valores:



- Si observamos la gráfica anterior, podríamos suponer por ejemplo que una persona de 185 cm pesaría algo más de 85 Kg.

De manera más precisa, si la expresión de la recta es: y = 1'0909. x - 121'9, se pueden calcular valores para la variable y, conocidos los de x, así, el valor del peso que suponíamos aproximado para una talla de 185 cm sería:

Peso = 1'0909 . 185 - 121'9 = 79'9.

Las predicciones hechas con la recta de regresión no son exactas, pero se puede utilizar para realizar estimaciones.

Actividad 7

1. Supongamos que el costo variable por unidad de producir un lapicero es de 2€ y que los costos fijos mensuales ascienden a 2200€. Suponiendo que el costo total tiene un comportamiento lineal:

a) Obtén la expresión del coste mensual en función de las unidades producidas.

b) ¿Cuál será el coste que representaría para la empresa la producción de 800 lapiceros en el mes?

c) Representa gráficamente esta función

2. Una fábrica asume costos de 10.000€ por cada mueble que produce. Además debe pagar 30.000€ mensuales de alquiler y 20.000€ por transportes. Cada mueble lo vende por 20.000€ y no tiene otros ingresos.

a) Establece la función de costos.

b) Establece la función de ingresos.

c) Representa ambas gráficas en un mismo eje cartesiano y encuentra el punto de equilibrio (punto de corte de ambas rectas).

d) ¿Cuál es la pérdida cuando se producen y venden 3 muebles?

4. La química en la sociedad

4. 1 La industria química básica

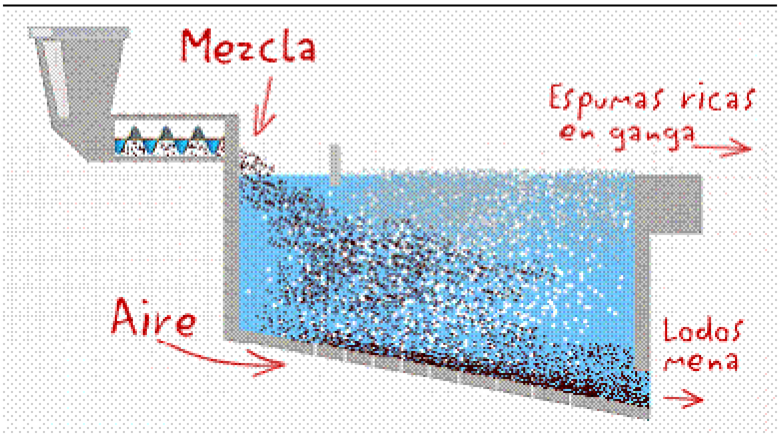
4.1.1 Metalurgia

No podríamos imaginar el mundo moderno sin metales, ya que entran en la composición de miles de aparatos e instrumentos que empleamos normalmente y la electricidad llega a nuestros hogares a través de ellos.

Aunque en sentido estricto la metalurgia es el conjunto de técnicas para la extracción, tratamiento y obtención de metales, podemos ampliar la definición a las técnicas empleadas para la consecución de materias minerales extraídas por minería.

La metalurgia consta de dos procesos:

La concentración consiste en separar el mineral rico en el metal, que se conoce como mena, del resto de minerales y rocas que lo acompañan en la mina, la ganga. Aunque existen diversos métodos de concentración, como el empleo de imanes para minerales férricos, o la amalgamación con mercurio para la obtención de metales preciosos, la flotación sigue siendo un proceso muy importante y empleado.



Normalmente los sólidos no flotan en el agua, así que se añaden a ésta sustancias que favorecen la flotabilidad, especialmente detergentes que forman espumas y que arrastran hacia la superficie los sólidos y los separan. Este método es muy empleado en minería para separar la mena, el mineral del que se va a obtener el metal de interés, de la ganga, el mineral que acompaña a la mena y que carece de utilidad. Como la ganga normalmente es menos densa que la mena, al añadir detergentes al agua se consigue que flote, dejando la mena en el fondo. Después, claro, habrá que proceder al secado de la mena. A veces no es necesario conseguir la flotación completa, basta con que sea factible arrastrar la ganga. Eso es lo que ocurre en la minería de oro que se ve en las películas de vaqueros. Como el oro es mucho más pesado que la arena, el agua no puede arrastrar sus pepitas, mientras que sí lo hace con la arena y así se separan.

El refinado es el conjunto de procesos por el que la mena, ya separada de la ganga, es tratada para obtener el metal puro o casi puro. Existen muchos procesos para realizar esta tarea, pero el más común, para la obtención de hierro, sigue siendo el tratamiento de la mena en las fundiciones o altos hornos.

Actividad 8

1. ¿A qué llamamos ganga?

a) Minerales y rocas que acompañan al metal en la mina.

b) Mineral puro para refinar.

c) Minerales más densos que el que se quiere purificar.

d) Procesos para separar metales.

2. ¿A que llamamos mena?

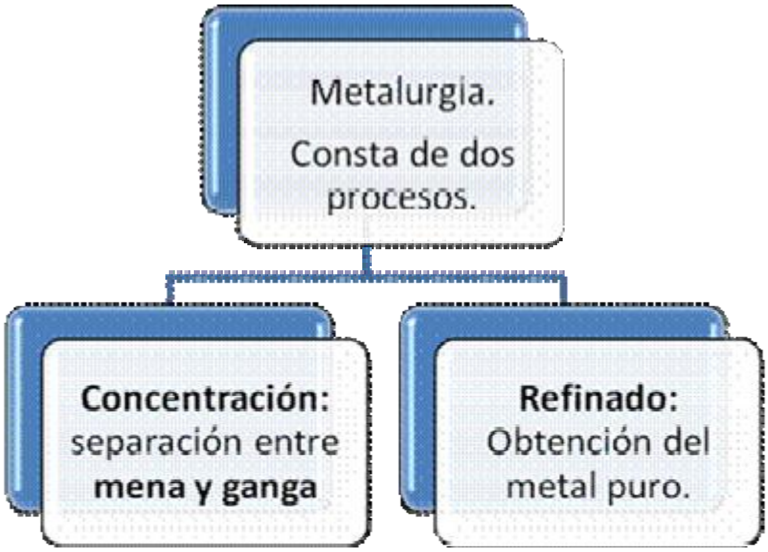
a) El mineral que acompaña al metal precioso.

b) Los detergentes que favorecen la flotabilidad.

c) El mineral rico en el metal.

d) Proceso de separación del mineral.

Mira el siguiente esquema y estúdialo:



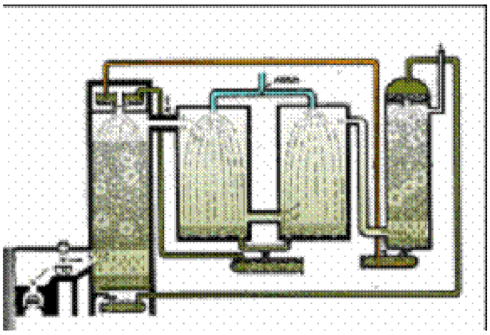
4.1. 2. Ácido sulfúrico

El ácido sulfúrico, de fórmula H_2SO_4 es un ácido fuerte, muy corrosivo, líquido, soluble en agua, que hierve a 340 ºC y congela a 10.8 ºC, llamado antiguamente aceite de vitriolo, tiene múltiples aplicaciones en el laboratorio y en la industria, hasta tal punto que el consumo de ácido sulfúrico puede considerarse un índice de la riqueza industrial de una nación. En la industria se emplea para la fabricación de abonos, de superfosfatos, de detergentes, de fibras sintéticas, pinturas, baterías de automóviles, refinado de metales y de petróleo etc.

Existen dos métodos para la obtención de ácido sulfúrico, ambos parten de azufre (S_8) o pirita (Fe_2S):

A) Método de las cámaras de plomo.

El azufre o la pirita se queman en grandes torres de ladrillo recubiertas interiormente con plomo. La combustión produce dióxido de azufre que en el aire reacciona con oxígeno, óxidos de nitrógeno y vapor de agua, produciendo gotitas de ácido sulfúrico que caen al fondo de las torres. Los óxidos de nitrógeno se recuperan de los gases y se reintroducen en las cámaras de plomo. El ácido sulfúrico así obtenido es una disolución al 65 % en agua. Este método cada vez es menos empleado.



B) Método de contacto.

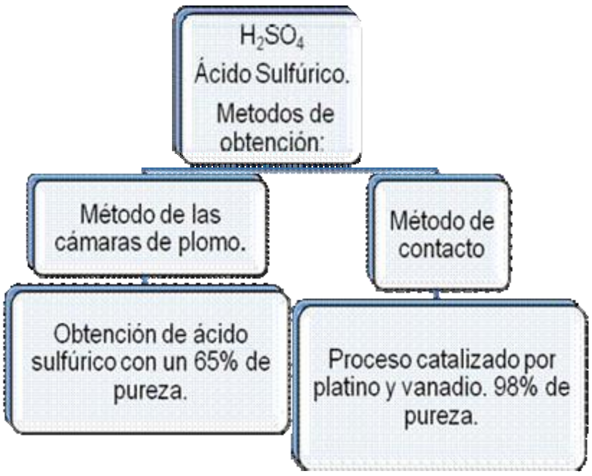
La combustión de la pirita o el azufre en un horno produce dióxido de azufre. Este dióxido de azufre se hace pasar a unas cámaras donde se oxida con aire y un catalizador a 400 ºC para obtener trióxido de azufre, que se disuelve en agua con ácido sulfúrico. Dependiendo de la cantidad de agua y ácido sulfúrico que se añade al trióxido de azufre se obtiene ácido sulfúrico de distinta concentración. Normalmente se emplean dos catalizadores, uno, más barato, de óxido de vanadio y después otro más caro y efectivo, normalmente platino. Este es el método más empleado en la actualidad.

$S_8 + 8O_2 \rightarrow 8SO_2$

$2SO_2 + O_2 \rightarrow SO_3$

$SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4$

El siguiente esquema recoge algunos datos acerca del proceso de obtención del ácido sulfúrico. Estudia el texto y el esquema e intenta resolver el siguiente ejercicio.



Actividad 9

1. ¿Son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones?

a) El ácido sulfúrico, de fórmula H_2SO_4 es un ácido débil y nada corrosivo.

b) Se emplea para la fabricación de abonos, de superfosfatos, de detergentes, pinturas, baterías de automóviles, refinado de metales y de petróleo.

c) El método de las cámaras de plomo, es el más usado y se obtiene también plomo.

d) En el método de las cámaras de plomo, el azufre o la pirita se queman en grandes torres de ladrillo recubiertas interiormente con plomo.

e) El ácido sulfúrico obtenido por el método de las cámaras de plomo es una disolución al 65 % en agua.

f) En el método de contacto se no se usan catalizadores.

g) El método de contacto es el método más empleado en la actualidad.

4.1.3. Amoniaco

El amoniaco, de fórmula NH_3 es un gas de olor picante, que hierve a -33 ºC y congela a -78 ºC. Normalmente se encuentra en disolución acuosa al 30 o 40 %. Aunque es conocido en los hogares por emplearse su disolución, que es fuertemente alcalina, en la limpieza doméstica, sus aplicaciones industriales lo hacen un componente básico en la industria. Se emplea fundamentalmente como fertilizante, bien puro o bien en forma de urea, o para la obtención de ácido nítrico (HNO_3). Para la obtención del ácido nítrico se necesita, además de amoniaco, ácido sulfúrico. El ácido nítrico es empleado también como fertilizante y en la fabricación de explosivos.

Industrialmente el amoniaco se obtiene mediante el método de Bosch - Haber, en el que se mezclan nitrógeno e hidrógeno, a más de 200 atm de presión y 200 ºC de temperatura, en presencia de un catalizador que contiene hierro.

El proceso Haber produce más de 100 millones de toneladas de fertilizante de nitrógeno al año. El 0,75% del consumo total de energía mundial en un año se destina a este proceso. Los fertilizantes que se obtienen son responsables por el sustento de más de un tercio de la población mundial, así como varios problemas ecológicos.

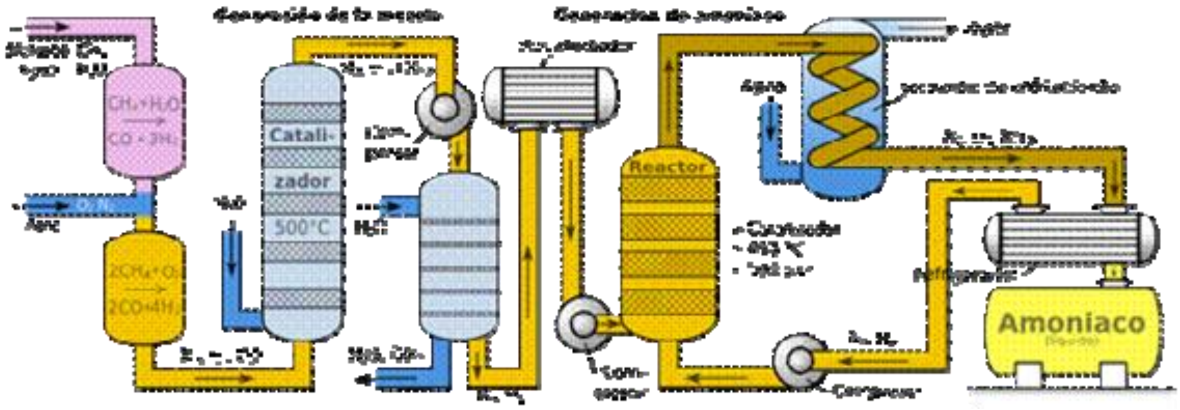
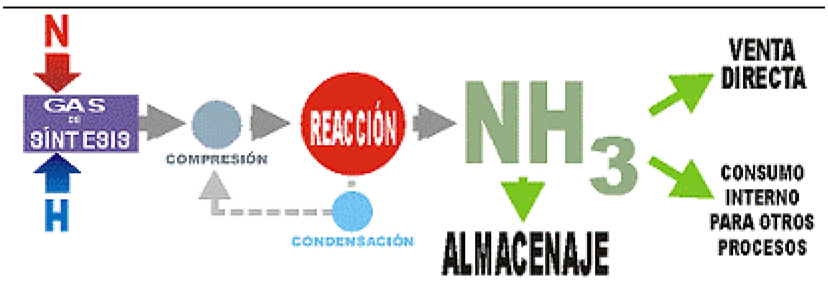


Diagrama del proceso de Haber-Bosch. De forma más resumida:



4.2 Química y medio ambiente

4.2.1 Contaminación química

La explotación de los recursos naturales, la obtención de energía, la transformación de las materias primas en productos elaborados, su distribución y comercialización conllevan un proceso de vertido de productos químicos al medioambiente. Y esos productos producen contaminación. No todos los vertidos contaminantes han de ser peligrosos para el ecosistema. Así las escombreras no son tóxicas ni dañinas, aunque sí tienen un fuerte impacto visual.

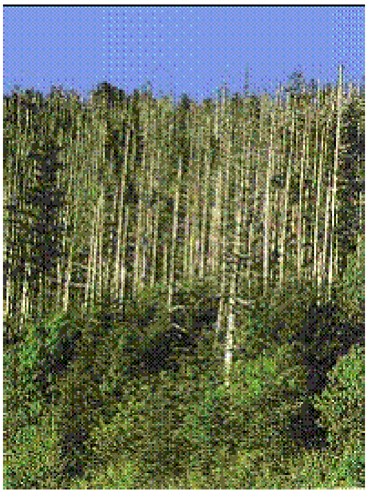
Desgraciadamente la mayoría de los vertidos realizados por la industria o en los hogares contienen sustancias químicas que no son inertes, sino muy activas y, en muchos casos, venenosas. Metales pesados, plásticos, detergentes, blanqueantes, y un sin fin de sustancias son vertidas sin control al aire que respiramos, a los ríos de los que tomamos el agua para beber o a las playas en las que nos bañamos. Y no sólo los afean, muchos suponen un grave riesgo para la flora y la fauna y, directamente o a través de la cadena alimenticia, para los seres humanos.

4.2.2 Contaminación de aguas y tierras

Las aguas son contaminadas por vertidos industriales, aguas residuales de las poblaciones, petróleo procedente de los vertidos accidentales y pesticidas y fertilizantes agrícolas. También el agua caliente procedente de las industrias eléctricas debe ser considerada contaminante, ya que eleva la temperatura del agua natural. Junto a los problemas ocasionados en la flora y la fauna, la contaminación del agua puede ocasionar graves trastornos para la salud. Así, los nitratos, procedentes de los fertilizantes de uso agrícola, pueden provocar enfermedades mortales en niños y muchos metales pesados ocasionan envenenamiento crónico, ya que se acumulan en el organismo. Mientras que el agua es contaminada por cualquier producto químico, el aire se ve afectado por los gases y humos de las industrias, hogares y medios de transporte. En muchas ciudades, la contaminación del aire por los automóviles que circulan, que liberan dióxido de carbono y monóxido de carbono, puede ocasionar incluso la muerte de ancianos y niños. Además, accidentalmente, las industrias vierten al aire productos altamente peligrosos y nocivos.

4.2.3 Lluvia ácida

El empleo de combustibles fósiles, tanto derivados del carbón como del petróleo vierte a la atmósfera grandes cantidades de dióxido de azufre y de diversos óxidos de nitrógeno. Por acción de la luz solar estos óxidos se transforman en trióxido de azufre y pentóxido de dinitrógeno que, con el agua presente en la atmósfera, se transforman en ácido sulfúrico y en ácido nítrico. Estos ácidos caen al suelo arrastrados por la lluvia. Esta lluvia que contiene ácido sulfúrico y nítrico no sólo ataca las estructuras metálicas y de cemento humanas, también ocasionan daños directos sobre las hojas y raíces de las plantas sobre las que cae la lluvia, llegando incluso a acabar con ellas. Junto a estas acciones directas, la lluvia ácida produce la acidificación el suelo y las aguas, impidiendo el desarrollo de las plantas y matando a los animales. No todos los ecosistemas son igual de sensibles frente a la lluvia ácida. Bosques y lagos son los más afectados por la lluvia ácida, sobre todo en zonas que carecen de carbonatos. Pero en cualquier ecosistema el efecto de la lluvia ácida puede llegar a ser impredecible.

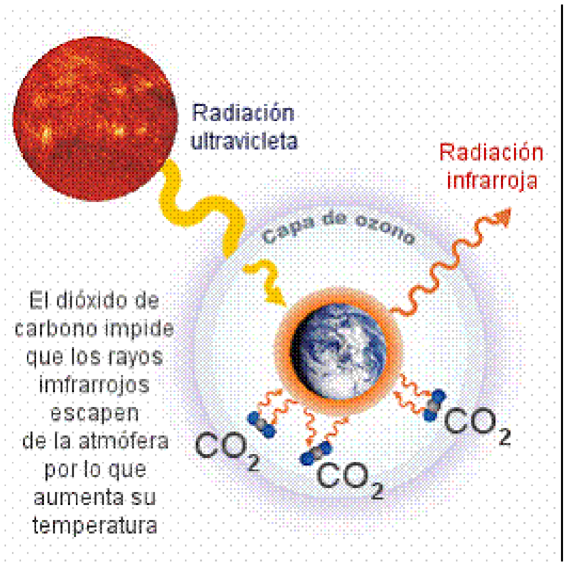


Actividad 10

¿Qué ácidos son los responsables de la lluvia ácida? ¿De dónde proceden?

4.2.4 Efecto invernadero

Desde la revolución industrial, la quema de combustibles fósiles a aumentado el vertido de dióxido de carbono a la atmósfera. De forma natural, mediante la fotosíntesis, las plantas y árboles toman el dióxido de carbono del aire y lo transforman en hidratos de carbono liberando oxígeno en el proceso. Pero junto con el incremento de las emisiones de dióxido de carbono se ha producido una disminución en las masas forestales del planeta, de forma que las plantas no pueden tomar el dióxido de carbono del aire y éste aumenta su concentración. El dióxido de carbono es causante del llamado efecto invernadero. La Tierra recibe su calor del Sol y, parte de él, lo emite al espacio exterior, en forma de radiación infrarroja. El dióxido de carbono impide que esa radiación infrarroja escape al espacio, por lo que calienta la atmósfera y, con ella, la Tierra. Este calentamiento de la atmósfera puede tener efectos desastrosos. Dejando aparte las consecuencias climáticas que pueda llegar a originar, con la consiguiente transformación en los ecosistemas y las cosechas, un aumento de unos pocos grados en la temperatura de la Tierra podría ocasionar la fusión de los hielos de los casquetes polares, lo que haría que el nivel del mar ascendiera varios metros, inundando las ciudades costeras donde vive la mayor parte de la población mundial.



Actividad 11

¿Cuales son consecuencia del efecto invernadero?

4.2.5 La capa de ozono

La capa de ozono es una región de la atmósfera, situada entre los 19 y los 48 Km. por encima de la superficie de la Tierra que contiene una proporción de 10 partes por millón (10 ppm, es decir, en mil litros, hay un mililitro) de ozono. A nivel del suelo esta concentración de ozono es peligrosa para la salud, pero a la altura a la que se encuentra es indispensable para la vida en la Tierra. El Sol produce luz y radiación ultravioleta, que es la responsable del bronceado y de las quemaduras cuando, en verano, nos exponemos al Sol. El ozono de la atmósfera se encarga de absorber la radiación ultravioleta más peligrosa. Sin la capa de ozono, las peligrosas radiaciones ultravioletas llegarían en su totalidad al nivel del suelo, aumentando las enfermedades cutáneas y los cánceres. A finales de los años 70 se descubrió que la capa de ozono estaba desapareciendo sobre la Antártida, lo que se conoce como agujero de ozono, producido por los compuestos clorofluorcarbonados, sustancias que se emplean como refrigerantes en neveras y aparatos de aire acondicionado y como propelentes en sprays. Liberados en la atmósfera destruyen el ozono, convirtiéndolo en oxígeno normal que no detiene los rayos ultravioletas. Al no tomarse medidas adecuadas, el agujero en la capa de ozono sobre la Antártida no sólo aumenta cada año, sino que ha aparecido otro sobre el ártico, los países escandinavos y Norteamérica.

Actividad 12

Explica brevemente en qué consiste el agujero en la capa de ozono.

4.3 Química farmacéutica

4.3.1 Medicamentos

Los medicamentos son sustancias que se emplean para prevenir, combatir o disminuir los efectos de las enfermedades. Pueden ser éticos o de prescripción, que sólo se pueden obtener mediante una receta médica, o de propiedad, patentados y empleados contra pequeñas dolencias, que no necesitan de receta médica. Aunque la mayoría de los medicamentos son de origen vegetal o animal, algunos son de origen mineral e, incluso algunos de los que en principio tuvieron su origen en plantas o animales, hoy día se sintetizan por métodos químicos.

Entre los medicamentos producidos químicamente más importantes cabe destacar la aspirina, ácido acetilsalicílico, que se obtenía a partir del ácido salicílico, presente en la corteza del sauce y de efectos analgésicos, antipiréticos y anticoagulantes muy marcados. Las propiedades preventivas de la aspirina aún se están descubriendo, siendo recomendada para la prevención de infartos, algunos tipos de cáncer y la ceguera por diabetes y cataratas. Mención especial merecen las sulfamidas, los primeros antibióticos conocidos que, aunque desplazados por los derivados de la penicilina por tener más efectos secundarios que ésta, todavía se emplean en cepas bacterianas resistentes a la penicilina.

Práctica en casa: Aspirina y aspirina efervescente.

La aspirina se comercializa en varias formas. Una de ellas es la efervescente, que es aspirina con bicarbonato de sodio. Para entender la utilidad de esa presentación haz la siguiente experiencia:

1. En un vaso de agua de 250 ml aproximadamente, pon una aspirina y añade unos 100 ml de agua. Remueve con una varilla. ¿Consigues que se disuelva?

2. Añade al vaso anterior una cantidad de bicarbonato de

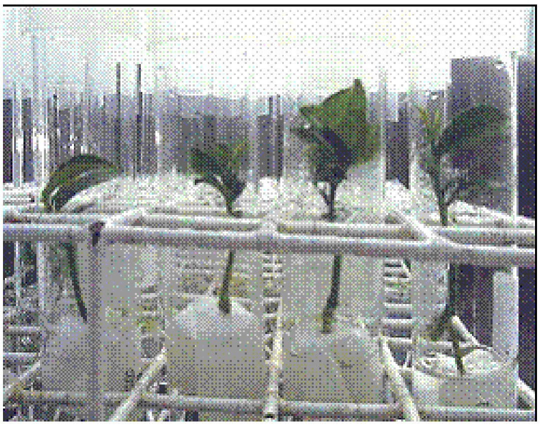
sodio equivalente a dos cucharadas de café y remueve con una varilla. ¿Consigues que se disuelva?

Solución: La aspirina convencional no se disuelve en agua, el bicarbonato sódico es un compuesto básico, que reacciona con el ácido acetilsalicílico de la aspirina dando como resultado de la reacción una sal sódica, que es un compuesto iónico y así soluble en agua. Por tanto, la mezcla aspirina, bicarbonato si se disuelve en agua. Los efectos analgésicos, antipiréticos y anticoagulantes del ácido acetilsalicílico se conservan en la forma de sal sódica.

4.3.2 Ingeniería genética

La ingeniería genética permite la alteración del material genético de un organismo, bien añadiendo bien quitando porciones al ADN del núcleo celular. La manipulación genética ha permitido, en el campo de la agricultura, la obtención de nuevos cultivos más resistentes a las plagas y enfermedades o con menores necesidades en cuanto a suelos o agua de riego, aumentando espectacularmente la producción de las cosechas y disminuyendo las necesidades de empleo de plaguicidas, con el consiguiente beneficio económico. Pero es en el campo de la medicina y la producción de medicamentos donde ha encontrado su mayor aplicación.

La mayoría de los medicamentos son sustancias con moléculas complejas de difícil síntesis química. Para obtenerlos, se debían purificar de las fuentes animales o vegetales que las producían. Así, la insulina, indispensable para los diabéticos, debía obtenerse a partir del páncreas de animales superiores, lo que restringía en gran medida su disponibilidad y lo encarecía enormemente. Gracias a la ingeniería genética se ha conseguido que ciertas bacterias produzcan insulina en gran cantidad y bajo precio, mejorando el suministro de insulina a los diabéticos y abaratando su coste. Además de emplearse cada vez más para la producción de medicamentos, se esperan grandes avances en el tratamiento de ciertas enfermedades y en la elaboración de vacunas.



5.- Industria petroquímica

5.1.- Fibras

El petróleo no sólo es una fuente de energía, sino que sus derivados tienen cada vez más usos en la vida moderna. Además de combustibles, del petróleo se obtienen fibras, plásticos, detergentes, medicamentos, colorantes y una amplia gama de productos de múltiples usos. Las fibras están formadas por moléculas de estructura alargada que forman largas cadenas muy estrechas que se enlazan unas con otras hasta formar hilos de un grosor inferior a 0.05 cm. Pueden ser de origen animal, como la lana o la seda, de origen vegetal, como el lino o el algodón, de origen mineral, como la fibra de vidrio o los hilos metálicos (que suelen llevar un núcleo de algodón) o de origen sintético, la mayoría de las cuales se obtienen a partir del petróleo.

La primera fibra sintética obtenida del petróleo fue el nailon, desarrollado en 1938 como sustituto de la seda (y durante la segunda guerra mundial se empleó en la elaboración de paracaídas) y que aún se emplea en la elaboración de prendas de vestir. Pero pronto aparecieron otras fibras sintéticas como el poliéster, la lycra o las fibras acrílicas.

Aunque la mayor parte de la producción de fibras derivadas del petróleo se emplea para elaborar tejidos y prendas de vestir, una parte significativa se ha desarrollado con fines específicos, como aislantes térmicos para los astronautas, tejidos antibalas para soldados y policías o trajes ignífugos para bomberos, y después han pasado a su uso en prendas de vestir cotidianas.

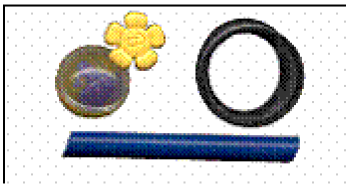
5.2.- Plásticos

Los plásticos tienen una estructura molecular similar a las fibras, sólo que en su producción se permite que las largas cadenas que constituyen las moléculas se entremezclen, formando láminas, en lugar de hilos. Pueden ser de origen natural, como el hule o el caucho, pero los más importantes son los sintéticos, derivados del petróleo.

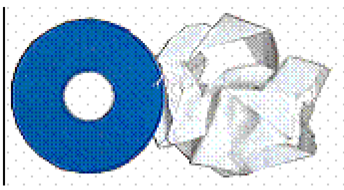
Los plásticos pueden moldearse con facilidad, son muy resistentes al ataque de productos químicos, impermeables, aislantes térmicos y eléctricos, y tenaces. Propiedades que los hacen muy útiles en la elaboración de recipientes, aislantes de cables eléctricos o para asas de utensilios de cocina.

Existen cientos de plásticos de características específicas y desarrolladas para empleos particulares, pero muchos son muy corrientes. Entre estos, cabe destacar:

• PVC. El policloruro de vinilo, derivado del cloruro de vinilo (CH_2=CHCl) es rígido, impermeable y resistente a los agentes químicos, lo que lo hace ideal para la fabricación de tuberías, láminas y recubrimiento de suelos. Añadiéndole un plastificado, normalmente poliéster, se vuelve flexible, empleándose entonces como aislante en tendidos eléctricos y para fabricar envases de alimentos.



• Teflón. El politetrafluoretileno, derivado del tetrafluoretileno (CF2=CF2) es muy resistente al calor, a la humedad y a los agentes químicos. Desarrollado inicialmente para la industria aeronáutica, sus propiedades lo han generalizado como recubrimiento en utensilios de cocina antiadherentes, de fácil limpieza.



5.3.- Detergentes

Los detergentes o surfactantes son moléculas relativamente largas uno de cuyos extremos es soluble en agua y el otro soluble en grasas. En agua forman pequeñas miscelas, esferas con la parte hidrófila hacia el exterior y con la parte hidrófoba en el interior de la esfera. Es en este interior donde se sitúan las grasas y se eliminan de las superficies y tejidos, consiguiendo la limpieza.

Los jabones son agentes surfactantes de origen natural, obtenidos a partir de aceites y grasas animales y vegetales. Cuando en la segunda guerra mundial se produjo una escasez de grasas para fabricar jabón, se desarrollaron los primeros detergentes, derivados del benceno. Estos primeros detergentes no se descomponían con facilidad, permaneciendo durante años en las aguas empleadas en el lavado. En la actualidad los detergentes empleados son biodegradables, de forma que los microorganismos los descomponen en poco tiempo, no contaminando las aguas. Puesto que el calcio en el agua disminuye las propiedades de los detergentes, estos suelen ir acompañados de agentes que eliminan el calcio, así como de espumantes, que son detergentes que, sin gran capacidad de limpieza, sí producen mucha espuma. Los detergentes empleados en la limpieza de vajillas suelen llevar protectores de la piel.

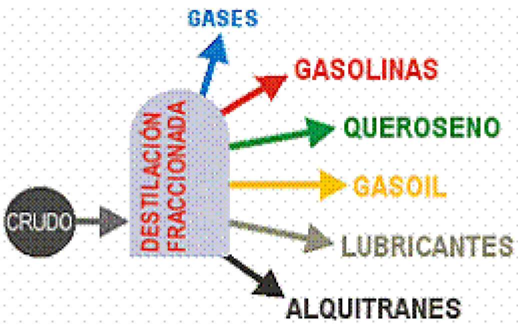
Además de como agentes de limpieza, los detergentes se emplean en minería para facilitar la flotación de ganga o mena y separar el mineral útil de las rocas que lo acompañan.

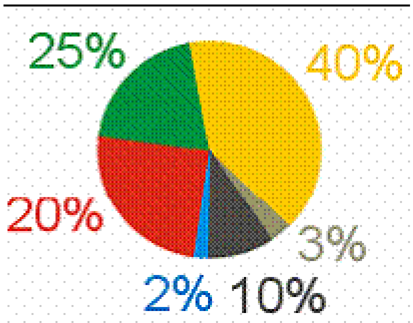
5.4.- Combustibles y asfaltos

Además de para la obtención de fibras, plásticos, detergentes, colorantes... del petróleo se extraen la mayor parte de los combustibles empleados en el transporte moderno y en la obtención de energía eléctrica. Formado a partir de plantas y microorganismos marinos primitivos, el petróleo se encuentra, junto con el gas natural, en yacimientos subterráneos. Es una mezcla compleja de hidrocarburos (compuestos de carbono e hidrógeno) que, antes de emplearse industrialmente, es refinado, proceso que consiste en una destilación para separar los distintos componentes que lo forman.

Una vez separados los distintos componentes del petróleo, se destinan a las distintas industrias petroquímicas y, una parte muy importante, se convierte en combustibles como la gasolina y el gasóleo que se emplean no sólo como combustibles en los vehículos de combustión interna, automóviles, barcos o aviones, sino en las centrales térmicas, para la obtención de la electricidad. Así, de un barril de petróleo, que contiene 159 l, se obtienen unos 115 l de combustibles.

El asfalto es el componente residual del refinado del petróleo, empleándose como impermeabilizante y para la construcción de carreteras.





Actividad 13

1. Señala cuál del los siguientes procede del petróleo:

a) Plástico.

b) Algunos detergentes.

c) Algunos medicamentos.

d) PVC

e) Teflón.

f) Combustibles.

g) Todos.

2. En el texto anterior, hace referencia a algunos materiales procedentes del petróleo. Aparecen en el texto algunas palabras de uso no tan común. Busca en el diccionario el significado de las siguientes palabras, si conoces su significado, intenta escribirlo con tus palabras: hidrófila, hidrófoba, surfactante.

Respuestas de las actividades

Respuestas de la actividad 1

a)

Kilos de limones	0	4	10	7	8	3
Precio	0	2	5	3'5	4	1,5

Por 5€ nos dan 10Kg, 7Kg cuestan 3’5€, 8Kg cuestan 4€ mientras que por 1,5€ nos darán 3Kg.

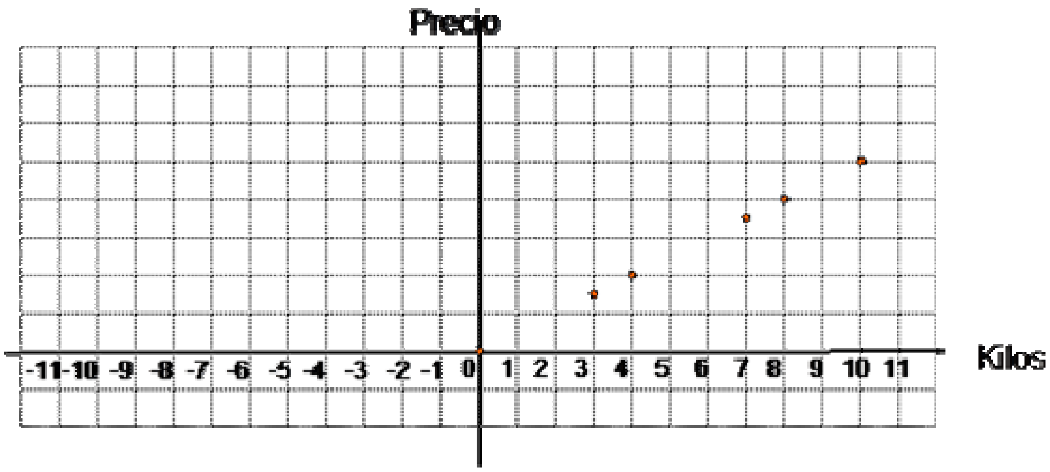
b)

Valor	0	-2	2	1	-3	4 o -4	3
Valor al cuadrado	0	4	4	1	9	16	9

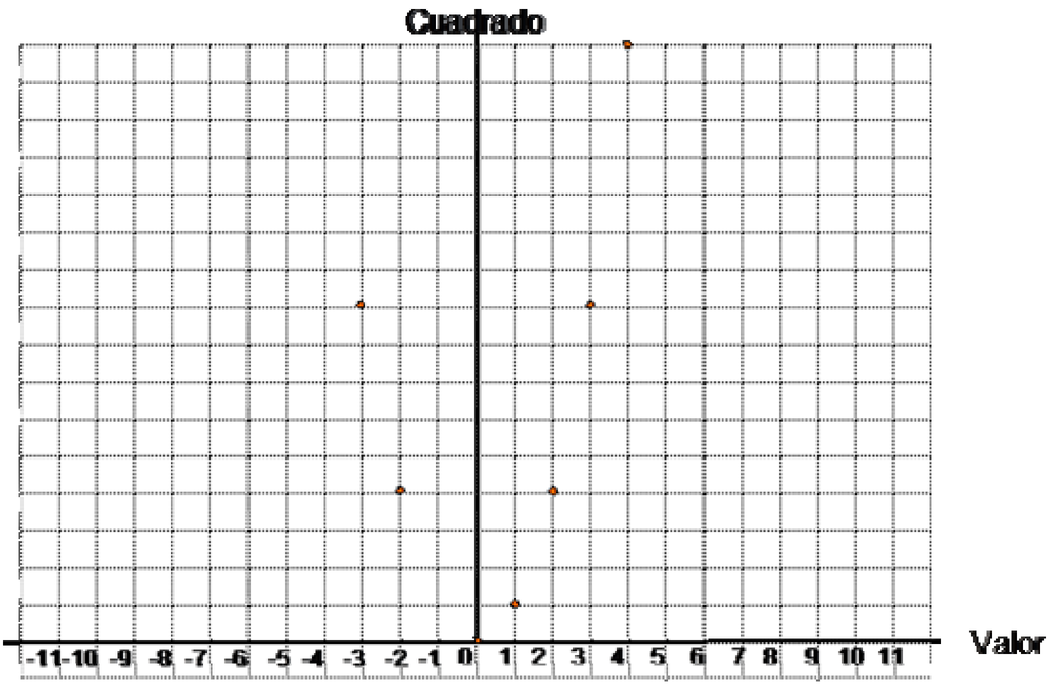
Los pares que faltan son (1,1), (-3,9), (4,16) o (-4,16) y (3,9)

Respuestas de la actividad 2

a)



b)



Respuestas de la actividad 3

a) Su valor en los puntos x = -2 , x = 0 y x = 3.

Los pares son (-2,2), (0,4’5) y (3,7).

b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento

Crecimiento: $]-\infty,-10[\cup]-7,-3[\cup]3,+\infty[$

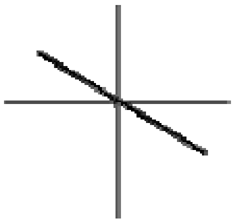
Decrecimiento: $]-10,-7[\,\cup\,]-3,3[$

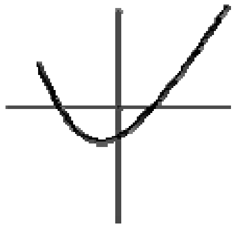
c) Los valores de x en los que se alcanzan puntos de máximo o de mínimo.

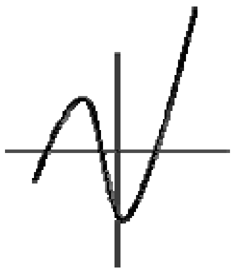
Mínimos para x = -10 y x = -3. Máximos para x = -7 y x= 3. Observa que los puntos en los que se alcanza un mínimo son (-10,3) y (-3,1’5) y los puntos en la que se alcanza un máximo son (-7,5) y (3,7)

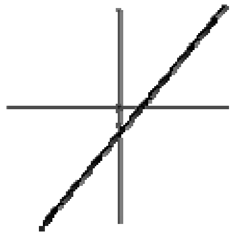
Respuestas de la actividad 4

a) Lineal b) No lineal c) No lineal d) Lineal









Respuestas de la actividad 5

1. a) f(x) = 3x b) f(x) = -x

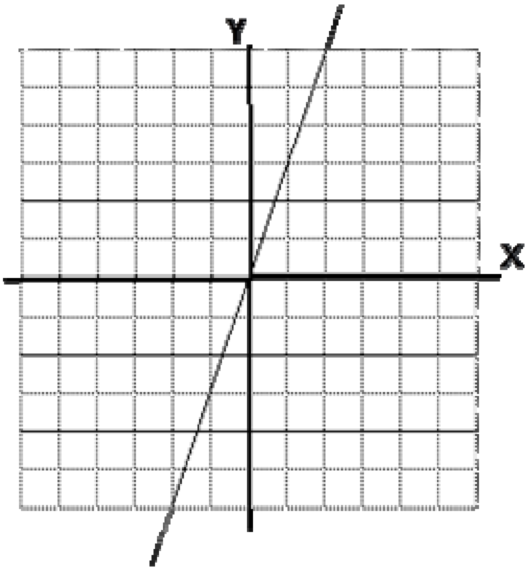
x	-2	0	2
f(x)	-6	0	6

x	-2	0	2
f(x)	2	0	-2

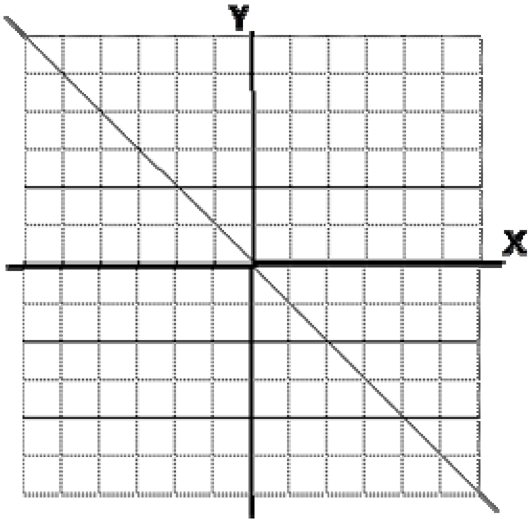
2. a) pendiente = 3, creciente

b) pendiente = -1, decreciente

3. a)



b)



Respuestas de la actividad 6

1. a) f(x) = x -3

x	-2	0	2
f(x)	- 5	- 3	- 1

b) f(x) = -2x + 1

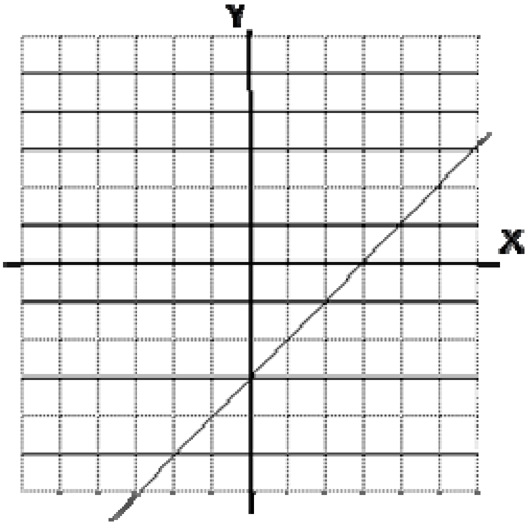
x	-2	0	2
f(x)	5	1	- 3

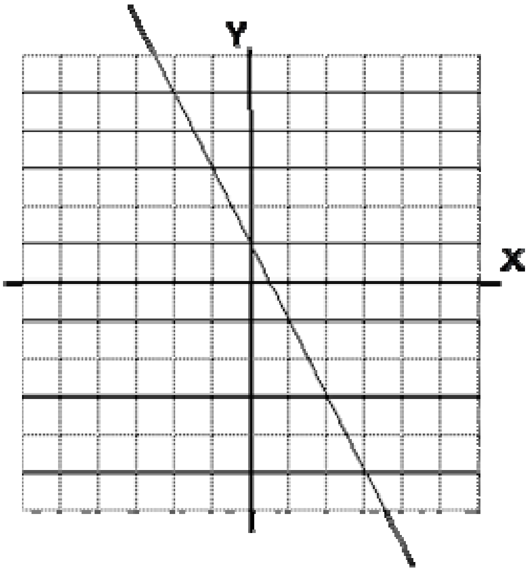
2. a) pendiente = 1, creciente

b) pendiente = -2, decreciente

b)

3. a)





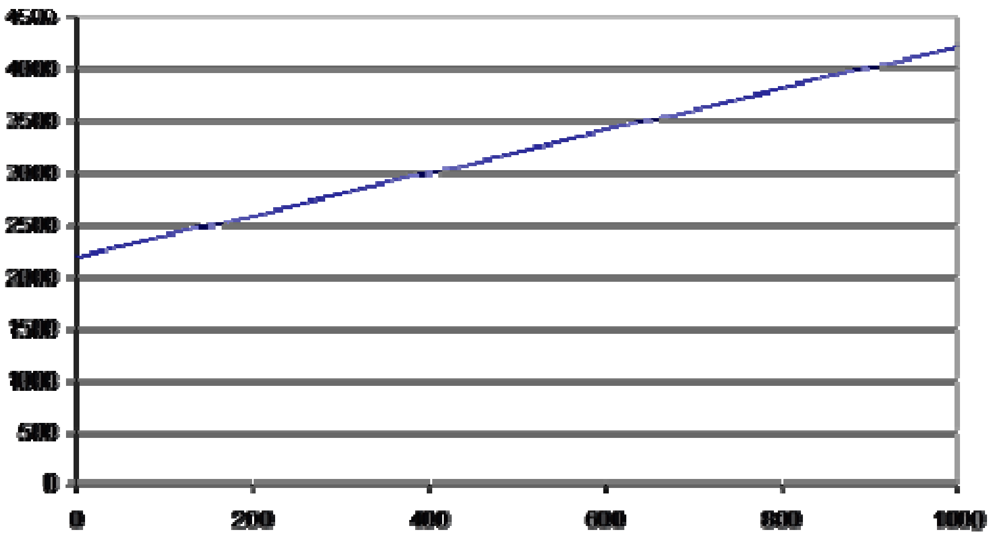
Respuestas de la actividad 7

1.

a) C(x) = 2x + 2200

b) C (800) = 3800

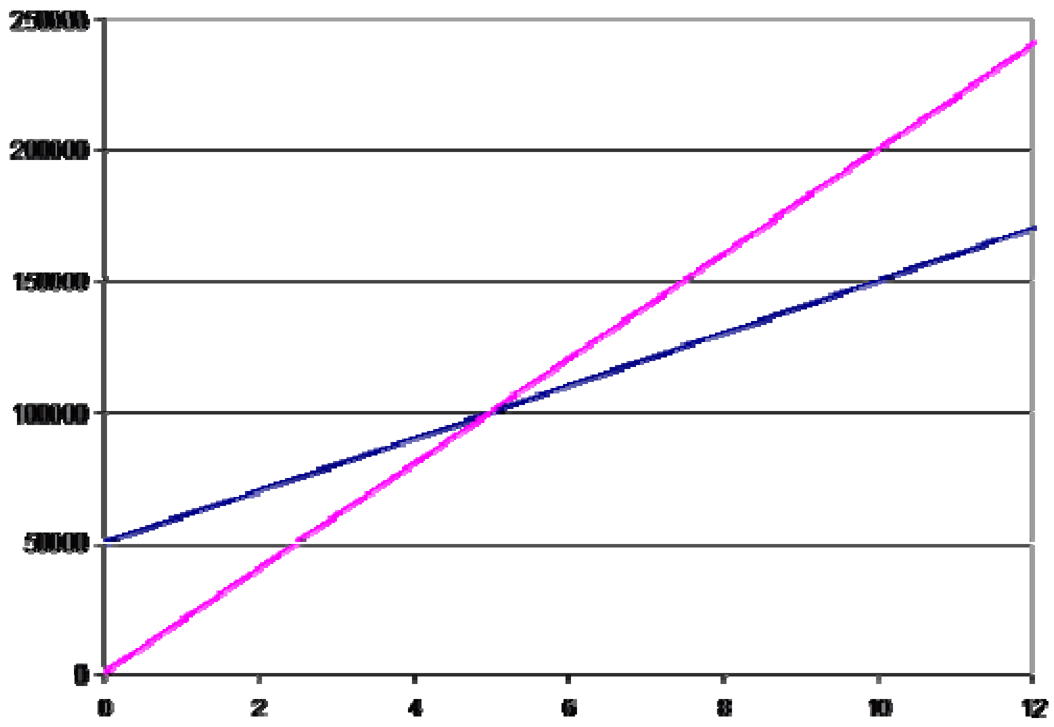
c)



2. a) C(x) = 10000 x + 50000

b) I (x) = 20000 x

c)



d) C (3) - I(3) = 20000 €

Respuesta de la actividad 8

1. a) Minerales y rocas que acompañan al metal en la mina. **-** *La ganga son minerales y rocas que acompañan al metal en la mina, normalmente es menos densa que la mena.*

2. c) El mineral rico en el metal. - *El mineral del que se va a obtener el metal de interés, o mineral que acompaña al metal precioso es lo que conocemos como mena. Es más denso que la ganga.*

Respuestas de la actividad 9

a) El ácido sulfúrico, de fórmula H_2SO_4 es un ácido débil y nada corrosivo. - *El ácido sulfúrico, de fórmula H_2SO_4 es un ácido fuerte, muy corrosivo.*

b) Se emplea para la fabricación de abonos, de superfosfatos, de detergentes, pinturas, baterías de automóviles, refinado de metales y de petróleo. - *Verdadera*.

c) El método de las cámaras de plomo, es el más usado y se obtiene también plomo. - *El método de las cámaras de plomo es menos usado que el método de contacto. No se obtiene plomo.*

d) En el método de las cámaras de plomo, el azufre o la pirita se queman en grandes torres de ladrillo recubiertas interiormente con plomo. -*Verdadera.*

e) El ácido sulfúrico obtenido por el método de las cámaras de plomo es una disolución al 65 % en agua. -*Verdadera*.

f) En el método de contacto se no se usan catalizadores. - *En el método de contacto se usa una combinación de catalizadores o aceleradores del proceso, de vanadio y platino.*

g) El método de contacto es el método más empleado en la actualidad. - *Verdadera***.**

Respuestas de la actividad 10

Los ácidos son ácido sulfúrico y ácido nítrico, H_2SO_4 y HNO_3. Proceden del empleo de combustibles fósiles, carbón, petróleo… Las reacciones de combustión producen cantidades grandes de SO_2 y de NO es tos productos por la acción de la luz se transforman en otros óxidos, SO_3 y NO_2, susceptibles de convertirse en ácido sulfúrico y ácido nítrico por la acción del agua presente en la atmósfera.

Respuestas de la actividad 11

Las consecuencias del agravamiento del efecto invernadero son, en gran medida imprevisibles, pero las alteraciones que conlleva afectan irreversiblemente a la vida del planeta:

- Cambio climático y transformación en los ecosistemas.

- Aumento de unos pocos grados en la temperatura de la Tierra.

- Fusión de los hielos de los casquetes polares.

- Ascenso del nivel del mar varios metros, inundando las ciudades costeras.

Respuestas de la actividad 12

Ciertos gases, como lo óxidos de nitrógeno o los CFC (clorofluorocarbonos) descomponen el ozono cuando llegan a la estratosfera. Este fenómeno se empezó a investigar a partir de 1980, a raíz del notorio adelgazamiento observado sobre la Antártida en la capa de ozono.

La capa de ozono resulta esencial para muchos seres vivos, pues este gas filtra las radiaciones ultravioletas procedentes del Sol, que si llegan a la Tierra, pueden provocar cánceres de piel y otros desórdenes.

Respuestas de la actividad 13

1.

    g) Todos. – Correcta

2.

    a) Hidrófila: Material que absorbe el agua con gran facilidad.
    b) Hidrófoba: Material que padece horror al agua.
    c) Surfactante: Sustancia que reduce la tensión superficial de un líquido, y que sirve como agente detergente.

Bloque 10. Tema 2

Las funciones cuadráticas. Reacciones químicas

ÍNDICE

La importancia de la investigación científica queda plasmada en el ejemplo que se estudia en este tema, porque poco pudieron sospechar los antiguos griegos el uso que siglos después se da a la curva parabólica. Basta que, cada vez que mires la televisión, te acuerdes de un tipo de antena gracias al que la señal llega desde el emisor al receptor distribuididor: la antena parabólica. En este tema estudiarán la función cuadrática, a la que se asocia gráficamente la curva denominada parábola.

Una reacción química es un proceso en el cual una sustancia o varias, se transforman en otra u otras sustancias. Son, muchas veces procesos muy complicados, en los que intervienen muchos factores y unas condiciones especificas.

Un modo de representar lo que ocurre en el seno de la reacción es mediante las ecuaciones químicas. Debemos aprender a interpretar las ecuaciones químicas:

La materia de la que se parte en la reacción son los reactivos y lo que se obtiene son los productos.

Es importante conocer:

a) el tipo de reacción que voy a llevar a cabo, ya que dependiendo de las condiciones de la reacción obtendré unos productos u otros.

b) El estado físico en el que se encuentran los reactivos y el estado físico en el cual voy a encontrar los productos

c) qué cantidad de cada uno de los reactivos de la reacción necesito y qué cantidad de productos voy a obtener. Para ello debemos saber ajustar ecuaciones químicas.

La ley de conservación de masas nos ayudará mucho para entender el concepto de ajuste estequiométrico.

1. La Función Cuadrática

1.1. Definición

Son funciones polinómicas de segundo grado, siendo su gráfica una parábola.

$f(x) = ax^2 + bx + c$

1.2. Representación gráfica de la parábola

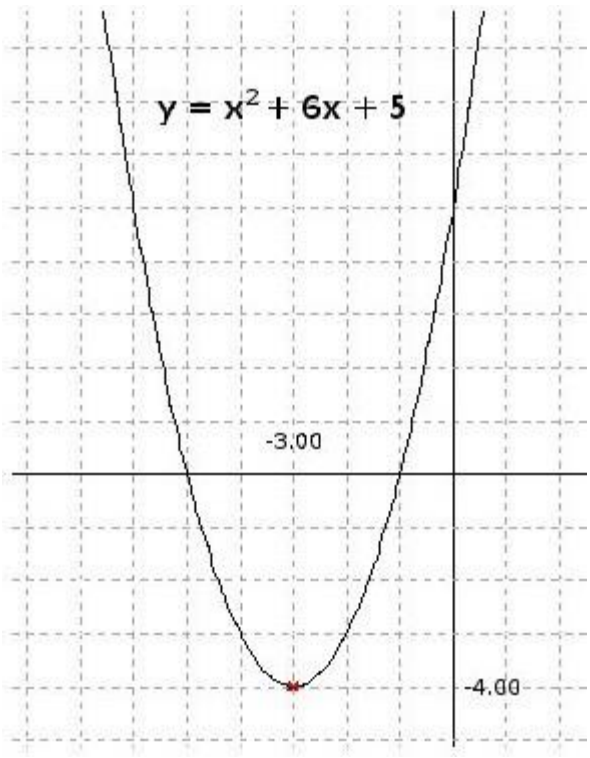
Podemos construir una parábola a partir de estos puntos:

a) Vértice

$$x_0 = \frac{-b}{2a} \quad y_0 = f\left(\frac{-b}{2a}\right) \quad V\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$$

En la imagen siguiente vemos la gráfica de la parábola $y = x^2 + 6x + 5$, cuyo vértice es:

$X_0 = \frac{-6}{2.1} = -3$, $y_0 = f(-3) = (-3)^2 + 6.(-3) + 5 = -4$



Por este punto pasa el eje de simetría de la parábola.

La ecuación del eje de simetría es:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

b) Puntos de corte con el eje OX.

En el eje de abscisas la segunda coordenada es cero, por lo que tendremos:

$ax^2 + bx + c = 0$

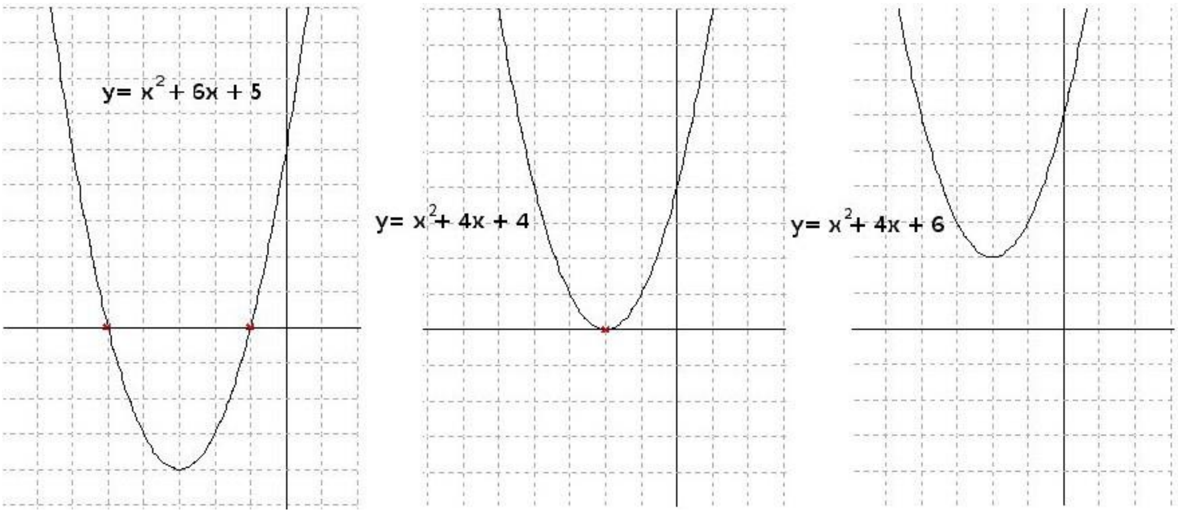
Resolviendo la ecuación podemos obtener:

Dos puntos de corte: (x1, 0) y (x2, 0) si $b^2 - 4ac > 0$

Un punto de corte: (x1, 0) si $b^2 - 4ac = 0$

Ningún punto de corte si $b^2 - 4ac < 0$

En la siguiente imagen vemos un ejemplo de cada una de estas tres situaciones.



Observa que:

- $6^2 – 4.1.5 = 36 – 20 = 16$ **f** 0
- $4^2 – 4.1.4 = 16 – 16 = 0$
- $4^2 – 4.1.6 = 16 – 24 = - 8$p 0

c) Punto de corte con el eje OY.

En el eje de ordenadas la primera coordenada es cero, por lo que tendremos:

$f(0) = a\cdot 0^2 + b\cdot 0 + c = c$ (0,c)

1.3. Ejemplo

Representar la función **$f(x) = x^2 - 4x + 3$**

1. Vértice

$x_v = -(-4) / 2 = 2$ $y_v = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$

V (2, -1)

2. Puntos de corte con el eje OX.

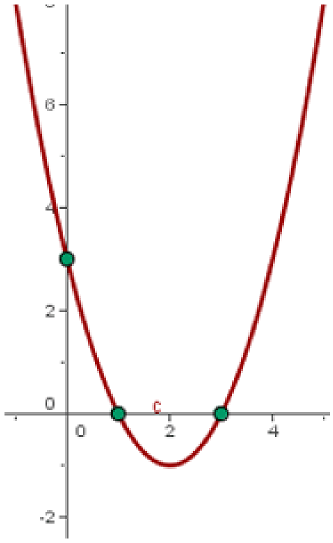
$x^2 - 4x + 3 = 0$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{3} = \frac{4 \pm 2}{3} \quad \begin{matrix} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \end{matrix}$$

(3, 0) (1, 0)

3. Punto de corte con el eje OY.

(0, 3)



Actividad 1

1. Dadas las siguientes funciones cuadráticas, determina el vértice de la gráfica asociada, sus puntos de corte con los ejes OX y represéntalas gráficamente:

a) $f(x) = x^2 + x - 6$ **b)** $f(x) = -2x^2 + 6x - 4$ **c)** $f(x) = x^2 - 4$

1.4. Aplicaciones de la función cuadrática.

Podemos encontrar aplicaciones de las funciones cuadráticas en gran cantidad de teorías y estudios, por ejemplo:

- El tiro parabólico : es un ejemplo clásico de aplicación en la física, se trata de estudiar la trayectoria que sigue un objeto lanzado desde un punto situado a ras de tierra hasta que alcanza un objetivo, ubicado más o menos a la misma altitud. En condiciones ideales, de ausencia de rozamiento por el aire y otros factores perturbadores, el objeto describiría una parábola perfecta, cuya ecuación es: $s = v_0.t - \frac{1}{2} g.t^2$; donde **s** es el espacio recorrido, $\boldsymbol{v_0}$ la velocidad inicial, ***t*** el tiempo y ***g*** la aceleración de la gravedad.

- Se utilizan en la ingeniería civil, para la construcción de puentes colgantes que se encuentran suspendidos en uno de los cables amarrados a dos torres.

- El físico italiano Galileo (1564-1642) descubrió la ley que gobierna el movimiento de los cuerpos sobre la superficie de la Tierra: *"La velocidad de caída de los cuerpos no depende de su masa y es directamente proporcional al tiempo"*. Así, si lanzamos un objeto con cierta inclinación hacia arriba la trayectoria seguida es una parábola. Esto es así porque el movimiento de dicho objeto puede descomponerse en dos: uno horizontal y otro vertical.

- Los biólogos utilizan las funciones cuadráticas para estudiar los efectos nutricionales de los organismos, determinando en muchos casos que, una función cuadrática puede servir para estimar el peso que alcanzará un ejemplar de una determinada especie, según el porcentaje de un determinado alimento que se le administre.

- También podemos encontrar parábolas en ciertos fenómenos interesantes de reflexión: del sonido, de ondas electromagnéticas y de la luz, como caso particular de onda electromagnética. Gracias a los estudios acerca de las propiedades de esta curva, podemos construir antenas receptoras de las débiles señales de radio y televisión procedentes de los satélites de comunicación.

Todos estos contenidos los podéis encontrar en http://www.vitutor.net/

Actividad 2

1. En una zona del Caribe, la población del morceguillo pelao depende del grado de humedad, según la función siguiente: $M(x) = -x^2 + 40x + 1200$ **. Donde x viene dado en % de humedad y M(x) en miles de morceguillos.**

- **a) Representa gráficamente la función M(x)**
- **b) Determina el número de morceguillos cuando el grado de humedad es del 10%.**
- **c) ¿Cuál es el grado de humedad con el que la población de morceguillos es mayor.**
- **d) ¿Cuál es el grado de humedad necesario para que la población de morgeguillos desaparezca?**

2. Cambios físicos y químicos

Si doblamos o arrugamos un papel, cambia de aspecto pero sigue siendo papel. Decimos que es un cambio físico. Pero si lo quemamos, al final no queda papel: hay humo y cenizas. Es un cambio químico.

En los cambios físicos, las sustancias mantienen su naturaleza y sus propiedades esenciales, es decir, siguen siendo las mismas sustancias.

En los cambios químicos, las sustancias iniciales se transforman en otras distintas, que tienen propiedades diferentes.

http://www.librosvivos.net/smtc/homeTC.asp?TemaClave=1072

3. Reacción química y ecuaciones químicas

Una **Reacción química** es un proceso en el cual una sustancia (o sustancias) se transforman y se forman una o más sustancias nuevas.
http://www.chem.ox.ac.uk/vrchemistry/LiveChem/transitionmetals_content.html

Las **ecuaciones químicas** son el modo de representar a las reacciones químicas. Por ejemplo el hidrógeno gas (H_2) puede reaccionar con oxígeno gas (O_2) para dar agua (H_20). La ecuación química para esta reacción se escribe:

$$2H_2 + O_2 \longrightarrow 2H_2O$$

El "**+**" se lee como "reacciona con"

La **flecha** significa "produce".

Las fórmulas químicas a la izquierda de la flecha representan las sustancias de partida denominados **reactivos**.

A la derecha de la flecha están las formulas químicas de las sustancias producidas denominadas **productos**.

Los números al lado de las formulas son los **coeficientes** (el coeficiente 1 se omite).
http://www.ucm.es/info/diciex/programas/quimica/pelis/barranitrico.html

4. Estequiometría de la reacción química

Ahora estudiaremos la estequiometría**,** es decir la medición de los elementos).
Las transformaciones que ocurren en una reacción química se rigen por la Ley de la conservación de la masa: Los átomos no se crean ni se destruyen durante una reacción química.

Entonces, el mismo conjunto de átomos está presente antes, durante y después de la reacción. Los cambios que ocurren en una reacción química simplemente consisten en una reordenación de los átomos.

Por lo tanto una ecuación química ha de tener el mismo número de átomos de cada elemento a ambos lados de la flecha. Se dice entonces que la ecuación está ajustada.

$2H_2$	**+**	**O_2**	$\longrightarrow$	**$2H_2O$**
Reactivos				Productos
4átomos de H	y	2átomos de O	=	4átomos de H + 2átomos de O

4.1. Pasos que son necesarios para escribir una reacción ajustada

a) Se determina cuales son los reactivos y los productos.
b) Se escribe una ecuación no ajustada usando las fórmulas de los reactivos y de los productos.
c) Se ajusta la reacción determinando los coeficientes que nos dan números iguales de cada tipo de átomo en cada lado de la flecha de reacción, generalmente números enteros.

<u>Ejemplo 1:</u>
Consideremos la reacción de combustión del metano gaseoso (CH_4) en aire.

Paso a:

Sabemos que en esta reacción se consume (O_2) y produce agua (H_2O) y dióxido de carbono (CO_2). Luego:

los **reactivos** son **CH_4** y **O_2**, y

los **productos** son **H_2O** y **CO_2**

Paso b:

la ecuación química sin ajustar será:

$$CH_4 + O_2 \longrightarrow H_2O + CO_2$$

Paso c:

Ahora contamos los átomos de cada reactivo y de cada producto y los sumamos:

Reactivos		Productos
$CH_4 + 2\,O_2$	$\longrightarrow$	$2\,H_2O + CO_2$
átomos de C: 1	=	átomos de C: 1
átomos de H: 4	≠	átomos de H: 2
átomos de O: 2	≠	átomos de O: 3

Reactivos		Productos
$CH_4 + 2\,O_2$	$\longrightarrow$	$2\,H_2O + CO_2$
átomos de C: 1	=	átomos de C: 1
átomos de H: 4	=	átomos de H: 4
átomos de O: 2	≠	átomos de O: 4

Reactivos		Productos
$CH_4 + 2\,O_2$	$\longrightarrow$	$2\,H_2O + CO_2$
átomos de C: 1	=	átomos de C: 1
átomos de H: 4	=	átomos de H: 4
átomos de O: 4	=	átomos de O: 4

Entonces:

Una molécula de metano reacciona con dos moléculas de oxígeno para producir dos moléculas agua y una molécula de dióxido de carbono.

<u>Ejemplo 2:</u>

$$HCl + Ca \longrightarrow CaCl_2 + H_2$$

1H	**2H**	**Sin ajustar**
1Cl	**2Cl**	**Sin ajustar**
1Ca	**1Ca**	**Ajustada**

$2HCl + Ca \longrightarrow$	$CaCl_2 + H_2$	
2H	2H	Ajustada
2Cl	2Cl	Ajustada
1Ca	1Ca	Ajustada

Ecuación ajustada

$$2HCl + Ca \longrightarrow CaCl_2 + H_2$$

<u>Ejemplo 3:</u>

$C_2H_6 + O_2 \longrightarrow$	$CO_2 + H_2O$	
6H	2H	Sin ajustar
2C	1C	Sin ajustar
2O	3O	Sin ajustar

Ajustar primero la molécula mayor

$C_2H_6 + O_2 \longrightarrow$	$2CO_2 + 3H_2O$	
6H	6H	Ajustada
2C	2C	Ajustada
2O	3O	Sin ajustar

Ahora ajustamos el O.

$C_2H_6 + 3{,}5O_2 \longrightarrow$	$2CO_2 + 3H_2O$	
6H	6H	Ajustada
2C	2C	Ajustada
7O	7O	Ajustada

Multiplicamos por dos:

$$2C_2H_6 + 7O_2 \longrightarrow 4CO_2 + 6H_2O$$

<u>Ejemplo 4:</u>

Descomposición de la urea:

$(NH_2)_2CO + H_2O \longrightarrow$	$NH_3 + CO_2$	
6H	3H	Sin ajustar
2N	1N	Sin ajustar
1C	1C	Ajustada
2O	2O	Ajustada

Para balancear únicamente duplicamos NH_3 y así:

$$(NH_2)_2CO + H_2O \longrightarrow 2NH_3 + CO_2$$

6H	6H	Ajustada
2N	2N	Ajustada
1C	1C	Ajustada
2O	2O	Ajustada

Ejemplo 5:

$$CH_3OH + PCl_5 \longrightarrow CH_3Cl + POCl_3 + H_2O$$

4H	5H	Sin ajustar
1C	1C	Ajustada
1O	2O	Sin ajustar
1P	1P	Ajustada
5Cl	4Cl	Sin ajustar

Necesitamos mas cloro en la derecha:

$$CH_3OH + PCl_5 \rightarrow 2CH_3Cl + POCl_3 + H_2O$$

Se necesita más C en la izquierda, duplicamos CH_3OH.

$$2CH_3OH + PCl_5 \rightarrow 2CH_3Cl + POCl_3 + H_2O$$

ya está ajustada.

http://www.educa.aragob.es/iescarin/depart/fq/qui/gap1.htm

5. Tipos de reacciones químicas

Tipos	Definición	Ejemplo
Adición	Dos o más reactivos se combinan para formar un producto	$CH_2{=}CH_2 + Br_2 \rightarrow BrCH_2CH_2Br$
Desplazamiento	Un elemento desplaza a otro en un compuesto	$H_3O^+ + OH^- \rightarrow 2H_2O$
Descomposición	Un reactivo se rompe para formar dos o más productos. Puede ser o no redox	$2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O + O_2$
Iónicas	Una sustancia iónica se disuelve en agua, puede disociarse en iones	$H^+ + Cl^- + Na^+ + OH^- \rightarrow H_2O + Na^+ + Cl^-$
Metatesis	Dos reactivos se entremezclan	$2HCl + Na_2S \rightarrow H_2S(g) + 2NaCl$
Precipitación	Uno o más reactivos al combinarse genera un producto que es insoluble.	$AgNO_3 + NaCl \rightarrow AgCl(s) + NaNO_3$
Redox	Los reactivos intercambian electrones	$SO_2 + H_2O \rightarrow H_2SO_3$
Dismutación	Los reactivos generan compuestos donde un elemento tiene dos estados de oxidación	$12OH^- + 6Br_2 \rightarrow BrO_3^- + 10Br^- + 6H_2O$
Substitución	Se sustituye uno de los reactivos por alguno de los componentes del otro reactivo.	$CH_4 + Cl_2 \rightarrow CH_3Cl + HCl$

Actividad 3

De las siguientes ecuaciones químicas, clasifícalas atendiendo a los criterios anteriormente vistos.

a) **$Al(OH)_3 + 3HNO_3 \rightarrow Al(NO_3) + 3H_2O$**

b) **$2Ag_2O \rightarrow 4Ag + O_2$**

c) **$2Li + Cl_2 \rightarrow 2LiCl$**

d) **$Zn + HgSO_4 \rightarrow ZNSO_4 + Hg$**

e) **$2NaCl + H_2SO_4 \rightarrow 2HCl(g) + Na_2SO_4$**

f) **$CaO + H_2O \rightarrow Ca(OH)$**

g) **$BaCl_2 + K_2CO_3 \rightarrow 2KCl + BaCO_3$ (Precipita)**

h) **$H_2 + CuO \rightarrow Cu + H_2O$**

6. Estado físico de reactivos y productos

El estado físico de los reactivos y de los productos puede indicarse mediante los símbolos **(g)**, **(l)** y **(s)**, para indicar los estados gaseoso, líquido y sólido, respectivamente.

Por ejemplo:

$$2\,CO(g) + O_2(g) \longrightarrow 2\,CO_2(g)$$

$$2\,HgO(s) \longrightarrow 2\,Hg(l) + O_2(g)$$

Para describir lo que sucede cuando se agrega cloruro de sodio (**NaCl**) al agua, se escribe:

$$NaCl(s) \xrightarrow{H_2O} NaCl(ac)$$

donde ***ac*** significa disolución acuosa. Al escribir **H_2O** sobre la flecha se indica el proceso físico de disolver una sustancia en agua, aunque algunas veces no se pone, para simplificar.

El conocimiento del estado físico de los reactivos y productos es muy útil en el laboratorio, Por ejemplo, cuando reaccionan el bromuro de potasio (**KBr**) y el nitrato de plata (**$AgNO_3$**) en medio acuoso se forma un sólido, el bromuro de plata (**AgBr**).

$$KBr(ac) + AgNO_3(ac) \longrightarrow KNO_3(ac) + AgBr(s)$$

Si no se indican los estados físicos de los reactivos y productos, una persona no informada podría tratar de realizar la reacción al mezclar **KBr** sólido con **$AgNO_3$** sólido, que reaccionan muy lentamente o no reaccionan.

7. Ajustando ecuaciones. Algunos ejemplos

Cuando hablamos de una ecuación "ajustada", queremos decir que debe haber el mismo número y tipo de átomos en los reactivos que en los productos.

En la siguiente reacción, observar que hay el mismo número de cada tipo de átomos a cada lado de la reacción.

$$\_\_\_\ Mn(CO)_5 + \_\_\_\ O_2 \longrightarrow \_\_\_\ MnO_2 + \_\_\_\ CO_2$$

$$2\ Mn(CO)_5 + 7\ O_2 \longrightarrow 2\ MnO_2 + 10\ CO_2$$

Ejemplo 1:

Ajustar la siguiente ecuación. ¿Cuál es la suma de los coeficientes de los reactivos y productos?

$$\_\_\_\ Mg_3B_2 + \_\_\_\ H_2O \longrightarrow \_\_\_\ Mg(OH)_2 + \_\_\_\ B_2H_6$$

1) Encontrar los coeficientes para ajustar la ecuación. Suele ser más fácil si se toma una sustancia compleja, en este caso Mg_3B_2, y ajustar todos los elementos a la vez. Hay 3 átomos de Mg a la izquierda y 1 a la derecha, luego se pone un coeficiente 3 al Mg $(OH)_2$ a la derecha para ajustar los átomos de Mg.

$$\_1\_\ Mg_3B_2 + \_\_\_\ H_2O \longrightarrow \_3\_\ Mg(OH)_2 + \_\_\_\ B_2H_6$$

2) Ahora se hace lo mismo para el B. Hay 2 átomos de B a la izquierda y 2 a la derecha, luego se pone 1 como coeficiente al B_2H_6 a la derecha para ajustar los átomos de B.

$$\_1\_\ Mg_3B_2 + \_\_\_\ H_2O \longrightarrow \_3\_\ Mg(OH)_2 + \_1\_\ B_2H_6$$

3) Ajustar el O. Debido a los coeficientes que acabamos de poner, hay 6 átomos de O en el Mg $(OH)_2$ dando un total de 6 átomos de O a la izquierda. Por tanto, el coeficiente para el H_2O a la izquierda será 6 para ajustar la ecuación.

$$\_1\_\ Mg_3B_2 + \_6\_\ H_2O \longrightarrow \_3\_\ Mg(OH)_2 + \_1\_\ B_2H_6$$

4) En este caso, el número de átomos de H resulta calculado en este primer intento. En otros casos, puede ser necesario volver al prime paso para encontrar otro coeficiente.

Por tanto, la suma de los coeficientes de los reactivos y productos es:

$1 + 6 + 3 + 1 = 11$

<u>Ejemplo 2: *Ajustando Ecuaciones - Combustión de compuestos Orgánicos*</u>

Ajustar la siguiente ecuación y calcular la suma de los coeficientes de los reactivos.

___ $C_8H_8O_2$ + ___ O_2 ⟶ ___ CO_2 + ___ H_2O

1) Encontrar los coeficientes para ajustar la ecuación. Se hace frecuentemente más fácil si se elige una sustancia compleja, en este caso $C_8H_8O_2$, asumiendo que tiene de coeficiente 1, y se ajustan todos los elementos a la vez. Hay 8 átomos de C a la izquierda, luego se pone de coeficiente al CO_2 8 a la derecha, para ajustar el C.

_1_ $C_8H_8O_2$ + ___ O_2 ⟶ _8_ CO_2 + ___ H_2O

2) Ahora se hace lo mismo para el H. Hay 8 átomos de H a la izquierda, luego se pone como coeficiente al H_2O 4 en la derecha, para ajustar el H.

_1_ $C_8H_8O_2$ + ___ O_2 ⟶ _8_ CO_2 + _4_ H_2O

3) El último elemento que tenemos que ajustar es el O. Debido a los coeficientes que acabamos de poner a la derecha de la ecuación, hay 16 átomos de O en el CO_2 y 4 átomos de O en el H_2O, dando un total de 20 átomos de O a la derecha (productos). Por tanto, podemos ajustar la ecuación poniendo el coeficiente 9 al O_2 al lado izquierdo de la ecuación.

_1_ $C_8H_8O_2$ + _9_ O_2 ⟶ _8_ CO_2 + _4_ H_2O

4) Recordar siempre contar el número y tipo de átomos a cada lado de la ecuación, para evitar cualquier error. En este caso, hay el mismo número de átomos de C, H, y O en los reactivos y en los productos: 8 C, 8 H, y 20 O.

5) Como la cuestión pregunta por la suma de los coeficientes de los reactivos, la respuesta correcta es:

1 + 9 = 10

<u>Ejemplo 3</u>

Ajustar la siguiente ecuación. ¿Cuál es la suma de los coeficientes de los reactivos y los productos?

HCl + _____ Al_2O_3 → _____ $AlCl_3$ + _____ H_2O

1) Encontrar los coeficientes para ajustar la ecuación. Esto es frecuentemente más simple si se parte de una sustancia compleja, en este caso Al_2O_3. Hay 2 átomos de aluminio a la izquierda y 1 a la derecha, de modo que se pone un coeficiente 2 a la derecha de $AlCl_3$ para ajustar los átomos de Al.

$$HCl + \_\_\_\_ Al_2O_3 \rightarrow 2\ AlCl_3 + \_\_\_\_ H_2O$$

2) Ahora se hace lo mismo para el cloro. Hay un átomo de Cl a la izquierda y 6 a la derecha, de modo que se pone un coeficiente 6 al HCl a la izquierda para ajustar los átomos de cloro.

$$6\ HCl + \_\_\_\_ Al_2O_3 \rightarrow 2\ AlCl_3 + \_\_\_\_ H_2O$$

3) Ajuste de hidrógeno. Debido a los coeficientes que acabamos de poner, hay 6 átomos de H en el HCl dándonos 2 átomos de H a la derecha. Por tanto, nuestro coeficiente, a la derecha, para el H_2O debe de ser 3 para ajustar la ecuación.

$$6\ HCl + \_\_\_\_ Al_2O_3 \rightarrow 2\ AlCl_3 + 3\ H_2O$$

4) En este caso, el número de átomos de oxígeno ha sido calculado al primer intento. En otros casos, puede ser necesario volver a la primera etapa y encontrar otros coeficientes.

$$6\ HCl + \quad Al_2O_3 \rightarrow \quad 2\ AlCl_3 + \quad 3\ H_2O$$

Como resultado, la suma de los coeficientes de los reactivos y productos es:

6 + 1 + 2 + 3 = 12

Actividad 4

La dimetil hidrazina, $(CH_3)_2NNH_2$, se usó como combustible en el descenso de la nave Apolo a la superficie lunar, con N_2O_4 como oxidante. Considerar la siguiente reacción sin ajustar y calcular la suma de los coeficientes de reactivos y productos.

$$\_\_\_ (CH_3)_2NNH_2 + \_\_\_ N_2O_4 \longrightarrow \_\_\_ CO_2 + \_\_\_ H_2O + \_\_\_ N_2$$

Actividad 5

El cloro se obtiene industrialmente mediante la descomposición electrolítica del agua del mar, según la reacción:

$$\_\_\_\_ NaCl + \_\_\_\_ H_2O \rightarrow \_\_\_\_ NaOH + \_\_\_\_ Cl_2 + \_\_\_\_ H_2$$

Está sin ajustar, ajústala.

Actividad 6

Ajusta la siguiente ecuación química en la que interviene el amoniaco.

$$NH_3\,(g) + O_2 \rightarrow NO_2\,(g) + H_2O\,(l)$$

7.1. Información derivada de las ecuaciones ajustadas

Cuando se ha ajustado una ecuación, los coeficientes representan el número de cada elemento en los reactivos y en los productos. También representan el número de moléculas de reactivos y productos.

En la siguiente reacción, el carbonilo del metal, $Mn(CO)_5$, sufre una reacción de oxidación. Observar que el número de cada tipo de átomos es el mismo a cada lado de la reacción.

En esta reacción, 2 moléculas de $Mn(CO)_5$ reaccionan con 2 moléculas de O_2 para dar 2 moléculas de MnO_2 y 5 moléculas de CO_2.

8. Relaciones estequiométricas

Además de conocer el número de moléculas de cada sustancia que reaccionan o se producen en el transcurso de la reacción química, es posible establecer otras interpretaciones cuantitativas a partir de la ecuación ajustada.

$$N_2 \quad + \quad 3H_2 \longrightarrow 2\,NH_3$$

Esos mismos coeficientes también representan el número de moles en la reacción.

Así, considerando que el mol es la magnitud del Sistema Internacional para expresar cantidad de materia , y que **1 mol de cualquier sustancia equivale a 6,022 · 10^{23} (este número se conoce como número de Avogadro) partículas de la misma**, podemos escribir, observando los coeficientes estequiométricos, la siguiente interpretación cuantitativa: Pero todavía queda una relación más por obtener, la relación de estequiometría en masa , quizás la más importante, pues

permite realizar cálculos de cantidades reaccionantes o producidas en los procesos tanto de laboratorio como industriales. Pero para obtener esta última relación es preciso calcular previamente la masa molecular de cada sustancia. Veamos cómo:

Obtenemos los valores de las masas atómicas (A) de cada uno de los elementos, de la tabla periódica y multiplicamos dicho valor por el nº de átomos que hay en la fórmula posteriormente sumaremos todos esos resultados y obtendremos la Masa Molar de la sustancia.

http://web.educastur.princast.es/proyectos/fisquiweb/Apuntes/Apuntes3/Mol.doc

Ejemplo 1.

Conociendo las siguientes masas atómicas:

(uma, significa, unidades de masa atómica, coincide con el valor en gramos por un mol de átomos o de moléculas en caso de un compuesto, llamado masa molar).

H = 1 uma

S = 32 uma

Na = 23 uma

Ca = 40 uma

O = 16 uma

Al = 27 uma

Fe = 56 uma

C = 12 uma

Hallar las masas moleculares de:

a) H_2O.

Hay dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno. Por tanto, habrá que sumar la masa de cada átomo de hidrógeno (1 + 1) a la del oxigeno (16). En total serán 18 unidades de masa atómicas. La masa molar es la masa de un mol de moléculas de H_2O = 18 g

b) $Al_2(SO_4)_3$.

2 átomos de aluminio: 27 · 2 = 54

3 átomos de azufre: 32 · 3 = 96

12 átomos de oxígeno: 12 · 16 = 184

Masa molecular: 54 + 96 + 184 = 342 uma

Masa molar: 342 g

c) CH_4

12 + 4 = 16

Masa molecular = 16 uma

Masa molar = 16g

d) $CaCO_3$

40 + 12 + (3· 16) = 100

Masa molecular = 100 uma

Masa molar = 100 g

e) H_2SO_4

(2 · 1) + 32 + (16 · 4) = 98

Masa molecular = 98 uma

Masa molar = 98 g

f) NaOH

23 + 16 + 1 = 40

Masa molecular = 40 uma

Masa molar = 40 g

g) SO_2

$32 + (2 \cdot 16) = 64$

Masa molecular = 64 uma

Masa molar = 64 g

h) Fe_2O_3

$(2 \cdot 56) + (3 \cdot 16) = 160$

Masa molecular = 160 uma

Masa molar = 160 g

Nota: el valor de la masa molar siempre hace referencia a la masa de un mol.

Actividad 7

Responde a las siguientes cuestiones:

a) **¿Cuántas moléculas de ácido sulfúrico (H_2SO_4) hay en 5 moles de dicho compuesto?**
b) **¿Cuántas moléculas de NaOH hay en 4 moles de dicho compuesto?**
c) **¿Cuántas moléculas de SO_2 hay en 3 moles de dicho compuesto?**
d) **¿Cuántas moléculas de $CaCO_3$ hay en 2 moles de compuesto?**
e) **¿Cuántas moléculas de Fe_2O_3 hay en 5 moles de dicho compuesto?**

Actividad 8

Calcula:

a) **La masa de una molécula de H_2SO_4 en gramos.**
b) **La masa de una molécula de NaOH en gramos.**
c) **La masa de una molécula de SO_2 en gramos.**
d) **La masa de una molécula de $CaCO_3$ en gramos.**
e) **La masa de una molécula de Fe_2O_3 en gramos.**

Actividad 9

Calcula:

a) **¿Cuántos moles de H_2SO_4 hay en 200 gramos de dicha sustancia?**

b) **¿Cuántos moles de NaOH hay en 80 gramos de dicha sustancia?**

c) **¿Cuántos moles de SO_2 hay en 180 gramos de dicha sustancia?**

d) **¿Cuántos moles de $CaCO_3$ hay en 300 gramos de dicha sustancia?**

e) **¿Cuántos moles de Fe_2O_3 hay en 270 gramos de dicha sustancia?**

Ejemplo 2

NH_3

Masas atómicas (N=14; H=1)

N $\longrightarrow$ 1 átomo de N x 14 que es su masa atómica =14

H $\longrightarrow$ 3 átomos de H x 1 que es su masa atómica= 3

(Un mol de NH_3 tiene una masa de 17gr)

14 +3 = 17gr/mol

(En 17gr de NH_3 hay $6{,}02.10^{23}$ moléculas de NH_3)

Actividad 10

¿Cuántos moles de metano, CH_4, hay en 180 gramos de dicha sustancia?

Masa molar: 16 g.

Actividad 11

Fijándote en los resultados de los ejemplos anteriores resuelve:

a) **¿Cuántas moléculas de H_2SO_4 hay en 200 gramos?**

b) **¿Cuántas moléculas de NaOH hay en 80 gramos?**

c) **¿Cuántas moléculas de CH_4 hay en 180 gramos?**

d) **¿Cuántas moléculas de SO_2 hay en 130 gramos?**

e) **¿Cuántas moléculas de $CaCO_3$ hay en 300 gramos?**

f) **¿Cuántas moléculas de Fe_2O_3 hay en 270 gramos?**

8.1. Ley de Conservación de la Masa o Ley de Lavoisier

Observa como si sumamos la masa total calculada para los reactivos y la calculada para los productos, obtenemos el mismo resultado:

$$N_2 \quad + \quad 3H_2 \longrightarrow 2NH_3$$

28gr 3x2=6gr 2x17= 34gr

Suma reactivos 34gr Productos 34gr

Este hecho, que no es más que la constatación que se cumple la Ley de Conservación de la Masa o Ley de Lavoisier (la masa de los reactivos es igual a la masa de los productos), puede servirte para comprobar si has realizado bien los cálculos a la hora de obtener la relación de estequiometría en masa.

Actividad 12

¿Qué frase es falsa en relación con la siguiente reacción ajustada?

(Pesos Atómicos: C = 12.01, H = 1.008, O = 16.00).

$$CH_4 + 2\,O_2 \longrightarrow CO_2 + 2\,H_2O$$

a) **La reacción de 16,0g de CH_4 da 2 moles de agua.**
b) **La reacción de 16,0 g de CH_4 da 36,0 g de agua.**
c) **La reacción de 32,0 g de O_2 da 44,0 g de CO_2.**
d) **Una molécula de CH_4 requiere 2 moléculas de oxígeno.**
e) **Un mol de CH_4 da 44.0 g de CO_2.**

Actividad 13

Al reaccionar metano con oxígeno se produce dióxido de carbono y agua. Teniendo en cuenta que todas las sustancias se encuentran en las mismas condiciones de presión y temperatura, escribe y ajusta la ecuación química correspondiente a la reacción. A continuación completa la tabla.

	CH_4	O_2	CO_2	H_2O
A			50 l	
B				1 mol
C		200 l		
D	2 moles			

Actividad 14

Calcular los gramos de reactivos y productos que deben emplearse en la reacción química ajustada que se detalla a continuación cuando la reacción química está ajustada. (Comprobar la ley de Lavoisier: masa de los reactivos = masa de productos).

$$NH_3 + O_2 \rightarrow N_2 + H_2O$$

Actividad 15

Sabiendo que el magnesio y el azufre reaccionan de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$Mg + S \rightarrow MgS$$

¿Qué masa de magnesio reaccionará completamente con 32 gramos de azufre?

Actividad 16

Indica cuántos gramos de ácido nítrico, HNO_3, son necesarios para reaccionar completamente con 5 moles de plata, según la reacción química cuya ecuación es:

$$Ag + HNO_3 \rightarrow NO_2 + AgNO_3 + H_2O$$

Casi todos estos contenidos los podéis encontrar en:

www.eis.uva.es/~qgintro/esteq/tutorial-02.html

En esta página encontraras un material complementario muy interesante

http://concurso.cnice.mec.es/cnice2005/35_las_reacciones_quimicas/curso/index.html

9. I + D + i

Investigación, desarrollo e innovación (habitualmente indicado por la expresión I+D+i o I+D+I) es un concepto de reciente aparición, en el contexto de los estudios de ciencia, tecnología y sociedad; como superación del anterior concepto de investigación y desarrollo (I+D). Es el corazón de las tecnologías, de la información y comunicación.

El desarrollo es un concepto que viene del sector económico, y la innovación e investigación vienen de la tecnología y la ciencia.

Mientras que el de desarrollo es un término proveniente del mundo de la economía, los de investigación e innovación provienen respectivamente del mundo de la ciencia y la tecnología, y su variable relación está dentro del contexto de la diferencia entre ciencias puras y aplicadas siendo en cualquiera de los casos un compleja y extensa definición.

Se ha definido la investigación como el hecho invertir capital con objeto de obtener conocimiento, siendo la innovación invertir conocimiento para obtener ese capital, lo que marca muy claramente la ecuación de retorno de ciertas inversiones en investigación que una vez se convierten en innovación reportan grandes beneficios a la parte inversora, siendo los país los principales canales tanto de inversión como de repercusión en el crecimiento.

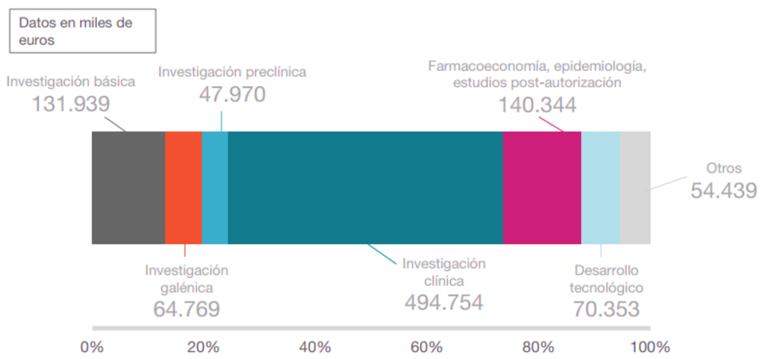
El nivel de potencia en I+D+I en un país se suele medir por el ratio entre el inversión realizada en I+D+I el PIB, Separando claramente la inversión pública y privada en este área.

Casi el total de los países intentan, en la medida de lo posible, incrementar su actividad en I+D+i a través de subvenciones, préstamos bonificados, deducciones, etc, ya que estas inversiones se ven directamente reflejadas en el nivel competitivo del tejido empresarial y productivo de dicho país. Todas estas mejoras se ven repercutidas socialmente en forma de mejora en la calidad de vida, salud, etc.

La secretaría de Estado de investigación, desarrollo e innovación del Ministerio de economía, industria y competitividad ha establecido un PLAN ESTATAL de Investigación Científica y Técnica y de Innovación a partir del 2013. En el diseño y elaboración del mismo, han participado las distintas unidades de la Administración General del Estado, los agentes sociales, los centros públicos de investigación y las universidades, los centros tecnológicos y unidades de interfaz, las asociaciones empresariales, las plataformas tecnológicas existentes y expertos procedentes de la comunidad científica, técnica y empresarial, nacionales e internacionales, y ha contado además con la participación de las Comunidades Autónomas en la definición de los mecanismos de articulación y coordinación establecidos.

- I+D+i INDUSTRIA FARMACEÚTICA:

La elevada cualificación constituye un elemento clave del empleo en I+D de la industria farmacéutica: los titulados superiores (licenciados y doctores) han pasado de ser menos de dos tercios de la plantilla empleada en I+D en 2003 a suponer más de cuatro quintas partes en 2015.

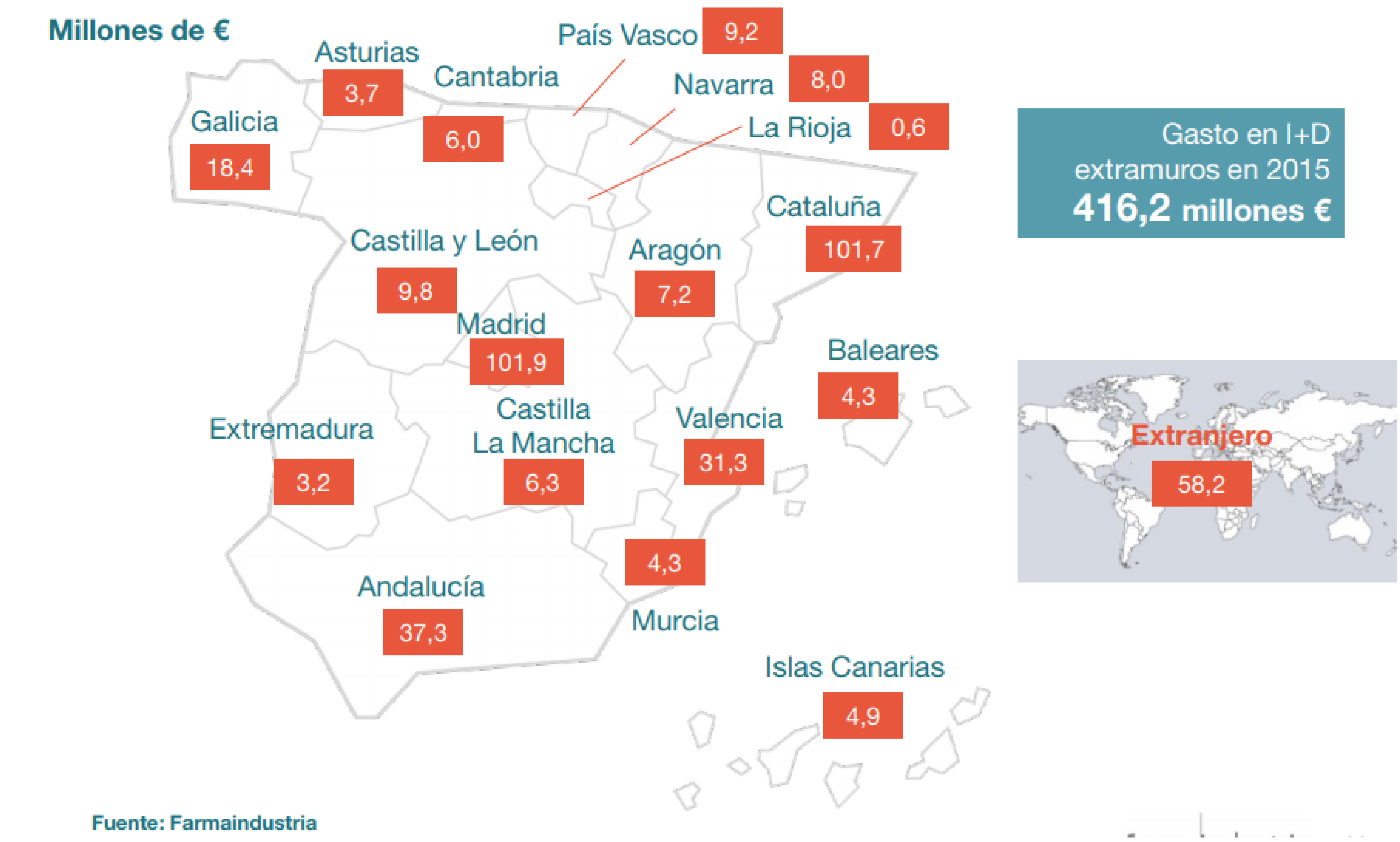


Fuente: Farmaindustria

La industria farmacéutica invirtió 1004 millones de euros en I+D en 2015. La principal partida del gasto (más de 494 millones) fue la dedicada a ensayos clínicos y se invirtieron más de 132 millones de euros en investigación básica.

De los 974 millones de euros invertidos en I+D, el 41% se dedicó a contratos de investigación con hospitales, universidades y centros públicos.

Distribución geográfica del gasto en I+D extramuros (2015)



- I+D+i INDUSTRIA ALIMENTARIA:

La preocupación por la salud que caracteriza la sociedad actual ha llevado a la industria alimentaria –el mayor sector industrial de España, con más del 16% del total de la producción– a lanzarse de lleno en la investigación de ese alimento que proporcione al ciudadano la posibilidad de eludir las enfermedades que tanto teme.

Tradicionalmente, la industria alimentaria española se ha mantenido al margen de la investigación. Sin embargo, desde hace una década, los esfuerzos en I+D+i no dejan de crecer. Un buen ejemplo de ello es el proyecto Senifood, centrado en la investigación industrial de dietas y alimentos con características específicas para las personas mayores. Cuenta con el apoyo del Centro para el Desarrollo Tecnológico Industrial del Ministerio de Ciencia e Innovación (CDTI), y en él colaboran empresas productoras de ingredientes y empresas alimentarias. En total, los socios invertirán 24 millones en tres años.

Otro proyecto es Primer Diana. Seis empresas agroalimentarias y cinco centros de investigación de la Comunidad de Castilla y León se han unido para crear este proyecto, que tiene como objetivo global obtener antioxidantes naturales a partir de diferentes productos agroalimentarios (antioxidantes procedentes de la uva, de los cereales, del café o de las algas) y, a partir de ahí, estudiar el diseño de ingredientes a base de esos antioxidantes para su posterior aplicación en diferentes matrices alimentarias (productos cárnicos, lácteos, piensos para animales, pastas alimentarias, café, harinas, bebida y refrescos).

El crecimiento de la inversión en I+D+i es exponencial, gracias, fundamentalmente, a esa nueva familia de alimentos funcionales, elaborados no sólo por sus características nutricionales sino también para cumplir una función específica de mejora de la salud. Para ello se les agrega desde minerales, vitaminas, ácidos grasos o fibra alimenticia hasta antioxidantes.

Existe, no obstante, una preocupación creciente desde finales del siglo pasado por parte de la comunidad científica tanto por las propiedades atribuidas a este tipo de alimentos como por las posibles consecuencias de incorporar determinados nutrientes en un alimento a largo plazo. Otra de las cuestiones a debate es, precisamente, si el refuerzo de los alimentos puede elevar la ingesta de los nutrientes en una cantidad mayor a la esperada. Las autoridades alimentarias y sanitarias de todo el mundo reclaman a los consumidores que el consumo de estos alimentos sea parte de una dieta equilibrada, y en ningún caso como un sustituto de ésta.

- I+D+i INDUSTRIA QUÍMICA:

LA INDUSTRIA QUÍMICA BÁSICA se encarga de elaborar productos químicos básicos que emplea como materia prima la industria química en general, de manera que estos compuestos básicos son transformados en otros productos químicos. Este subsector abarca un amplio abanico de productos de muy diferente naturaleza química y aplicaciones diversas.

Es importante subrayar que la heterogeneidad de la química española, generadora de miles de productos diferenciados que se hallan tanto al inicio de la cadena de valor de la práctica totalidad de los sectores (petroquímica, materias primas plásticas, gases industriales, agroquímica…) como directamente en mercados de consumo (farmaquímica, detergencia, cosmética, pinturas…), nos permite mantener una visión privilegiada, permitiendo orientar con mayor nitidez las líneas de investigación básica, la innovación aplicada y el desarrollo tecnológico.

En diversos estudios con vista al futuro se pone de relieve que el sector químico será la industria manufacturera que mayor crecimiento experimente desde nuestros días hasta el año 2030. La causa de esta notable proyección se encuentra, esencialmente, en la capacidad innovadora que la química presenta y su intervención en toda la actividad productiva para ofrecer respuestas adecuadas tanto a las necesidades esenciales, como la salud, la alimentación o la disponibilidad de energía y agua, como a los sectores más avanzados, como la ingeniería, el transporte, la edificación o las telecomunicaciones. Es decir, la química tendrá que proveer de medicamentos que sigan incrementando la esperanza y calidad de vida, de productos agroquímicos que multipliquen el rendimiento de los cultivos, de tecnologías para aumentar la producción y el consumo eficientes de agua y energía, de materiales y productos que mejoren el rendimiento y la sostenibilidad de todos los medios de transporte, de materiales innovadores y tecnologías que permitan desarrollar ciudades inteligentes, de nuevos soportes para almacenamiento y transmisión de datos.

Por lo que respecta al ámbito específico exclusivo de la innovación, las decisiones de inversión pertenecen a las empresas. En España, en concreto, el químico ha sido uno de los sectores más activos en este sentido, y de hecho es hoy el que más recursos destina la I+D+i, acumulando en sus empresas el 20% de las inversiones y el 24% de los investigadores del conjunto de la industria nacional.

Con el objetivo de propiciar la actividad innovadora de las empresas y con ello incrementar la participación de las empresas implantadas en España en el crecimiento previsto de la demanda global de productos químicos, se creó la Plataforma Tecnológica de Química Sostenible-SusChem España. Integrada por todos los agentes del sistema ciencia-tecnología-innovación relacionados con la química, SusChem España ha propiciado la cooperación entre empresas y centros públicos y privados de investigación, esencialmente en áreas tan relevantes para nuestro futuro como son la nanotecnología y los nuevos materiales, la biotecnología industrial, el diseño de nuevos procesos y la economía circular (alta eficiencia en el consumo de recursos), todo ello bajo el prisma de la sostenibilidad.

las diferentes tendencias y necesidades de la I+D+i en el campo de la química en España, a medio y largo plazo, será ofrecer soluciones para incrementar la eficiencia y el almacenamiento energéticos, el rendimiento de las celdas fotovoltaicas, la producción de hidrógeno, el desarrollo de tecnologías de transporte económicamente viables, el uso de materias primas renovables, o el diseño de reacciones y procesos ecoeficientes, entre muchas otras.

I+D+i INDUSTRIA ENERGÉTICA:

El Plan Estratégico de Tecnologías Energéticas (SET Plan) es la referencia de las políticas en tecnologías energéticas en la Unión Europea.
SET Plan es la planificación estratégica común para desarrollar una cartera de tecnologías menos costosas, más eficientes y más limpias, de baja emisión de carbono, a través de la investigación coordinada a nivel europeo. Europa está comprometida en la creación de la Unión de la Energía, que tiene como objetivos contribuir al crecimiento económico, mejorar la seguridad energética de Europa y luchar contra el cambio climático. La Unión de la Energía debe construirse en base a la transformación del sistema energético europeo atendiendo a criterios de eficiencia económica y reducción de costes. Para ello, es necesaria una transición hacia sistemas de abastecimiento energético más inteligentes, más flexibles, más sostenibles, más descentralizados, más integrados, más seguros y competitivos. Es necesario que tanto productores como distribuidores innoven en la forma en que se produce, transporta, se suministra y se prestan servicios a los consumidores. Esta transformación colocará a los consumidores como centro del sistema y es clave para el desarrollo de la competitividad de la industria europea.

De acuerdo con lo anterior, se han identificado las siguientes líneas de acción para llevar a cabo la transformación:

- 4 prioridades principales: energías renovables, un sistema energético más inteligente centrado en el consumidor, eficiencia energética y sistemas de transporte más sostenibles.

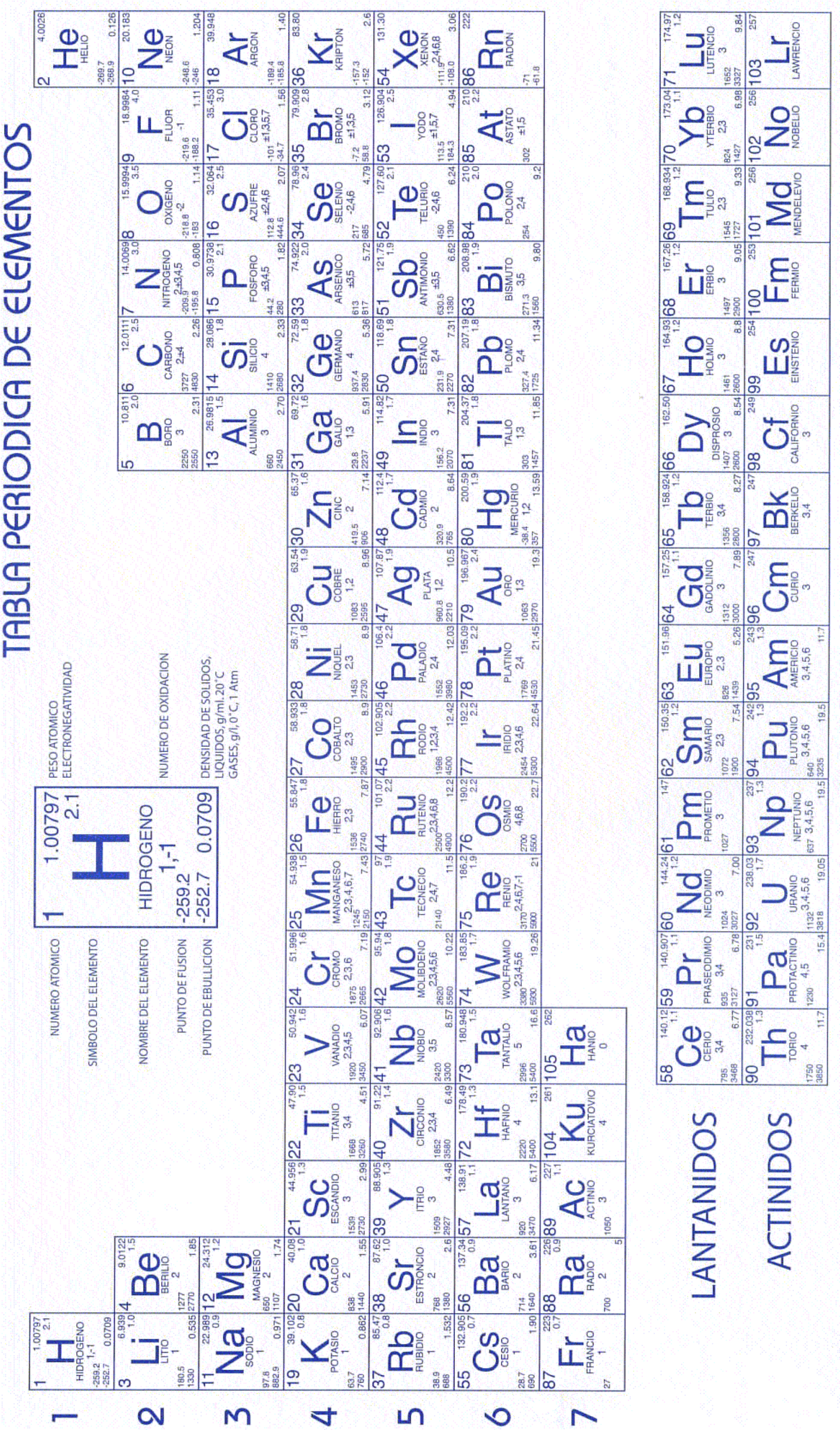


TABLA PERIODICA DE ELEMENTOS
NUMERO ATOMICO
SIMBOLO DEL ELEMENTO
NOMBRE DEL ELEMENTO
PUNTO DE FUSION
PUNTO DE EBULLICION
PESO ATOMICO
ELECTRONEGATIVIDAD
NUMERO DE OXIDACION
DENSIDAD DE SOLIDOS, LIQUIDOS, g/ml 20°C GASES, g/l, 0°C, 1 Atm
LANTANIDOS
ACTINIDOS

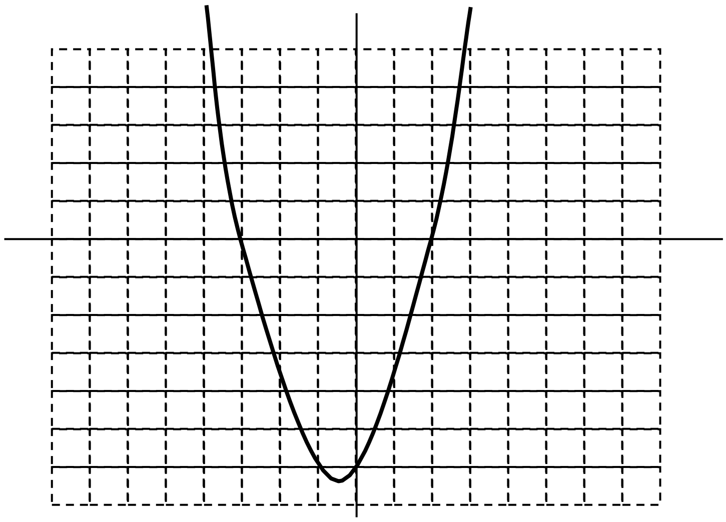
10. Respuestas de las actividades

10.1 Respuestas de la actividad 1

1. a) Vértice = $(-0'5,-6'25)$

Puntos de corte con el eje OX: $(2,0)$, $(-3,0)$

Punto de corte con el eje OY: $(0,-6)$



b) Vértice = $(1'5,0'5)$

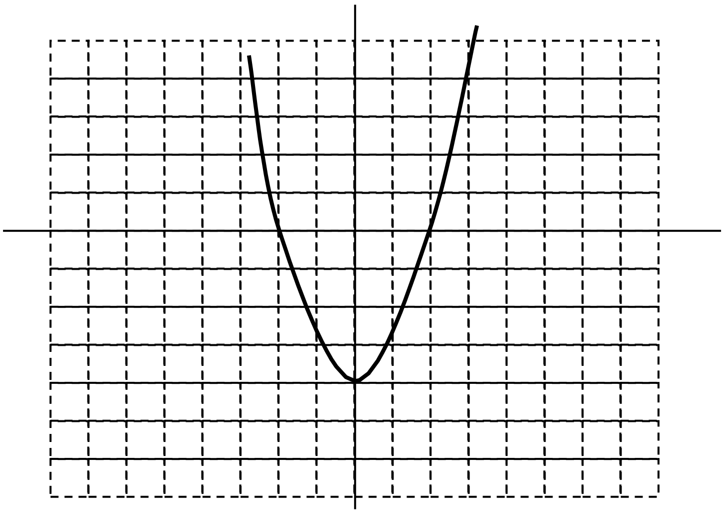
Puntos de corte con el eje OX: $(1,0)$, $(2,0)$

Punto de corte con el eje OY: $(0,-4))$

c) Vértice = $(0,-4)$

Puntos de corte con el eje OX: $(2,0)$, $(-2,0)$

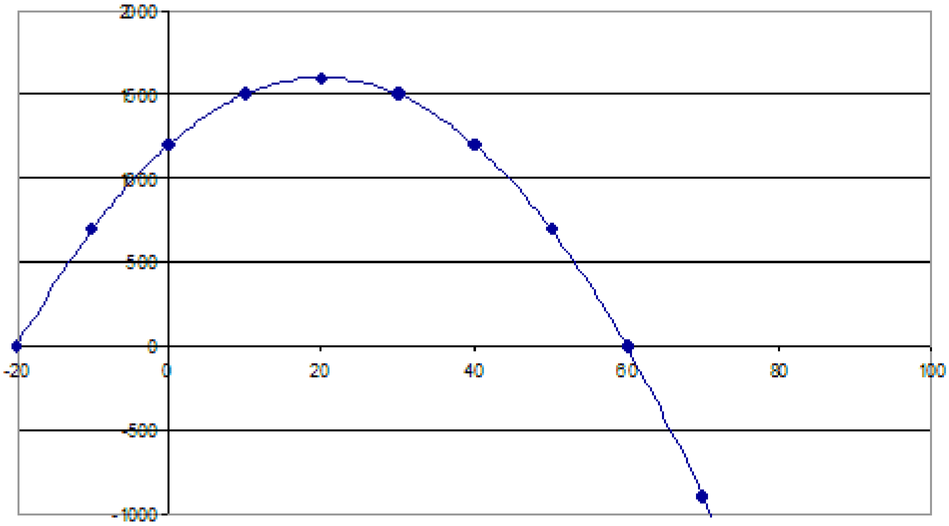
Punto de corte con el eje OY: $(0,-4)$



Volver

10.2 Respuestas de la actividad 2

a)



b) 1.500.000 morceguillos

c) 20%

d) 60%

Volver

10.3 Respuestas de la actividad 3

a) Metátesis o doble desplazamiento.
b) Descomposición.
c) Combinación o adición.
d) Sustitución.
e) Doble desplazamiento o metátesis.
f) Adición o combinación.
g) Precipitación.
h) Sustitución y redox.

10.4 Respuestas de la actividad 4

1) Encontrar los coeficientes para ajustar la ecuación. Esto es con frecuencia más sencillo si se empieza con una sustancia compleja, en este caso $(CH_3)_2NNH_2$, asumiendo que tiene 1 como coeficiente, y se van ajustando los elementos de uno en uno. Hay 2 átomos de C a la izquierda, por lo que se pone un coeficiente de 2 al CO_2 en la derecha para ajustar los átomos de C.

$$\_1\_\ (CH_3)_2NNH_2 + \_\_\_\ N_2O_4 \longrightarrow \_2\_\ CO_2 + \_\_\_\ H_2O + \_\_\_\ N_2$$

2) Ahora, hacer lo mismo para el H. Hay 8 átomos de H a la izquierda, de modo que se pone un coeficiente 4 al H_2O a la derecha para ajustar los átomos de H.

$$\_1\_\ (CH_3)_2NNH_2 + \_\_\_\ N_2O_4 \longrightarrow \_2\_\ CO_2 + \_4\_\ H_2O + \_\_\_\ N_2$$

3) Ajuste del O. Debido a los coeficientes que acabamos de poner, al lado izquierdo de la ecuación hay 4 átomos de O en el N_2O_4 y en el lado derecho hay 8 átomos de O en el H_2O. Por tanto, podemos "ajustar" la los átomos de O en la ecuación poniendo un coeficiente de 2 al N_2O_4 en el lado izquierdo de la ecuación.

$$\_1\_\ (CH_3)_2NNH_2 + \_2\_\ N_2O_4 \longrightarrow \_2\_\ CO_2 + \_4\_\ H_2O + \_\_\_\ N_2$$

4) El último elemento que debe ajustarse es el N. Hay 6 átomos de N en el lado izquierdo y 2 en el lado derecho. Por tanto, podemos "ajustar" la ecuación poniendo

un coeficiente de 3 al N_2 en el lado derecho.

_1_ $(CH_3)_2NNH_2$ + _2_ N_2O_4 → _2_ CO_2 + _4_ H_2O + _3_ N_2

Por tanto, la suma de los coeficientes de los reactivos y productos es:

1 + 2 + 2 + 4 + 3 = 12

10.5 Respuestas de la actividad 5

En la parte izquierda tenemos un solo cloro, a la derecha dos, debemos poner un dos delante de cloruro de sodio.

2 NaCl +_____H_2O →______NaOH +_____Cl_2 +______H_2

Ahora en la parte izquierda se nos quedan dos átomos de sodio, con lo cual debemos poner un 2 delante de la sosa.

2 NaCl +_____H_2O → 2 NaOH +_____Cl_2 +______H_2

El hidrógeno se ajusta colocando un 2 delante de la molécula de agua, así quedarán 4 átomos a cada lado.

2 NaCl + 2 H_2O → 2 NaOH +_____Cl_2 +______H_2

El oxígeno ha quedado ajustado al igual que el cloro molecular y el oxígeno molecular. La reacción ajustada queda:

2 NaCl + 2 H_2O → 2 NaOH + Cl_2 + H_2

10.6 Respuestas de la actividad 6

Aparentemente parece una ecuación sencilla. Debemos empezar a ajustar con el hidrógeno, a la parte izquierda tenemos 3 átomos y a la parte derecha tenemos 2 átomos. Debemos poner un 2 delante del amoniaco y un 3 delante del agua.

$$2\ NH_3\ (g) + O_2 \rightarrow NO_2\ (g) + 3\ H_2O\ (l)$$

De esta forma el nitrógeno queda desajustado. Debemos colocar un 2 delante del NO_2.

$$2\ NH_3\ (g) + O_2 \rightarrow 2\ NO_2\ (g) + 3\ H_2O\ (l)$$

Para ajustar el oxígeno: tenemos dos átomos de oxígeno a la derecha y 7 a la izquierda. Necesitaremos 7 átomos de oxígeno a la derecha, poniendo un 7/2 delante del oxígeno molecular.

$$2\ NH_3\ (g) + 7/2 O_2 \rightarrow 2\ NO_2\ (g) + 3\ H_2O\ (l)$$

Para evitarnos trabajar con fracciones, vamos a multiplicar toda la ecuación por 2 y quedará ya ajustada.

$$\mathbf{4\ NH_3\ (g) + 7\ O_2 \rightarrow 4\ NO_2\ (g) + 6\ H_2O\ (l)}$$

10.7 Respuestas de la actividad 7

Puede resolverse con una simple regla de tres o planteando la fórmula:

Nº DE MOLECULAS = Nº DE MOLES · Nº DE AVOGADRO

Nota: el número de Avogadro ya lo habíamos citado anteriormente: 1 mol de cualquier sustancia equivale a $6,022 \cdot 10^{23}$ (este número se conoce como número de Avogadro) partículas de la misma.

a) Si en un mol hay ………………………………. $6,022 \cdot 10^{23}$ moléculas
En 5 moles habrá ……………………………… X moléculas.
$X = 5 \cdot 6,022 \cdot 10^{23} = 30,1 \cdot 10^{23}$ moléculas

b) Si en un mol hay ………………………………. $6,022 \cdot 10^{23}$ moléculas
En 4 moles habrá ……………………………… X moléculas.
$X = 4 \cdot 6,022 \cdot 10^{23} = 24,08 \cdot 10^{23}$ moléculas

c) Si en un mol hay ………………………………. $6,022 \cdot 10^{23}$ moléculas
En 3 moles habrá ……………………………… X moléculas.
$X = 3 \cdot 6,022 \cdot 10^{23} = 18,06 \cdot 10^{23}$ moléculas

d) Si en un mol hay ………………………………. $6,022 \cdot 10^{23}$ moléculas
En 2 moles habrá ……………………………… X moléculas.

$X = 2 \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} = 12{,}04 \cdot 10^{23}$ moléculas

e) Si en un mol hay ……………………………….. $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas

En 5 moles habrá ……………………………… X moléculas.

$X = 5 \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} = 30{,}1 \cdot 10^{23}$ moléculas

10.8 Respuestas de la actividad 8

Puede resolverse empleando la regla de tres:

a) Si un mol de H_2SO_4 contiene $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas y su masa es de 98 gramos.

La masa de 1 molécula es de……………………………………… X g

$X = 98 / 6{,}022 \cdot 10^{23} = 16,\ 28 \cdot 10^{-23}$ gramos

b) Si un mol de NaOH contiene $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas y su masa es de 98 gramos.

La masa de 1 molécula es de……………………………………… X g

$X = 40 / 6{,}022 \cdot 10^{23} = 6{,}64 \cdot 10^{-23}$ gramos

c) Si un mol de SO_2 contiene $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas y su masa es de 98 gramos.

La masa de 1 molécula es de……………………………………… X g

$X = 64 / 6{,}022 \cdot 10^{23} = 10{,}63 \cdot 10^{-23}$ gramos

d) Si un mol de $CaCO_3$ contiene $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas y su masa es de 98 gramos. La masa de 1 molécula es de……………………………………… X g

$X = 100 / 6{,}022 \cdot 10^{23} = 16{,}61 \cdot 10^{-23}$ gramos

e) Si un mol de Fe_2O_3 contiene $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas y su masa es de 98 gramos.

La masa de 1 molécula es de……………………………………… X g

$X = 160 / 6{,}022 \cdot 10^{23} = 26{,}58 \cdot 10^{-23}$ gramos

10.9 Respuestas de la actividad 9

Nº de moles = masa (g)/ masa molar (g)

a) Si 98 g de sustancia …………………………… Es la masa de 1 mol.

200 g de sustancia …………………………… Serán X moles

X = 200 /98 = 2,04 moles de ácido.

Con la fórmula: X = nº de moles = masa (200 g)/ masa molar (98 g) = 2, 04 moles.

b) Si 40 g de sustancia …………………………… Es la masa de 1 mol.

80 g de sustancia …………………………… Serán X moles

X = 80 /40 = 2, moles de sosa.

Con la fórmula: X = nº de moles = masa (80 g)/ masa molar (40 g) = 2 moles.

c) Si 64 g de sustancia …………………………… Es la masa de 1 mol.

130 g de sustancia …………………………… Serán X moles

X = 130 /64 = 2,03 moles de oxido.

Con la fórmula: X = nº de moles = masa (130 g)/ masa molar (64 g) = 2, 03 moles.

d) Si 100 g de sustancia …………………………… Es la masa de 1 mol.

300 g de sustancia …………………………… Serán X moles

X = 300 /100 = 3 moles de $CaCO_3$.

Con la fórmula: X = nº de moles = masa (300 g)/ masa molar (100 g) = 3 moles.

e) Si 160 g de sustancia …………………………… Es la masa de 1 mol.

270 g de sustancia …………………………… Serán X moles

X = 270 /160 = 1,68 moles de oxido.

Con la fórmula: X = nº de moles = masa (270 g)/ masa molar (160 g) = 1, 68 moles.

10.10 Respuestas de la actividad 10

Si 16 g de sustancia______________es la masa de 1 mol

180 g de sustancia _______________serán X moles

X = 180 / 16 = 11, 25 moles de CH_4

Con la formula:

X = nº moles = masa (180 g) / masa molar (16g) = 11, 25 moles

10.11 Respuestas de la actividad 11

Para resolver estas cuestiones:

- Hay que hallar primero los moles de cada sustancia que hay en los gramos que se indican.
- Como esto está resuelto en ejercicios anteriores, nos fijamos de ello y continuamos.
- También se puede resolver por regla de tres.

a) En 200 g de H_2SO_4 había 2, 04 moles. Como en cada mol hay $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas:

1 mol contiene …………………………………….. $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas

2, 04 moles …………………………………... X moléculas

$X = 2,04 \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} = 12,28 \cdot 10^{23}$ moléculas.

b) En 80 de NaOH había 2 moles. Como en cada mol hay $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas:

1 mol contiene …………………………………….. $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas

2 moles …………………………………... X moléculas

$X = 2 \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} = 12{,}04 \cdot 10^{23}$ moléculas.

c) En 180 g de CH_4 había 11,25 moles. Como en cada mol hay $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas:

1 mol contiene …………………………………….. $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas

11, 25 moles …………………………………... X moléculas

$X = 11{,}25 \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} = 67{,}72 \cdot 10^{23}$ moléculas.

d) En 130 g de SO_2 había 2, 03 moles. Como en cada mol hay $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas:

1 mol contiene …………………………………….. $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas

2, 03 moles ……………………………………... X moléculas

$X = 2,03 \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} = 12,2 \cdot 10^{23}$ moléculas.

e) En 300 g de H_2SO_4 había 3 moles. Como en cada mol hay $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas:

1 mol contiene …………………………………….. $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas

3 moles ……………………………………... X moléculas

$X = 3 \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} = 18{,}06 \cdot 10^{23}$ moléculas.

f) En 270 g de Fe_2O_3 había 1, 68 moles. Como en cada mol hay $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas:

1 mol contiene …………………………………….. $6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas

1,68 moles ……………………………………... X moléculas

$X = 1{,}68 \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} = 10{,}11 \cdot 10^{23}$ moléculas.

10.12 Respuestas de la actividad 12

a) **VERDADERA:** Un mol de CH_4 da 2 moles de agua. Un mol de CH_4 = 16,0 g.

b) **VERDADERA:** Un mol de CH_4 da 2 moles de agua. Un mol de CH_4 = 16,0 g, y un mol de agua = 18,0 g.

c) **FALSA:** 2 moles de O_2 dan 1 mol de CO_2. 2 moles de O_2 = 64,0 g, pero 1 mol de CO_2 = 44,0 g.

d) **VERDADERA:** Un mol de moléculas de CH_4 reacciona con 2 moles de moléculas de oxígeno (O_2), de modo que una molécula de CH_4 reacciona con 1 molécula de oxígeno.

e) **VERDADERA:** Un mol de CH_4 da 1 mol de CO_2. Un mol de CH_4 = 16.0 g, y un mol de CO_2 = 44.0 g.

10.13 Respuestas de la actividad 13

Primero escribamos la ecuación química:

$$CH_4 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$$

A continuación la ajustamos:

$$CH_4 + 2\ O_2 \rightarrow CO_2 + 2\ H_2O$$

A.- Si se forman 50 litros de CO_2 tendremos también 50 litros de metano, ya que también hay solo un mol y 100 litros de O_2 y de H_2O ya que son dos moles de cada y por tanto el doble de CO_2.

Podemos calcularlo con la siguiente expresión:

$$\frac{1\ mol\ de\ CO_2}{1\ mol\ de\ CH_4} = \frac{50\ litros\ de\ CO_2}{X\ litros\ de\ CH_4} \qquad X = \frac{50}{1} = 50\ litros\ de\ CH_4$$

$$\frac{1\ mol\ de\ CO_2}{2\ moles\ de\ O_2} = \frac{50\ litros\ de\ CO_2}{X\ litros\ de\ O_2} \qquad X = 50 \cdot 2 = 100\ litros\ de\ O_2$$

Como la proporción de oxígeno y agua es la misma, también habrá 100 litros de agua.

B.- Si hubiera un mol de agua (que es la mitad del valor del coeficiente con la reacción ajustada) Tendríamos también la mitad de cada reactivo y producto. Por tanto: 0,5 moles de CH_4, 1 mol de O_2 y 0,5 moles de CO_2.

C.- Si tenemos 200 litros de oxígeno obtendríamos la misma cantidad de agua (200 l) y la mitad de CO_2 a partir de la mitad de CH_4:

$$\frac{1\ mol\ de\ O_2}{1\ mol\ de\ CO_2} = \frac{200\ litros\ de\ O_2}{X\ litros\ de\ CO_2} \qquad X = \frac{200}{2} = 100\ litros\ de\ CO_2$$

$$\frac{2\ moles\ de\ O_2}{1\ mol\ de\ CH_4} = \frac{200\ litros\ de\ O_2}{X\ litros\ de\ CH_4} \qquad X = \frac{200}{2} = 100\ litros\ de\ CH_4$$

D.- Si tenemos el doble de metano (CH_4), también habrá el doble de cada reactivo y producto: 4 moles de oxígeno, 2 moles de carbono y 4 moles de agua.

Con lo cual, la tabla quedará ta como se muestra a continuación:

	CH_4	O_2	CO_2	H_2O
A	50 litros	100 litros	**50 l**	100 litros
B	0,5 moles	1mol	0,5 moles	**1 mol**
C	100 litros	**200 l**	100 litros	200 litros
D	**2 moles**	4 moles	2 moles	4 moles

10.14 Respuestas de la actividad 14

La ecuación ajustada es:

$$\mathbf{4\ NH_3 + 3\ O_2 \rightarrow 2\ N_2 + 6\ H_2O}$$

Las masas molares de las sustancias que forman la reacción son:

NH_3: 17g

O_2:32g

N_2:28g

H_2O:18g

Ahora calculemos los gramos que deben emplearse en la reacción:

NH_3: Como son 4 moles, 4·17 = 68 g

O_2: Como son 3 moles: 3· 32 = 96g

N_2: Como son 2 moles: 2· 28= 56g

H_2O: Como son 6 moles: 6 · 18 = 108g

Según la ley de Lavoisier: suma de masa de reactivos = suma de masa deproductos.

Masa de reactivos: 68 + 96 = 164 gramos.

Masa de productos: 56 + 108 = 164 gramos.

10.15 Respuestas de la actividad 15

En primer lugar debemos saber cuántos moles son 32 gramos.

Nº moles = masa/ masa molar,

Como la masa molar del azufre es 32g en un mol.

Nº de moles = 32/32 = 1 mol de azufre

Entonces, si un mol de magnesio reacciona con un mol de azufre, 32 gramos que es un mol, reaccionara con un mol de magnesio, es decir, la masa es igual al producto del nº de moles por la masa molar del magnesio, 24g.

Masa = 1 mol ·24g = 24 gramos de magnesio.

10.16 Respuestas de la actividad 16

En primer lugar debemos ajustar la reacción, en la parte de los productos hay dos átomos de nitrógeno, con lo que debemos poner un 2 delante del ácido nítrico.

$$Ag + 2\ HNO_3 \rightarrow NO_2 + AgNO_3 + H_2O$$

Ya esta ajustada. Si un mol de plata reacciona con 2 moles de ácido nítrico, 5 moles…

1 mol de Ag………………..2 moles de HNO_3

5 moles de Ag…………… X X = 5 · 2 = 10 moles de HNO_3

Para calcular la masa en gramos, debemos conocer la masa molar del ácido nítrico:

$$\left.\begin{array}{l} H = 1 \\ N = 14 \\ O = 16 \cdot 3 \end{array}\right\} \quad \text{Masa molar} = 63\ g$$

Masa = nº de moles · masa molar = 630 gramos de HNO_3

Ámbito Científico y Tecnológico. Bloque 10.

EJERCICIOS y Exámenes

ÍNDICE

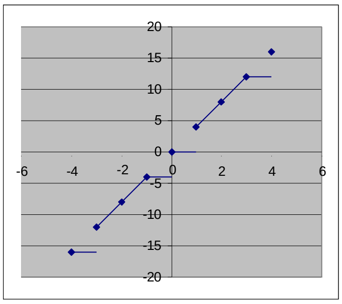
1. Autoevaluaciones

1.1. Autoevaluación del Tema 1

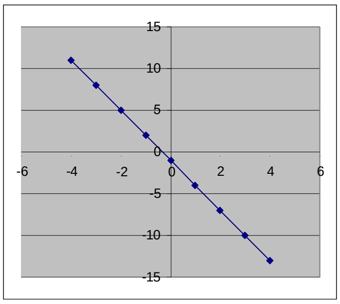
1. Indica cual es la gráfica de cada función:

a. Y= 4X
b. Y= 2X+3
c. Y= -3X -1
d. Y= 3X+1

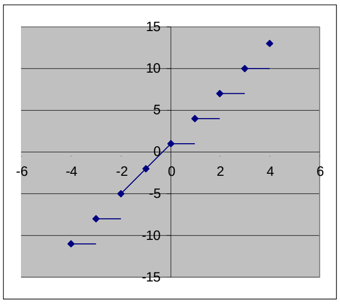
1



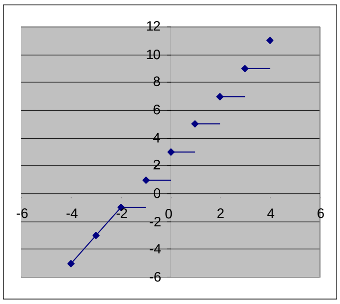
3



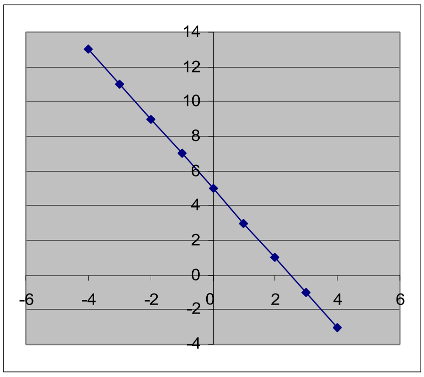
2



4



2. Dada la siguiente gráfica indica cual es su función:



a. Y=-2X-2
b. Y=4X+5
c. Y=-2X+5
d. Y=-2X+2

3. En las 10 primeras semanas de cultivo de una planta, que medía 3 cm, se ha observado que su crecimiento es directamente proporcional al tiempo, viendo que en la primera semana ha pasado a medir 3.5 cm. Indicar cual es la función a fin que da la altura de la planta en función del tiempoPor el alquiler de un coche cobran 100 € diarios más 0.30 € por kilómetro. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el coste diario con el número de kilómetros y represéntala. Si en un día se ha hecho un total de 300 km, ¿qué importe debemos abonar?

a. Y = X + 3

b. Y = X + 0'5

c. Y = 0'5X + 3

4. Por el alquiler de una motocicleta cobran 60 € diarios más 0.20 € por kilómetro. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el coste diario con el número de kilómetros.

a. Y = 0'20X + 60

b. Y = 60X + 0'20

c. Y = 0'20X - 60

5. ¿Cómo se obtiene el amoniaco de forma industrial?

A) Industrialmente el amoniaco se obtiene mediante el método de Bosch – Haber

B) Industrialmente el amoniaco se obtiene mediante el método de las cámaras de plomo

C) Industrialmente el amoniaco se obtiene mediante el método de contacto

6. ¿Cuál es la fórmula del ácido sulfúrico?

A) $CaSO_4$

B) NH_3

C) H_2SO_4

7. La metalurgia consta de dos fases diferenciadas. ¿Cuáles?

A) Concentración y refinado

B) Concentración y filtrado

C) Decantación y filtrado

8. ¿Qué método se suele emplear para separar la mena de la ganga?

A) Decantación

B) Flotación

C) Filtración

9. Une cada palabra con su definición:

a) Escombros

b) Inerte

c) Imprevisible

1) Sin vida, incapaz de reaccionar con otro

2) Se dice de lo que, dado los antecedentes, es fácil que ocurra

3) Materiales de desecho

10. ¿Cuándo se emplean las sulfamidas en lugar de la penicilina?

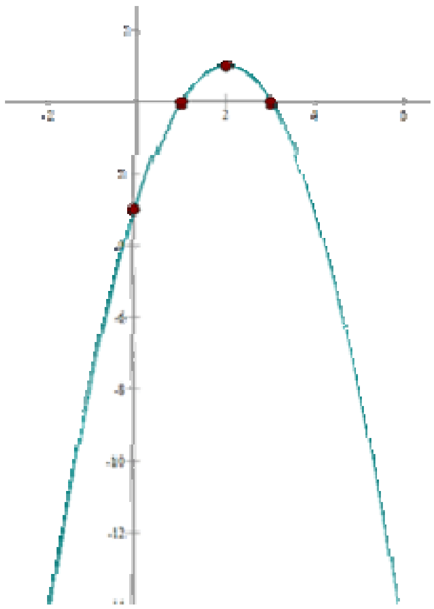
A) En cepas bacterianas resistentes a las penicilinas.

B) En enfermedades infecciosas

C) en enfermedades víricas

1.2. Autoevaluación del Tema 2

1. Dada la siguiente parábola indica cual será su función:



a. $Y=-4X^2 +4X-3$

b. $Y=4X^2 -4X+3$

c. $Y=4X^2 +4X+3$

2. Cual es el vértice y la ecuación del eje de simetría de las parábolas a, b c:

a. $Y=X^2 -7X-18$	1. V(-1,-3) X=-1
b. $Y=3X^2 +12X-5$	2. V(7/2, -121/4) X=7/2
c. $Y=2X^2 +4X-1$	3. V(-2,-17) X=-2

3. **Indica sin dibujarlas en cuantos puntos cortan el eje de abscisas las siguientes parábolas:**
   a. $Y = 2x^2 – 5x + 4$
   b. $Y = x^2 – 2x + 4$
   c. $Y = -x^2 – x + 3$

4. **Una función cuadrática tiene una expresión de la forma $Y = ax^2 + ax + a$ y pasa por el punto (1,9) calcula el valor de a.**

5. **Una parábola tiene su vértice en el punto V(1,1) y pasa por el punto (1,2). Indica a cual de las siguientes ecuaciones corresponde:**
   a. $Y= 2x^2 + 3x - 2$
   b. $Y = x^2 - 3x + 1$
   c. $Y = x^2 - 2x + 2$

6. **¿Cuántos moles de SO_2 hay en 130 gramos de dicho óxido? Masa molecular: 64 g.**

7. ¿Cuántos gramos serán 2 moles de hidróxido sódico (Na OH)?

8. ¿Cuántos gramos hay en 7 moles de agua cuya formula es H_2O?

9. Balancea la siguiente ecuación y calcula el número de gramos de agua que obtendremos si disponemos de112g de O_2:

a. $NH_3 + b\ O_2 ===> c\ NO_2 + d\ H_2O$
gramos de H_2O

10. Balancea la siguiente ecuación e indica si se trata de una reacción de combustión, de combinación o de descomposición:

aC_3H_8+**b**O2===>**c**CO_2+**d**H_2O

2. Ejercicios

2.1. Ejercicio 1 del Tema 1

1. Representa las funciones constantes:

1) y = 2

2) y = -2

3) y = ¾

4) y = 0

2. Representa las rectas verticales:

a) x = 0

b) x = - 5

3. Representa las funciones lineales:

a) y = x

b) y = 2x

4. Representa las funciones afines:

1) y = 2x - 1

2) y = -2x - 1

3) y = ½x - 1

4) y = ½x - 1

5. Representa las siguientes funciones, sabiendo que:

a) Tiene pendiente -3 y ordenada en el origen -1.

b) Tiene por pendiente 4 y pasa por el punto (-3, -2).

c) Pasa por los puntos A(-1, 5) y B(3, 7).

d) Pasa por el punto P(2, -3) y es paralela a la recta de ecuación $y = -x + 7$.

6. En las 10 primeras semanas de cultivo de una planta, que medía 2 cm, se ha observado que su crecimiento es directamente proporcional al tiempo, viendo que en la primera semana ha pasado a medir 2.5 cm. Establecer una función afín que dé la altura de la planta en función del tiempo y representar gráficamente.

7. Por el alquiler de un coche cobran 100 € diarios más 0.30 € por kilómetro. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el coste diario con el número de kilómetros y represéntala. Si en un día se ha hecho un total de 300 km, ¿qué importe debemos abonar?

8. Calcular los coeficientes de la función $f(x) = ax + b$ si $f(0) = 3$ y $f(1) = 4$.

2.2. Ejercicio **2 del Tema 1**

1. ¿Cómo se obtiene el amoniaco de forma industrial?

2. ¿Cuál es la fórmula del ácido sulfúrico?

3. La metalurgia consta de dos fases diferenciadas. ¿Cuáles?

4. ¿Qué método se suele emplear para separar la mena de la ganga?

5. Une cada palabra con su definición:

a) Escombros
b) Inerte
c) Imprevisible

1) Sin vida, incapaz de reaccionar con otro
2) Se dice de lo que, dado los antecedentes, es fácil que ocurra
3) Materiales de desecho

6. ¿En qué consiste el efecto invernadero y qué peligros conlleva?

7. ¿Cuál es el origen de la lluvia ácida?

8. ¿Qué riesgos para la salud produce el debilitamiento de la capa de ozono?

9. Muchas industrias, las centrales térmicas, por ejemplo, vierten agua caliente a ríos, lagos o al mar. ¿Podemos considerar ese vertido como contaminante?

10. ¿Qué sustancia es la principal causa del efecto invernadero?

11. El efecto invernadero puede llegar a ocasionar un__________de la temperatura de la Tierra.

12. ¿Qué productos ocasionan la destrucción de la capa de ozono?

13. Indica el nombre de tres fibras que se empleen en el vestido.

14. ¿Cuál es la principal aplicación en el hogar del Teflón?

15. Sabemos que de 159 litros de petróleo se obtienen 115 litros de combustible, de los que 79 son de gasolina.

¿Qué porcentaje de combustibles se obtienen?
¿Qué porcentaje de gasolina?
¿Qué porcentaje representa la gasolina respecto al total de los combustibles?

16. En la actualidad los detergentes empleados son__________, de forma que los microorganismos los descomponen en poco tiempo, no contaminando las aguas.

17. ¿Qué otra utilidad, aparte de la limpieza, tienen los detergentes?

18. ¿Cuándo se emplean las sulfamidas en lugar de la penicilina?

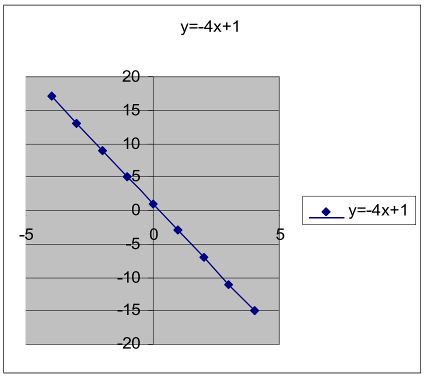
19. ¿Qué nombre químico recibe la aspirina?

20. ¿Cuál es la principal aplicación, en el campo farmacéutico, de la ingeniería genética?

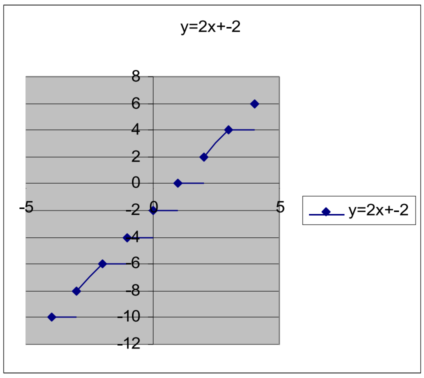
2.3. Ejercicio 3 del Tema 1

1. Indica cual de las siguientes gráficas son crecientes o decrecientes:

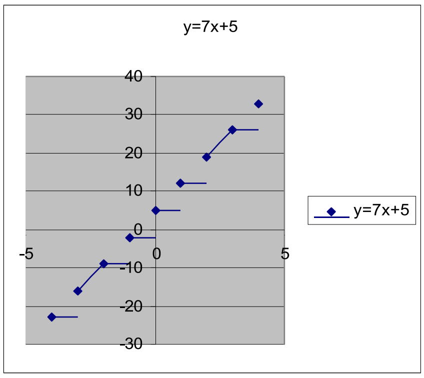
a)



b)

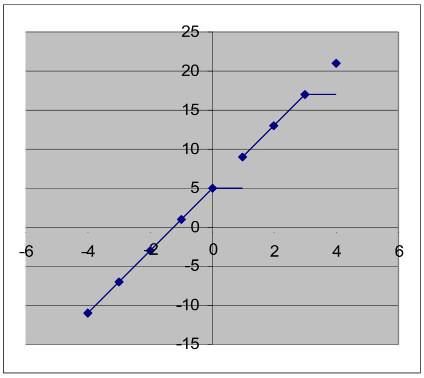


c)

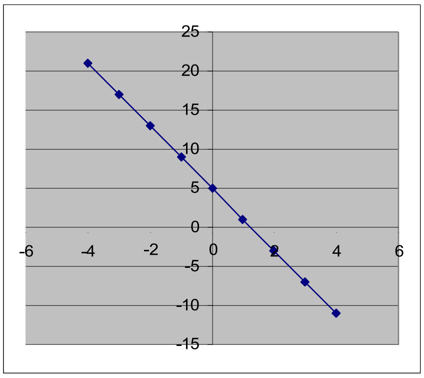


2. ¿Qué función corresponde a cada gráfica?:

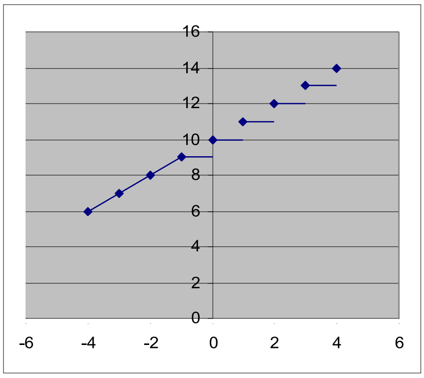
a)



b)



c)



3. Por el alquiler de una wii cobran 10 € diarios más 2 € por juego. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el coste diario con el número de juegos. Si en un día ha cogido un total de 5 juegos, ¿qué importe debemos abonar?

4. Calcular los coeficientes de la función f(x) = ax + b si f(0) = 6 y f(1) = 2.

5. ¿Cuál es la función de la capa de ozono?

6. Cuáles son las dos fases del ciclo del carbono y en que consisten

7. ¿Qué es el PVC?

8. Utilidad en la del ácido sulfúrico

9. Efecto invernadero

2.4. Ejercicio 1 del Tema 2

1) ¿Cuántos moles de SO_2 hay en 130 gramos de dicho óxido? Masa molecular: 64 g.

2) ¿Cuántos moles de Ca CO_3 hay en 300 gramos de dicha sustancia? Masa molecular: 100 g.

3) ¿Cuántos moles de Fe_2 O_3 hay en 270 gramos de dicho óxido? Masa molecular: 160 g.

4) ¿Cuántos moles son 20 gramos de cobalto?
Masa atómica del Co = 58, 93

5) Indica cuántos gramos son 5 moles de potasio (K).Masa atómica del K = 39,10

6) ¿Cuántos gramos serán 2 moles de hidróxido sódico (NaOH)?
Masas atómicas: Na = 23 gr, O = 16gr, H = 1gr.

7) ¿Cuál será la masa de un mol de agua (H_2O)? O = 16gr, H = 1gr.

8) Fíjate y responde:

¿Cuántos gramos son 3,5 moles de átomos de cobalto (Co). Su masa atómica es 58,93.

¿Y cuántos moles son 400 gramos de magnesio? Su masa atómica es 24,31.

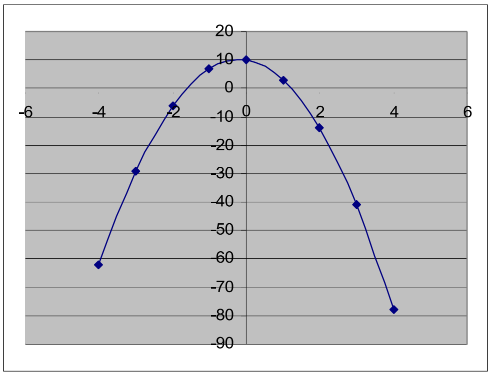
¿Y 20 gramos de azufre (S)? Su masa atómica es 32,07.

9) ¿Cuántos gramos hay en 7 moles de agua cuya formula es H_2O?

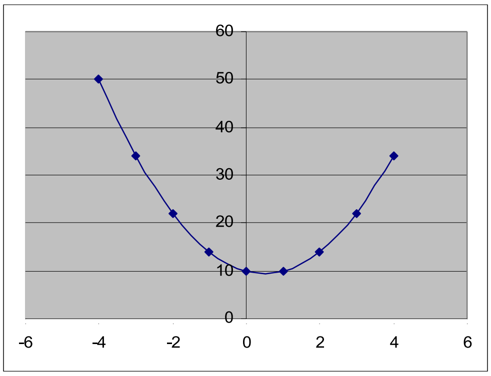
10) Ahora queremos calcular cuántos moles se corresponden con 200 gramos de agua.

2.5. Ejercicio 2 del Tema 2

1. Dada la siguiente parábola escribe su ecuación:



2. Dada la siguiente parábola escribe su ecuación:



3. Una función cuadrática tiene una expresión de la forma $Y=aX^2+aX+a$ y pasa por el punto (3, 26). Calcular el valor de a.

4. Halla el vértice y la ecuación del eje de simetría de las siguientes parábolas:

$y= (x-1)^2 + 1$

$y= 3(x-1)^2 + 1$

$y= 2(x+1)^2 - 3$

$y= -3(x - 2)^2 - 5$

$y = x^2 - 7x -18$

$y = 3x^2 + 12x - 5$

5. Indica, sin dibujarlas, en cuantos puntos cortan al eje de abscisas las siguientes parábolas:

$y = x^2 - 5x + 3$

$y = 2x^2 - 5x + 4$

$y = x^2 - 2x + 4$

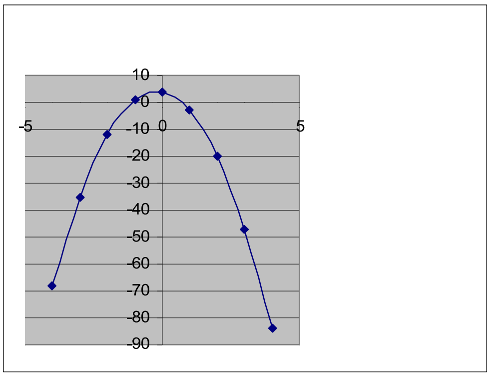
$y = -x^2 - x + 3$

6. Una función cuadrática tiene una expresión de la forma $y = x^2 + ax + a$ y pasa por el punto (1, 9). Calcular el valor de a.

7. Se sabe que la función cuadrática de ecuación $y = ax^2 + bx + c$ pasa por los puntos (1,1), (0, 0) y (-1,1). Calcula a, b y c.

8. Una parábola tiene su vértice en el punto V(1, 1) y pasa por el punto (0, 2). Halla su ecuación.

9. Dada la siguiente parábola escribe su ecuación:



2.6. Ejercicio 3 del Tema 2

1) Ajustar la siguiente ecuación:

"a" $B_{10}H_{18}$ + "b" $\longrightarrow$ "c" B_2O_3 + "d" H_2O

2) Ajustar **la siguiente ecuación:**

"a" $C_6H_{14}O$ + "b" O_2 $\longrightarrow$ "c" CO_2 + "d" H_2O

3) Ajustar **la siguiente ecuación:**

"a" Al + "b" $\longrightarrow$ "c" Al_2O_3 + "d" Cr

4) Convierta lo siguiente en una ecuación química ajustada:

Hidrógeno gaseoso reacciona con monóxido de carbono para formar metanol, CH_3OH

5) Ajustar la siguiente ecuación:

"a" Mg_3N_2 + "b" H_2O $\longrightarrow$ "c" $Mg(OH)_2$ + "d" NH_3

6) Ajustar **la siguiente ecuación e indique si se trata de una reacción de combustión, de combinación o de descomposición.**

"a" H_2O_2 + "b" $\longrightarrow$ "c" H_2SO_4

7) Ajustar **la siguiente ecuación e indique si se trata de una reacción de combustión, de combinación o de descomposición:**

"a" Li + "b" $\longrightarrow$ "c" Li_3N

8) ¿Cuál es el coeficiente del HCl cuando la ecuación siguiente está balanceada correctamente?

$CaCO_3$ (*s*) + HCl (*aq*) $\longrightarrow$ $CaCl_2$ (*aq*) + CO_2 (*g*) + H_2O (*l*)

9) Los coeficientes que se necesitan para balancear correctamente la ecuación siguiente son:

$Al(NO_3)_3 + Na_2S \longrightarrow Al_2S_3 + NaNO_3$

10) Escriba la ecuación balanceada de la reacción que se produce cuando se calienta nitrato de potasio sólido y éste se descompone para formar nitrito de potasio sólido y oxígeno gaseoso.

Ámbito Científico y Tecnológico. Bloque 10.

Soluciones Autoevaluaciones

ÍNDICE

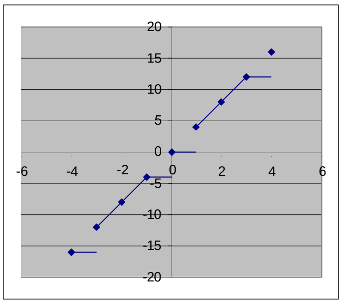
1. Soluciones Autoevaluaciones

1.1. Soluciones Autoevaluación del Tema 1

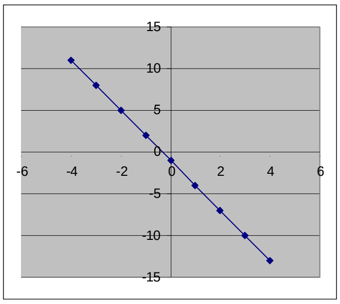
1. Indica cual es la gráfica de cada función:

e. Y= 4X
f. Y= 2X+3
g. Y= -3X -1
h. Y= 3X+1

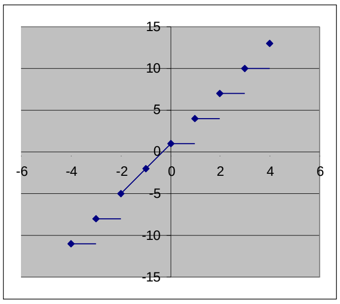
1



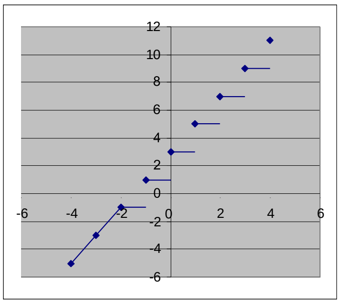
3



2



4



Solución

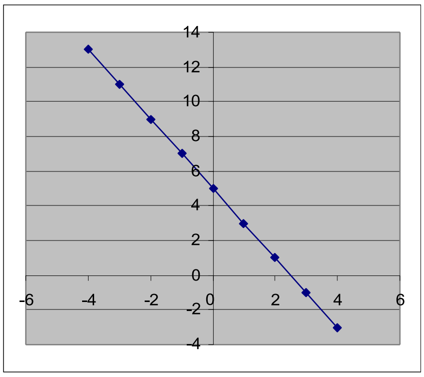
a-1

b-4

c-3

d-2

2. Dada la siguiente gráfica indica cual es su función:



a. Y=-2X-2

b. Y=4X+5

c. Y=-2X+5 (CORRECTA)

d. Y=-2X+2

3. En las 10 primeras semanas de cultivo de una planta, que medía 3 cm, se ha observado que su crecimiento es directamente proporcional al tiempo, viendo que en la primera semana ha pasado a medir 3.5 cm. Indicar cual es la función a fin que da la altura de la planta en función del tiempoPor el alquiler de un coche cobran 100 € diarios más 0.30 € por kilómetro. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el coste diario con el número de kilómetros y represéntala. Si en un día se ha hecho un total de 300 km, ¿qué importe debemos abonar?

a. Y=X+3

b. Y=X+0’5

c. Y=0’5X+3 (CORRECTA)

4. Por el alquiler de una motocicleta cobran 60 € diarios más 0.20 € por kilómetro. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el coste diario con el número de kilómetros.

a-Y=0’20X+60 (CORRECTA)

b-Y=60X+0’20

c-Y=0’20X-60

5. ¿Cómo se obtiene el amoniaco de forma industrial?

A) Industrialmente el amoniaco se obtiene mediante el método de Bosch – Haber (CORRECTA)

B) Industrialmente el amoniaco se obtiene mediante el método de las cámaras de plomo

C) Industrialmente el amoniaco se obtiene mediante el método de contacto

6. ¿Cuál es la fórmula del ácido sulfúrico?

A) $CaSO_4$

B) NH_3

C) H_2SO_4 (CORRECTA)

7. La metalurgia consta de dos fases diferenciadas. ¿Cuáles?

A) Concentración y refinado (CORRECTA)

B) Concentración y filtrado

C) Decantación y filtrado

8. ¿Qué método se suele emplear para separar la mena de la ganga?

A) Decantación

B) Flotación (CORRECTA)

C) Filtración

9. Une cada palabra con su definición:

a) Escombros

b) Inerte

c) Imprevisible

1) Sin vida, incapaz de reaccionar con otro

2) Se dice de lo que, dado los antecedentes, es fácil que ocurra

3) Materiales de desecho

a-3; b-1; c-2

10. ¿Cuándo se emplean las sulfamidas en lugar de la penicilina?

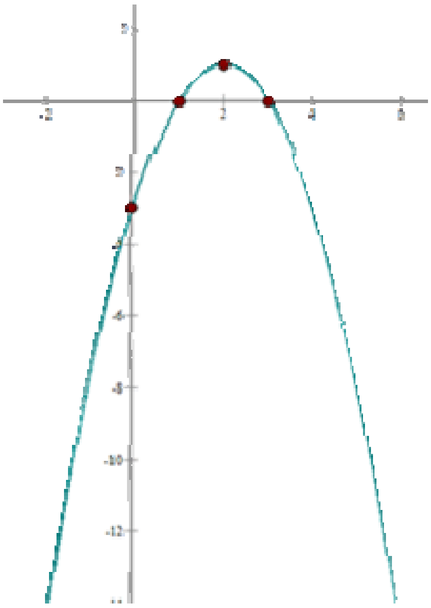
A) En cepas bacterianas resistentes a las penicilinas. (CORRECTA)

B) En enfermedades infecciosas

C) en enfermedades víricas

1.2. Soluciones Autoevaluación del Tema 2

1. Dada la siguiente parábola indica cual será su función:



a- $Y=-4X^2+4X-3$

b- $Y=4X^2-4X+3$

c- $Y=4X^2+4X+3$

2. **Cual es el vértice y la ecuación del eje de simetría de las parábolas a, b c:**

a- $Y=X^2-7X-18$	1-V(-1,-3) X=-1
b- $Y=3X^2+12X-5$	2-V(7/2, -121/4) X=7/2
c- $Y=2X^2+4X-1$	3-V(-2,-17) X=-2

Solución: a-2; b-c; c-1

3. **Indica sin dibujarlas en cuantos puntos cortan el eje de abscisas las siguientes parábolas:**

a. $Y=2X^2-5X+4$
b. $Y=X^2-2X+4$
c. $Y=-X^2-X+3$

De a, b y c podrían salir desplegables con las opciones ninguno, uno y dos
Solución: a-ninguno; b-uno; c-dos.

4. **Una función cuadrática tiene una expresión de la forma $Y=aX^2+aX+a$ y pasa por el punto (1,9) calcula el valor de a.**

Solución =4

5. **Una parábola tiene su vértice en el punto V(1,1) y pasa por el punto (1,2). Indica a cual de las siguientes ecuaciones corresponde:**
   a. $Y= 2X^2 +3X-2$
   b. $Y= X^2 -3X+1$
   c. $Y=X^2 -2X+2$

6. **¿Cuántos moles de SO_2 hay en 130 gramos de dicho óxido?Masa molecular: 64 g.**

Solución=2'03

7. ¿Cuántos gramos serán 2 moles de hidróxido sódico (Na OH)?

Solución: 80

8. ¿Cuántos gramos hay en 7 moles de agua cuya formula es H_2O?

Solución:126

9. Ajusta la siguiente ecuación y calcula el número de gramos de agua que obtendremos si disponemos de112g de O_2:

$a\ NH_3 + b\ O_2 ===> c\ NO_2 + d\ H_2O$

gramos de H_2O 54

Solución: a=4; b=7; c=4, d=6.

10. Ajusta la siguiente ecuación e indica si se trata de una reacción de combustión, de combinación o de descomposición:

aC_3H_8+**b**O2===>**c**CO_2+**d**H_2O

Opción correcta es combustión.

Bloque 11. Tema 4

TRIGOMOMETRÍA

BLOQUE 11

- Tema 3: Trigonometría

ÍNDICE

1.- INTRODUCCIÓN.

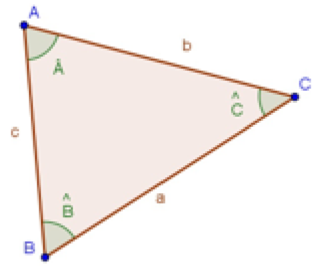
Etimológicamente trigonometría significa medición de triángulos. Su objetivo es establecer las relaciones matemáticas entre las medidas de los lados de un triángulo con las amplitudes de sus ángulos, de manera que resulte posible calcular las unas mediante las otras.

Los primeros escritos relacionados con ella que aparecen en la historia se remontan a la época babilónica de la que se conservan unas tablillas con mediciones de lados y ángulos de triángulos rectángulos. La trigonometría se aplica desde sus orígenes en agrimensura, navegación y astronomía ya que permite calcular distancias que es imposible obtener por medición directa.

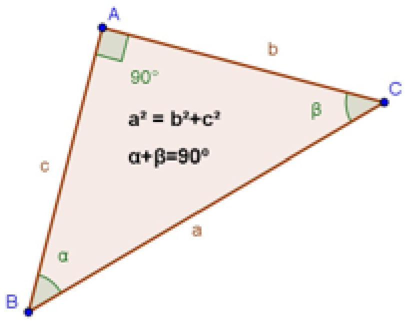
En este capítulo estudiarás las primeras definiciones trigonométricas y conocerás algunas de sus aplicaciones.

2.- CONCEPTOS PREVIOS.

A) TRIÁNGULOS:



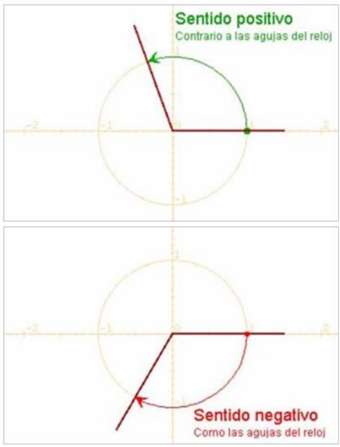
En un triángulo, los vértices se denotan con letras mayúsculas (A, B y C). Los lados se denotan con la letra minúscula del vértice opuesto al lado (a, b,c). Los ángulos se denotan con el acento circunflejo encima de la letra mayúscula que denota el vértice del ángulo (Â)



En un triángulo rectángulo, el ángulo recto se asigna la letra A y así, a la hipotenusa la letra a minúscula, siendo b y c los dos catetos. Se utilizan las letras griegas α y β para nombrar a los ángulos que no corresponden al de 90º respectivamente.

En un triángulo rectángulo se verifica el teorema de Pitágoras (El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. $a^2 = b^2 + c^2$). También se cumple que los dos ángulos agudos son complementarios ($\alpha + \beta = 90^o$).

B) ÁNGULOS Y SU MEDIDA:



Consideraremos que un ángulo es un recorrido en la circunferencia con centro el origen y de radio unidad, el punto de partida de estos recorridos se situará en el punto de coordenadas (1,0) y la medida de un ángulo será la medida de ese recorrido.

Los ángulos pueden tener sentido positivo o negativo según sea el de su recorrido; si es contrario al de las agujas del reloj será positivo y si es igual, negativo.

GRADOS SEXAGESIMALES:

Ya conoces el sistema sexagesimal de medida de ángulos.

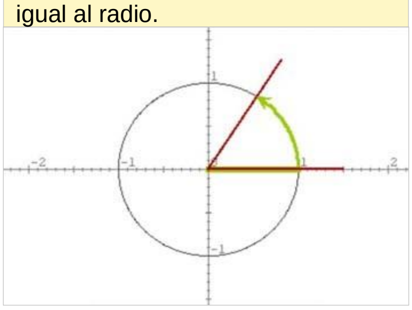
Al dividir la circunferencia en 360 partes iguales, obtenemos un grado, a su vez cada grado se compone de 60 minutos y cada minuto de 60 segundos. Así un ángulo se mide en:

gradosº minutos' segundos'' $\longrightarrow$ **1 ángulo completo = 360 º; 1 º = 60 ´; 1 ´ = 60 ´´.**

SISTEMA INTERNACIONAL:

Medir un ángulo es medir su recorrido en la circunferencia. Como la medida de toda la circunferencia es 2·π·radio, resulta conveniente tomar como unidad de medida el radio.

El ángulo de **1 radián** es aquel cuyo recorrido en la circunferencia es igual al radio.



En el sistema internacional, la unidad de medida de ángulos es el radián. El radián es un ángulo tal que cualquier arco que se le asocie mide exactamente lo mismo que el radio utilizado para trazarlo.

Se denota por rad. A un ángulo completo le corresponde un arco de longitud 2πR, a un radián un arco de longitud R, entonces:

Nº de radianes de un ángulo completo $= 2\pi$ **rad**

DE RADIANES A GRADOS Y DE GRADOS A RADIANES:

El semiperímetro de la semicircunferencia es π·radio → π radianes = 180 grados. Por tanto, únicamente debemos tener presente que:

1 grado = $\frac{\pi}{180}$ **radianes**

De grados a radianes:

✓ multiplicamos por $\frac{\pi}{180}$

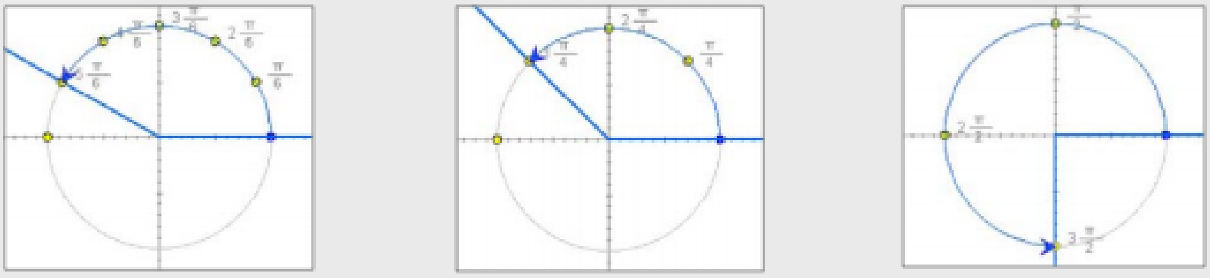
1 radián = $\frac{180}{\pi}$ **grados**

De radianes a grados:

✓ multiplicamos por $\frac{180}{\pi}$

EJEMPLOS:

Dibuja en la circunferencia goniométrica el ángulo de 5π/6, 3π/4, y 3π/2 rad.



Pasa a radianes: a) 150º, b) 210º, c) 270º, d) 60º

a) $150^{\circ} = \dfrac{150 \cdot \pi}{180} = \dfrac{5\pi}{6}$ rad

b) $210^{\circ} = \dfrac{210 \cdot \pi}{180} = \dfrac{7\pi}{6}$ rad

c) $270^{\circ} = \dfrac{270 \cdot \pi}{180} = \dfrac{3\pi}{2}$ rad

d) $60^{\circ} = \dfrac{60 \cdot \pi}{180} = \dfrac{\pi}{3}$ rad

Pasa a grados: a) 11π/6 rad, b) π/4 rad, c) 5π/4 rad, d) 2π/3 rad

a) $\dfrac{11\pi}{6}$ rad $= \dfrac{11\pi}{6} \cdot \dfrac{180}{\pi} = 330^{\circ}$

b) $\dfrac{\pi}{4}$ rad $= \dfrac{\pi}{4} \cdot \dfrac{180}{\pi} = 45^{\circ}$

c) $\dfrac{5\pi}{4}$ rad $= \dfrac{5\pi}{4} \cdot \dfrac{180}{\pi} = 225^{\circ}$

d) $\dfrac{2\pi}{3}$ rad $= \dfrac{2\pi}{3} \cdot \dfrac{180}{\pi} = 120^{\circ}$

3.- RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

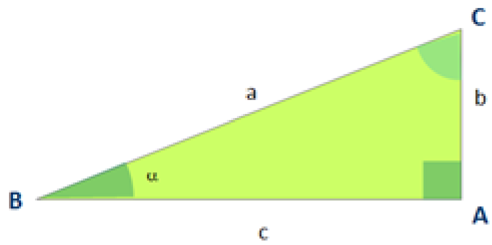
Empecemos por considerar un ángulo agudo cualquiera, utilizaremos una letra griega α (alfa) para denotarlo. Es siempre posible construir un triángulo rectángulo de modo que α sea uno de sus ángulos.

Sea $\widehat{ABC}$ uno de estos triángulos y situemos en el vértice B, el ángulo α. Se definen las razones trigonométricas directas del ángulo α: seno, coseno y tangente como:

$$\text{seno de } \alpha = \text{sen } \alpha = \text{sen } \hat{B} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{coseno de } \alpha = \cos \alpha = \cos \hat{B} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

$$\text{tangente de } \alpha = \tan \alpha = \tan \hat{B} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{b}{c}$$



También se utilizan las expresiones tg α y tag α como símbolos de la tangente de α.

- **EJEMPLO**: Calcula las razones trigonométricas de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo $\widehat{ABC}$ cuyos catetos miden b = 30 cm y c = 40 cm.

Solución:

Calculamos en primer lugar el valor de la hipotenusa $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 30^2 + 40^2 = 900 + 1600 = 2500 \Rightarrow$ $a = \sqrt{2500} = 50$ cm.

$$sen\,\hat{B} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 0,6;\ \cos\hat{B} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5} = 0,8;\ tg\,\hat{B} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

$$sen\,\hat{C} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5} = 0,8;\ \cos\hat{C} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 0,6;\ tg\,\hat{C} = \frac{40}{30} = \frac{4}{3}.$$

4.- RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTALES.

Si conocemos una de las razones trigonométricas del ángulo α, es posible calcular las razones trigonométricas restantes, gracias a las dos relaciones trigonométricas fundamentales siguientes:

PRIMERA RELACIÓN FUNDAMENTAL:

$$(\text{sen } \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$$

que también verás escrita como $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ dado que las potencias de las razones trigonométricas suelen escribirse con su exponente sobre la última letra de su notación y a continuación el nombre del ángulo.

$$tg\,\alpha = \frac{sen\,\alpha}{\cos\alpha}$$

5.- RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE 30º, 45º Y 60º

	Seno	Coseno	Tangente
30º	1/2	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
45º	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
60º	$\sqrt{3}/2$	1/2	$\sqrt{3}$

6.- RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS.

Resolver un triángulo es calcular las amplitudes de los tres ángulos y las longitudes de los tres lados. En el caso de que el triángulo sea rectángulo podemos considerar tres casos dependiendo de las hipótesis o datos iniciales. En cada uno de ellos existen varias formas de obtener la solución. Vamos a describir una en cada caso:

• PRIMER CASO: Se conoce la hipotenusa y uno de los ángulos.

Como estamos con un triángulo RECTÁNGULO, en realidad conocemos dos de los ángulos. Por tanto, el tercer ángulo lo obtenemos restando; ya que sabemos que en cualquier triángulo las sumas de sus tres ángulos debe ser 180º.

A partir de ahora, nos faltaría conocer el valor de los dos catetos. Aplicando las definiciones de las razones trigonométricas:

$$sen\,\hat{B} = \frac{b}{a} \Rightarrow b = a\, sen\,\hat{B}; \qquad \cos\hat{B} = \frac{c}{a} \Rightarrow c = a\cos\hat{B}$$

• SEGUNDO CASO: Se conoce uno de los ángulos y un cateto.

En este caso nos ocurre lo mismo que en el anterior; es decir, realmente conocemos dos ángulos y el que nos falta lo podemos calcular restando a 180º.

De la misma forma procederemos para calcular la hipotenusa y el otro cateto:

$$tg\,\hat{B} = \frac{b}{c} \Rightarrow c = \frac{b}{tg\,\hat{B}} \qquad sen\,\hat{B} = \frac{b}{a} \Rightarrow a = \frac{b}{sen\,\hat{B}}$$

• TERCER CASO: Se conoce dos lados del triángulo.

En este caso utilizaremos en primer lugar el teorema de Pitágoras para calcular el tercer lado, tanto si el que falta es un cateto como si es la hipotenusa. $a^2 = b^2 + c^2$

Para obtener el primero de los ángulos agudos, calcularemos en primer lugar una de sus razones trigonométricas, $sen\,\hat{B} = \frac{b}{a}$

y para conocer el valor del ángulo, despejamos escribiendo: $\hat{B} = arc\,sen\,\frac{b}{a}$ que se lee "arcoseno de …" y que significa "ángulo cuyo seno es B" .

Éste ángulo se obtiene con la calculadora activando el comando $\sin^{-1}$ lo que conseguiremos con la secuencia: 

$\frac{b}{a}$

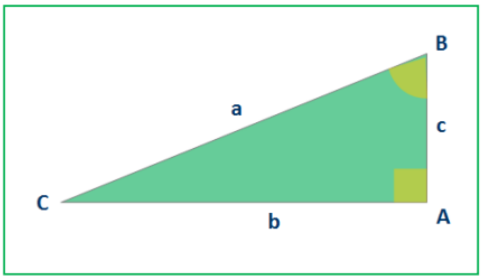
De forma $tg\,\hat{B} = \frac{b}{c}$ $\cos\hat{B} = \frac{c}{a}$ análoga lo haremos con o con .

EJEMPLO:

- *Resolver el triángulo ABC con ángulo recto en A en los dos casos siguientes:*

a) $\hat{B} = 42^o$ *y la hipotenusa a = 12 m.*

b) Los catetos miden 12 dm y 5 dm.



a) Cálculo de los ángulos: $\hat{A} = 90^o$; $\hat{B} = 42^o$; $\hat{C} = 90^o - 42^o = 48^o$

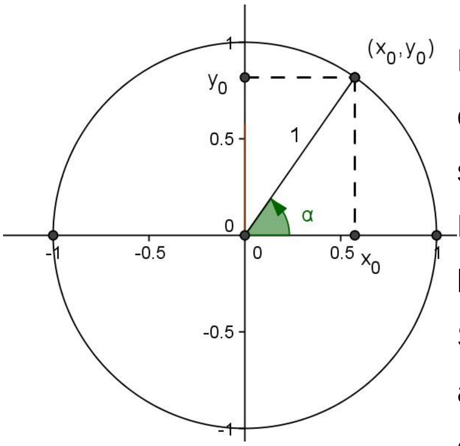
Cálculo de los lados: $sen\ 42^o = \frac{b}{12} \Rightarrow b = 12\ sen\ 42^o \approx 8{,}03$ m.

$\cos 42^o = \frac{c}{12} \Rightarrow c = 12\cos 42^o \approx 8{,}92$ m.

b) Cálculo de la hipotenusa: $a^2 = b^2 + c^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow a = \sqrt{169} = 13$ dm

Cálculo de los ángulos: $\hat{A} = 90^o$; $\hat{B} = arc\tan\frac{12}{5} = 67^o\,22'\,48''$; $\hat{C} = 90^o - 67^o\,22'\,48'' = 22^o\,37'\,12''$.

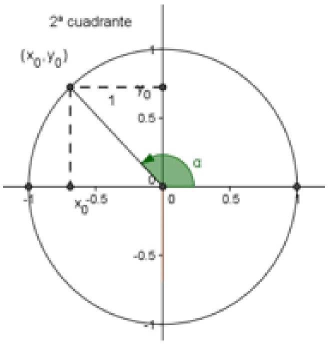
7.- RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO CUALQUIERA.

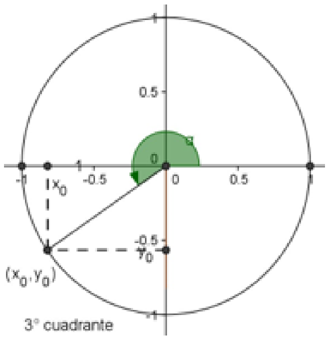


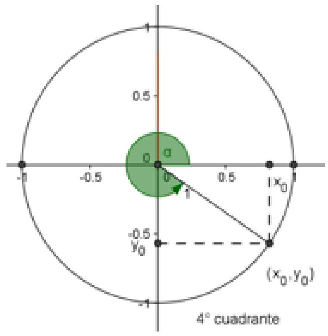
Definición: Se llama circunferencia goniométrica a una circunferencia de radio 1 y con centro en el origen de un sistema de ejes coordenados.

Definición: a cada uno de los cuartos en que los ejes dividen la circunferencia se les llama cuadrante.

Si el ángulo es agudo, el punto está en el 1er cuadrante si el ángulo es obtuso estará en el 2º cuadrante si el ángulo está entre 180 º y 270 º en el 3er cuadrante y si el ángulo está entre 270º y 360º, el punto estará en el 4º cuadrante:



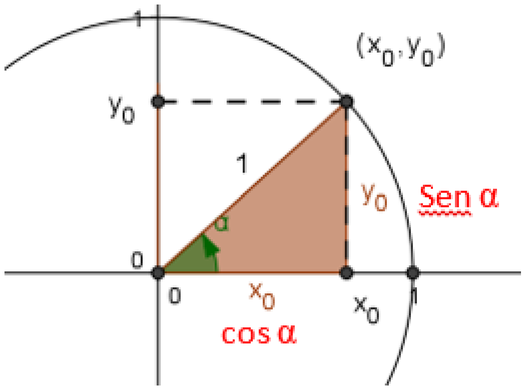


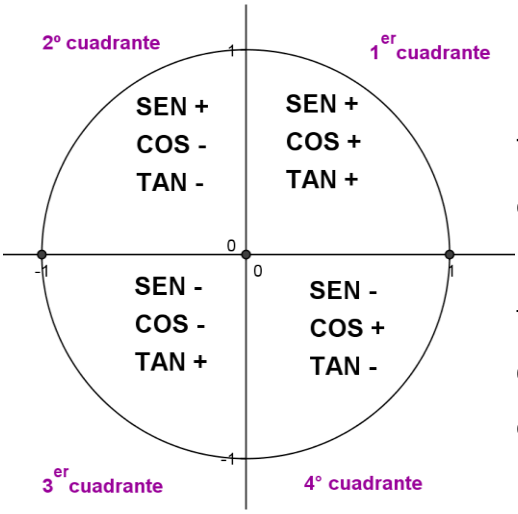


Los ángulos de los cuadrantes segundo, tercero o cuarto pueden relacionarse con ángulos agudos que podemos situar en el primer cuadrante y que tienen razones trigonométricas con los mismos valores absolutos que los ángulos iniciales.

Si consideramos el triángulo rectángulo siguiente y aplicamos la definición de seno, coseno y tangente:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Sen}\,\alpha = y_0/1 \rightarrow \text{sen}\,\alpha = y_0 \\ \text{Cos}\,\alpha = x_0/1 \rightarrow \cos\alpha = x_0 \\ \text{Tg}\,\alpha = y_0 / x_0 \end{array}\right\}$$





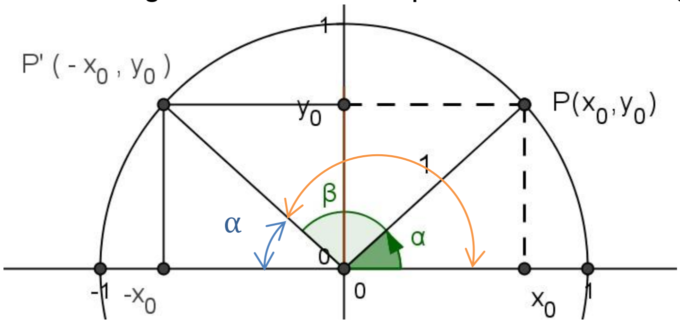
Teniendo en cuenta que el seno es la segunda coordenada y el coseno es la primera coordenada, y la tangente se obtiene dividendo seno entre coseno tenemos el siguiente esquema que resume el signo que tendrán las razones trigonométricas según el cuadrante donde se sitúe el ángulo:

7. 1.- Reducción de ángulos cualesquiera al primer cuadrante:

- Ángulos en el segundo cuadrante. Razones trigonométricas de ángulos suplementarios:.

Dos ángulos son suplementarios cuando al sumarlos obtenemos 180º →$\alpha + \beta = 180º$

En la figura observamos que cuando dos ángulos son suplementarios los puntos que los determinan P y P' comparten el valor absoluto de sus coordenadas y difieren sólo en el signo de la primera coordenada.



Por tanto, aplicando la definición de seno y coseno en el ángulo β :

Sen α = sen β ; cos α = - cos β;

tg α = - tg β

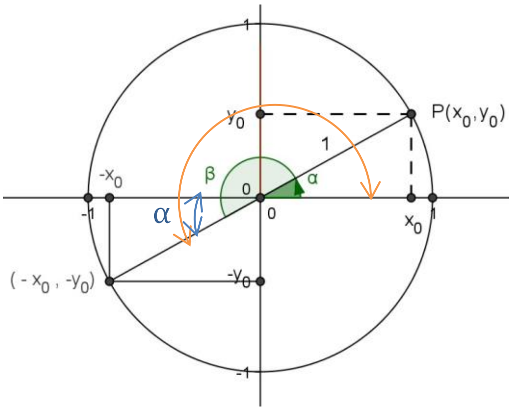
Ejemplo. Reduce a un ángulo del primer cuadrante las razones trigonométricas de 170º:

170º es el suplementario de 10º que está en el primer cuadrante porque 180º-170º=10º. Por tanto, se pueden expresar sus razones trigonométricas en función de las de 10º:
sen 170º = sen 10º ; cos 170º = - cos 10º; tag 170º = - tag 10º .

- Ángulos en el tercer cuadrante. Razones trigonométricas de ángulos que difieren 180º:

  Propiedad: Sean dos ángulos α y β tales que β – α = 180º entonces se verifica que:

Sen α = - sen β ; cos α = - cos β; tg α = tg β



Ejemplo. Reduce a un ángulo del primer cuadrante las razones trigonométricas de 235º:

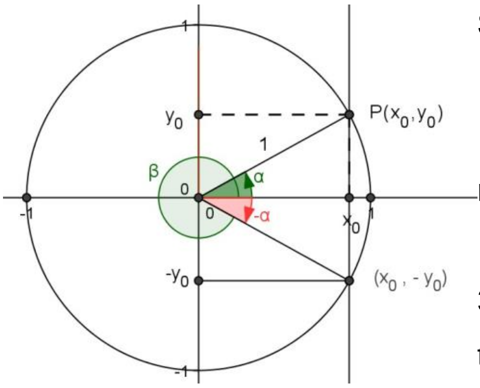
235º – 180º = 55º , que está en el primer cuadrante. Por tanto, se pueden expresar sus razones trigonométricas en función de las de 55º ya que son ángulos que difieren 180º :

sen 235º = - sen 55º ;cos 235º = - cos 55º; tag 235º = tag 55º .

- Ángulos en el cuarto cuadrante. Razones trigonométricas de ángulos opuestos y de ángulos que difieren 360º:

Sean dos ángulos α y β tales que β – α = 360º o β = - α entonces se verifica que:

Sen α = - sen β ; cos α = cos β; tg α = -tg β



Ejemplo.Reduce a un ángulo del primer cuadrante las razones trigonométricas de 315º y de -45º :

360º – 315º = 45º , que está en el primer cuadrante. Por tanto, se pueden expresar sus razones trigonométricas en función de las de 45º ya que son ángulos que difieren 360º:

sen 315º = - sen 45º ;cos 315º = cos 45º; tag 315º = - tag 45º .

Por otro lado -45º es el ángulo opuesto de 45º y por tanto aplican las mismas fórmulas:

sen -45º = - sen 45º ; cos -45º = cos 45º; tag -45º = - tag 45º .

Bloque 11. Tema 4

La materia que nos rodea

1.- PROPIEDADES DE LA MATERIA

Materia es todo lo que ocupa un lugar en el espacio.

Un ***objeto o cuerpo material*** es toda porción limitada de materia.

Sustancia es cada una de las diversas clases de materia que existen en la naturaleza.

Un libro, un árbol y un balón son ejemplos de objetos o cuerpos materiales (ocupan un lugar en el espacio) pero son diferentes porque no están formados por el mismo tipo de materia (no están formados por la misma sustancia).

Los cuerpos materiales pueden ser naturales o artificiales. Naturales son aquellos que se encuentran como se presentan en la naturaleza, como un árbol y artificiales aquellos que se han sido fabricados por el hombre, como un libro.

- ***ACTIVIDAD 1:***

¿Cuáles de las siguientes palabras se corresponden con el concepto de objeto y cuáles con el de sustancia?

Madera Mesa Plástico Oro Taza Falda Agua

Bolso Flor Algodón Sal Ventana

La materia presenta unas cualidades que se denominan propiedades. Esas propiedades pueden ser generales y características.

Propiedades generales son aquellas que son comunes para todas las sustancias, no caracterizan a una sustancia en particular. Ejemplos de propiedades generales son: masa, volumen, temperatura, forma, peso…

Así, por ejemplo, podemos establecer la masa y el volumen de una sustancia de 60 g y 200 ml, respectivamente, pero estos no son datos característicos de esa sustancia ya que podemos tener objetos de distintas sustancias que tengan esa masa y volumen.

Masa es la cantidad de materia que tiene un objeto. La unidad de masa en el S.I. (Sistema Internacional) es el kilogramo (kg), y el aparato que se usa para medir masas es la balanza.

Volumen es el espacio que ocupa un cuerpo. La unidad de volumen en el S.I. es el metro cúbico (m3). Como el metro cúbico es una medida demasiado grande para el uso cotidiano también se emplea el litro (L), mililitro (mL) y el centímetro cúbico (cm·3)

Para medir el volumen de los líquidos se emplean probetas, recipientes de vidrio o plástico con una graduación. Al verter en ellas el líquido, el nivel que alcanza indica el volumen del líquido que contiene.

A veces se necesita medir una determinada cantidad de líquido con una mayor exactitud que la que se puede conseguir con una probeta. Para eso se emplean instrumentos especiales, siempre de vidrio, conocidos como buretas. Una bureta es un tubo largo de vidrio, graduado, y que termina en un grifo. Llenado de líquido, se abre el grifo y se vierte en otro recipiente. Se cierra el grifo y en la bureta se puede ver el volumen de líquido vertido.

Para medir el volumen de los sólidos si éstos son regulares (figuras geométricas), por ejemplo una canica, se aplican las fórmulas correspondientes que permiten calcular su volumen midiendo sus dimensiones.

Si el sólido es irregular, por ejemplo una piedra, se llena la probeta hasta un nivel determinado, después se pone en su interior el sólido, con lo que subirá el volumen que marca. La diferencia entre los volúmenes marcados después y antes de introducir el sólido será el volumen de éste.

Propiedades características de la materia, son aquellas propiedades que permiten diferenciar unas sustancias de otras. Ejemplos de propiedades características son:

Densidad: masa de un cuerpo por unidad de volumen. Se determina mediante la siguiente relación:

$$d = m/v \qquad \text{donde} \quad \begin{cases} d = \text{densidad} \\ m = \text{masa} \\ v = \text{volumen} \end{cases}$$

Se expresa en el S:I. en kg/m^3, También se suele expresar en g/cm^3.

Punto de fusión de un sólido o Punto de congelación de un líquido es la temperatura a la que el estado sólido y el estado líquido de una sustancia coexisten en equilibrio. El punto de fusión (o congelación) de una sustancia depende de la presión. El punto de fusión (o congelación) normal de una sustancia es la temperatura a la cual una sustancia se funde (o congela) a 1 atm (atmósfera) de presión. Por lo general se omite la palabra “normal” cuando la presión es de 1 atm.

Punto de ebullición es la temperatura a la cual la presión de vapor de un líquido es igual a la presión externa. El punto de ebullición normal de un líquido es la temperatura a la cual hierve cuando la presión externa es de 1 atm.

Solubilidad: Cantidad máxima de soluto que se puede disolver en una cantidad de disolvente señalada a una temperatura determinada. Se expresa generalmente en g de soluto/100 cm^3 de disolvente.

2.- PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

Cada material tiene unas propiedades que lo diferencian de los demás y que determinan para que se puede utilizar

Las propiedades de un material se definen como el conjunto de características que hacen que se comporte de una manera determinada ante estímulos externos como la luz, el calor, la aplicación de fuerzas, el medio ambiente, la presencia de otros materiales, etc. Para poder definir todas las propiedades las hemos clasificado en físicas, químicas y ecológicas.

Propiedades físicas: estas propiedades se ponen de manifiesto ante estímulos como la electricidad, la luz, el calor o la aplicación de fuerzas

Propiedades eléctricas: Son las que determinan el comportamiento de un material ante el paso de la corriente eléctrica.

La conductividad eléctrica es la propiedad que tienen los materiales de transmitir la corriente eléctrica. Se distinguen de esta manera en materiales conductores y materiales aislantes.Todos los metales son buenos conductores de la corriente eléctrica y los materiales plásticos y maderas se consideran buenos aislantes.

Propiedades ópticas: Se ponen de manifiesto cuando la luz incide sobre el material. Dependiendo del comportamiento de los materiales ante la luz, tenemos:

Materiales opacos: no se ven los objetos a través de ellos, ya que no permiten el paso de la luz.

Materiales transparentes: los objetos se ven claramente a través de estos, pues dejan que pase la luz.

Materiales translúcidos: estos materiales permiten el paso de la luz, pero no permiten ver con nitidez lo que hay detrás de ellos.

Propiedades térmicas: Determinan el comportamiento de los materiales ante el calor.

La *conductividad térmica* es la propiedad de los materiales de transmitir el calor. Algunos materiales como los metales son buenos conductores térmicos, mientras que algunos plásticos y la madera son buenos aislantes térmicos.

La *dilatación*, consiste en el aumento de tamaño que experimentan los materiales con el calor, la contracción consiste en la disminución de tamaño que experimentan los materiales cuando se desciende la temperatura y la fusibilidad es la propiedad de los materiales de pasar del estado sólido al líquido al elevar la temperatura.

Propiedades mecánicas: Describen el comportamiento de los materiales cuando se los somete a la acción de fuerzas exteriores.

La *elasticidad* es la propiedad de los materiales de recuperar su tamaño y forma originales cuando deja de actuar sobre ellos la fuerza que los deformaba.

La *plasticidad* es la propiedad de los cuerpos para adquirir deformaciones permanentes cuando actúa sobre ellos una fuerza.

La *dureza*, se define como la resistencia que opone un material a ser rayado. La resistencia mecánica, es la propiedad de algunos materiales de soportar fuerzas sin romperse.

La *tenacidad* y *fragilidad*, son la resistencia o fragilidad que ofrecen los materiales a romperse cuando son golpeados.

Propiedades acústicas: Son las propiedades que determinan el comportamiento de los materiales ante un estímulo externo como el sonido.

La *conductividad acústica* es la propiedad de los materiales a transmitir el sonido.

Otras propiedades:

La *porosidad*, es la propiedad que presentan los materiales que tienen poros (huecos en su estructura) e indica la cantidad de líquido que dicho material puede absorber o desprender. La madera y los materiales pétreos y cerámicos son porosos.

La *permeabilidad*, es la propiedad de los materiales que permiten filtrar a través de ellos líquidos. Los que no permiten el paso de los líquidos se denominan impermeables.

Propiedades químicas: Se manifiestan cuando los materiales sufren una transformación debido a su interacción con otras sustancias.

Oxidación: Es la propiedad química que más nos interesa, pues es la facilidad que tiene un material de oxidarse, es decir, de reaccionar con el oxígeno del aire o del agua. Los metales son los materiales que más fácilmente se oxidan.

Propiedades ecológicas: según el impacto que los materiales producen en el medio ambiente, se clasifican en reciclables, tóxicos, biodegradables y renovables.

- *Reciclables*: son los materiales que se pueden reutilizar. El vidrio, el papel, el cartón, el metal y los plásticos son ejemplos de materiales reciclables.

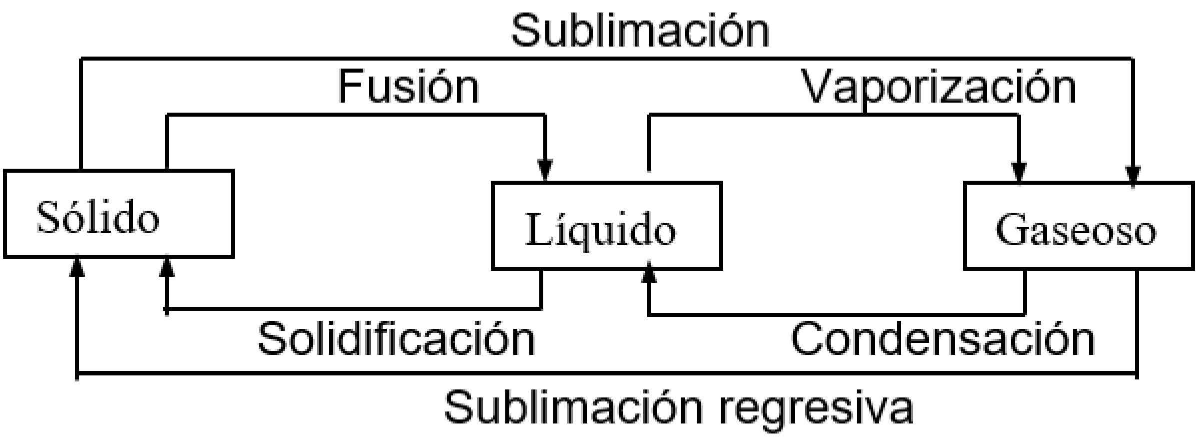
- *Tóxicos*: Esto materiales son nocivos para el medio ambiente, ya que pueden resultar venenosos para los seres vivos y contaminan el agua, el suelo y la atmósfera.

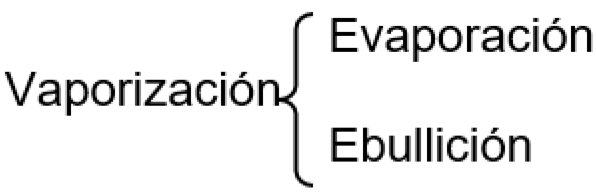
- *Biodegradables*: Son aquellos materiales que con el paso del tiempo se descomponen de forma natural.

- *Renovables*: Son las materias primas que existen en la naturaleza de forma ilimitada, como el sol, las olas, las mareas, el aire... y por el contrario están las no renovables, pues pueden agotarse, como el petróleo, el carbón ...

3.- ESTADOS DE AGREGACIÓN DE LA MATERIA

Una de las propiedades más evidentes de las sustancias es la que pueden existir como sólidos, líquidos o gases. Se dice habitualmente que éstos son los tres estados de agregación de la materia. Muchas sustancias, bajo las condiciones apropiadas, pueden existir en los tres estados. Cuando se enfría un gas, se condensa para formar un líquido, y finalmente se congela para dar un sólido, pero en todos estos cambios, continúa siendo la misma sustancia. El agua existe en los tres estados en la superficie de la tierra. El agua gaseosa (vapor de agua) está presente en la atmósfera, el agua líquida forma ríos, lagos y océanos y el agua sólida (hielo) se encuentra como nieve, en los glaciares yen las superficies heladas de lagos y océanos.





- **Evaporación**: Afecta sólo a la superficie libre del líquido y tiene lugar a cualquier temperatura.

- **Ebullición**: Afecta a todo el líquido y tiene lugar a una cierta temperatura, aunque ésta depende de la presión exterior.

Las características de los tres estados basadas en descripciones macroscópicas, es decir, que pueden constatarse sin utilizar más que los propios sentidos humanos sin ayudas auxiliares, son las siguientes:

Gases: - ..Carecen de forma definida.

- No poseen un volumen propio.
- Son expansibles y compresibles, es decir, tienden a ocupar totalmente el recipiente en el que se introduzcan, y si se reduce el volumen del recipiente, el gas se comprime fácilmente y se adapta al menor volumen.

Líquidos: - Carecen de forma definida.

- Poseen su propio volumen definido.
- Son poco o nada compresibles y expansibles.

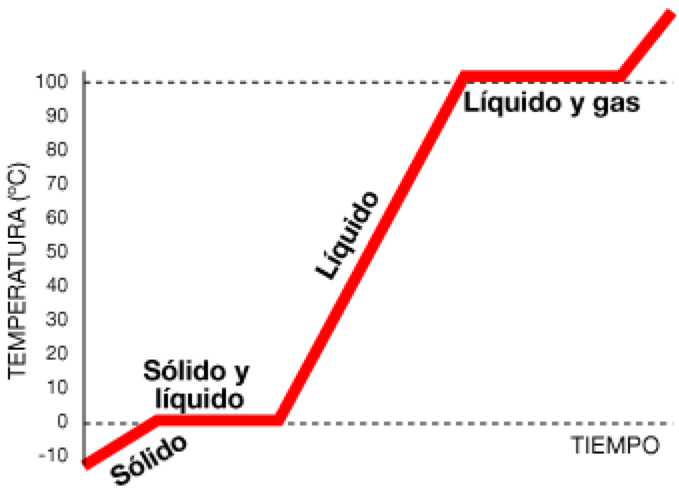
Sólidos: - Tienen forma propia.

- Tienen un volumen definido.
- No son compresibles ni expansibles, a no ser que se ejerza sobre ellos fuerzas de gran intensidad.

Tanto los gases como los líquidos tienen la propiedad de adaptarse a la forma del recipiente que los contienen, así como la de escapar por un orificio que se practique en el recipiente, por lo que reciben el nombre de fluidos.

Normalmente, un líquido tiene una densidad mucho mayor (700 a 1.700 veces) que un gas, mientras que un sólido tiene una densidad ligeramente mayor que un líquido.

Esta sería una curva de calentamiento típica, desde el estado sólido al estado gaseoso de una sustancia, pasando por el estado líquido.

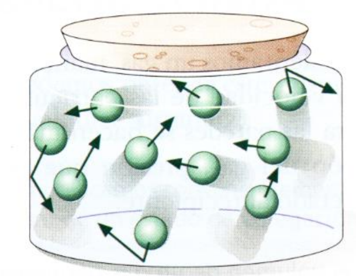


4.- TEORÍA CINÉTICO-MOLECULAR

En 1.857, el físico alemán R. Clausius desarrolló un modelo que pretendía explicar la naturaleza de la materia y reproducir su comportamiento. Se conoce como teoría cinético-molecular o teoría cinética, y fue desarrollada inicialmente para los gases. Puede resumirse en las siguientes premisas:

- Los gases están formados por partículas (átomos o moléculas) que se encuentran a grandes distancias en comparación con su tamaño, por lo que el volumen realmente ocupado por las moléculas es despreciable frente al volumen total, es decir, la mayor parte del volumen ocupado por un gas es espacio vacío.

- La moléculas están en un continuo movimiento aleatorio. Se desplazan en línea recta chocando entre sí y contra las paredes del recipiente. Estos choques son elásticos, es decir, en el choque una molécula puede ganar energía y la otra perderla, pero la energía total permanece constante.



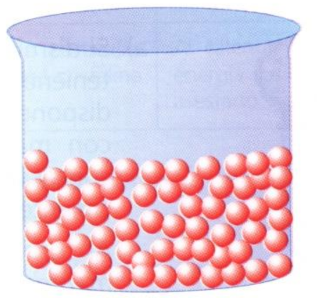
- Las fuerzas atractivas de cohesión entre las moléculas, o fuerzas intermoleculares, son muy débiles o nulas.

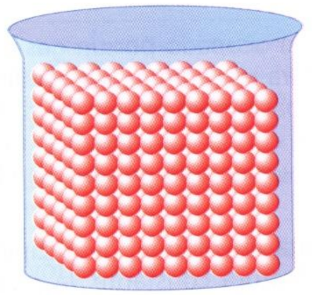
- La temperatura es proporcional a la energía cinética media de las moléculas y por tanto a la velocidad media de las mismas.
- (E cinética = $1/2\ m \cdot v^2$)

- La presión ejercida por un gas es proporcional al número de choques por unidad de superficie de las moléculas contra las paredes del recipiente que lo contiene.

❖ Este modelo también es aplicable a sólidos y líquidos:

En una sustancia gaseosa, las fuerzas atractivas intermoleculares son muy débiles y su influencia sobre el movimiento de las moléculas es despreciable ya que se desplazan a gran velocidad, Sin embargo; al enfriar el gas, la velocidad de sus moléculas se reduce, lo que hace que las fuerzas intermoleculares cobren importancia dando como resultado que las moléculas dejen de moverse independiente y aleatoriamente. Cuando la temperatura se hace lo suficientemente baja, las moléculas están en contacto y a pesar de no poder moverse independientemente siguen teniendo la suficiente energía cinética para poder desplazarse unas respecto de otras y el gas pasa al estado **líquido**.





Si la temperatura se hace más baja, las fuerzas intermoleculares son muy intensas lo que obliga a que las moléculas, queden atrapadas en una posición fija y sólo tengan libertad de girar y oscilar ligeramente en torno a esas posiciones medias, adoptando por lo general, una disposición ordenada característica de la mayoría de los **sólidos**.

- Con la teoría cinético-molecular se pueden explicar las características de cada estado:

Sólidos: Dado que las partículas se encuentran muy próximas y no pueden desplazarse, los sólidos tienen una forma y volumen propios, no son compresibles ni expansibles, son relativamente duros y rígidos y su densidad es alta.

Líquidos: Dado que las partículas se encuentran muy próximas y pueden desplazarse unas sobre otras, no tienen volumen propio pero se adaptan a la forma del recipiente que las contiene y su densidad es algo menor que la de los sólidos.

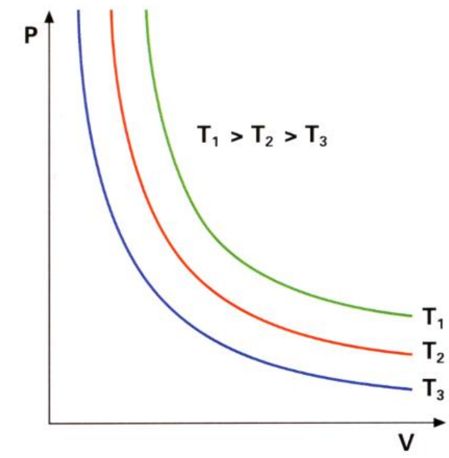
Gases: Como las fuerzas de atracción son muy débiles, las partículas están muy separadas unas de otras y se mueven en todas las direcciones y dado que no hay nada que retenga las partículas próximas entre sí, los gases se expanden hasta llenar el recipiente, y por existir grandes distancias entre ellas, son fácilmente compresibles y su densidad es mucho menor que la de los sólidos y líquidos.

5.- LEYES DE LOS GASES

Cualquier muestra dada de un gas puede describirse en función de cuatro propiedades fundamentales: masa, volumen, presión y temperatura. La investigación de estas propiedades con el aire condujo a establecer relaciones cuantitativas entre ellas, válidas para todos los gases.

5.1.- LEY DE BOYLE-MARIOTTE: PRESION Y VOLUMEN

El que los gases son compresibles es un hecho familiar. Cuando se aumenta la presión sobre una cantidad dada de un gas, como sucede en una bomba neumática, el volumen del gas disminuye: cuanto mayor es la presión menor se hace el volumen. En 1.660, el químico inglés Robert Boyle estudió los efectos de la presión sobre el volumen de aire, observó que cuando duplicaba la presión el volumen de aire se reducía a la mitad; si la presión se multiplica por cuatro el volumen se reduce a la cuarta parte de su valor original, etc. Esta relación ha resultado ser válida para cualquier gas.



En otras palabras, lo que Boyle encontró es que:

Para una determinada masa de gas el volumen es inversamente proporcional a la presión ejercida, si la temperatura se mantiene constante:

$$\boxed{V = \text{constante} \cdot 1 / P} \quad ; \quad (T \text{ y } m \text{ constantes})$$

Se puede enunciar también de la siguiente forma:

"Para una misma masa de un gas a temperatura constante el producto del volumen del gas por la presión que ejerce es constante"

$$\boxed{P \cdot V = \text{constante} \; (T \text{ y } m \text{ constantes})}$$

Esta relación es conocida como **Ley de Boyle-Mariotte**.

Una forma conveniente de escribir la ley de Boyle para comparar la misma muestra de gas, a temperatura constante, bajo diferentes condiciones de presión y volumen, es:

$$\boxed{P_1 \, . \, V_1 = P_2 \, . \, V_2 = P_3 \, . \, V_3} \quad ; \quad (T \text{ y } m \text{ constantes})$$

Si la presión y el volumen de una cantidad dada de un gas son inicialmente P_1 y V_1 y la presión se cambia hasta P_2, el nuevo volumen V_2, viene dado por esta relación.

- El hecho de que un gas es compresible repercute en su densidad; cuanto más se comprime tanto más denso se hace. Ello es debido a que el mismo número de moléculas y la misma masa ocupan un volumen menor. Por ejemplo, el aire que se encuentra directamente sobre la superficie de la tierra está comprimido por la masa de aire que se encuentra sobre él; por tanto, cuanto mayor es la altura menos comprimido está el aire. El resultado es que la densidad y la presión del aire decrecen conforme aumenta la altitud. Así, a nivel del mar es de 1 atm, y a 2.500 m (en las Montañas Rocosas) la presión es de sólo 0,75 atm y a 8.000 m (en el Himalaya, donde están las cimas más altas del mundo) la presión atmosférica es de únicamente 0,47 atm.

- ***ACTIVIDAD 2*:**

Calcula el volumen ocupado por una muestra de hidrógeno a 3,00 atm si dicha muestra tiene un volumen de 6,20 l a una presión de 1,05 atm.

Solución.- 2,17 L.

5.2.- LEY DE CHARLES y GAY-LUSSAC: TEMPERATURA Y VOLUMEN

Unos cien años después del trabajo de Boyle, Charles y Gay-Lussac investigaban el efecto que produce en el volumen el cambio de la temperatura de una cantidad dada de aire para la que la presión se mantuviera constante. Encontraron que el gas se expandía al calentarse. El volumen del gas se va contrayendo a medida que la temperatura desciende pero si ésta es lo suficientemente baja, el gas se licúa (la recta se corta). Si prolongamos la recta obtenemos por extrapolación que la temperatura a la cual el volumen de cualquier gas debería ser nulo es –273 ºC.

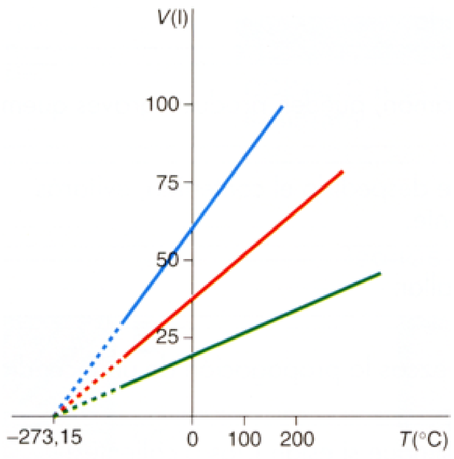


Figura a

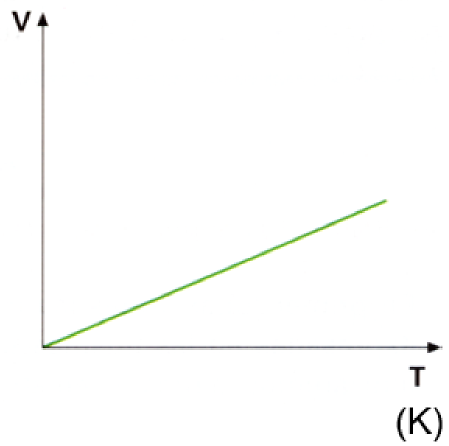


Figura b

En la práctica, todos los gases se condensan para dar líquidos y sólidos a temperaturas superiores a los –273 ºC por lo que, de hecho, ningún gas puede ser enfriado hasta que se anule su volumen. Sin embargo, la idea de que existe una temperatura que es la mínima posible- es decir, un cero absoluto de temperaturas- es de extraordinaria importancia. En lugar de escoger arbitrariamente el punto de fusión del hielo como el cero de la escala de temperaturas, como se hace en la escala Celsius, es posible escoger de forma lógica y conveniente el cero absoluto como cero de una escala de temperaturas. Esta elección del cero constituye la base de la **escala absoluta o kelvin de temperaturas** que fue sugerida por primera vez por el científico británico Lord Kelvin (1824-1.907).

De acuerdo con medidas precisas, el **cero absoluto** de temperaturas es **-273,15 ºC**.

Así, **0 K = - 273,15 ºC** , y la escala Kelvin (K) se relaciona con la Celsius mediante la expresión:

$$\boxed{T\ (K) = T\ (ºC) + 273} \qquad \boxed{T\ (ºC) = T\ (K) - 273}$$

Debe observarse que, por convenio, el signo de grado (º) no se utiliza cuando se expresan las temperaturas en la escala Kelvin. La unidad en la escala absoluta es el Kelvin (K) y una temperatura tal como 100 K se lee como "cien Kelvins".

Cuando la temperatura se expresa en la escala absoluta el volumen de un gas resulta directamente proporcional a la temperatura (figura b), lo que no se cumple si la temperatura se mide en la escala Celsius. Esta expresión se resume en la **Ley de Charles y Gay-Lussac:**

"Para una determinada cantidad (masa) de un gas que se mantiene a presión constante, el volumen es proporcional a su temperatura en la escala Kelvin".

$$\boxed{V = \text{constante}.\ T \quad , \quad (P \text{ y } m \text{ constantes})}$$

$$\boxed{V / T = \text{constante} \quad , \quad (P \text{ y } m \text{ constantes})}$$

Una forma conveniente de escribir la ley de Charles y Gay-Lussac para comparar la misma muestra de gas, a presión constante, bajo diferentes condiciones de volumen y temperatura, es:

$$\boxed{V_1 / T_1 = V_2 / T_2 \quad , \quad (P \text{ y } m \text{ constantes})}$$

- ***ACTIVIDAD 3:***

¿A qué temperatura debe enfriarse una muestra de nitrógeno de 900 ml de volumen a 25ºC para que su volumen se reduzca hasta 350 ml?.

Sol.- 116 K = -157 ºC.

- Puesto que el volumen de un gas depende tanto de la presión como de la temperatura, decir que una cierta muestra de gas ocupa un volumen concreto no resulta suficiente, la presión y la temperatura también deben ser especificadas. Para que las comparaciones resulten más sencillas, lo que se suele hacer es referir el volumen de una muestra dada de un gas a 0 ºC (273,15 K) y 1 atm; estas condiciones son conocidas como **condiciones normales** (lo que se suele abreviar como **c.n**.).

5.3.- LEY DE GAY-LUSSAC: PRESION Y TEMPERATURA

Gay-Lussac también estudió el efecto que produce en la presión el cambio de la temperatura de una cantidad dada de aire manteniendo el volumen constante. Encontró que la presión del gas aumentaba uniformemente al calentarse.

Si la temperatura se expresa en ºC se obtiene una función lineal como muestra la figura a, mientras que si se expresa en K, se observa que la presión es directamente proporcional a la temperatura absoluta (figura b).

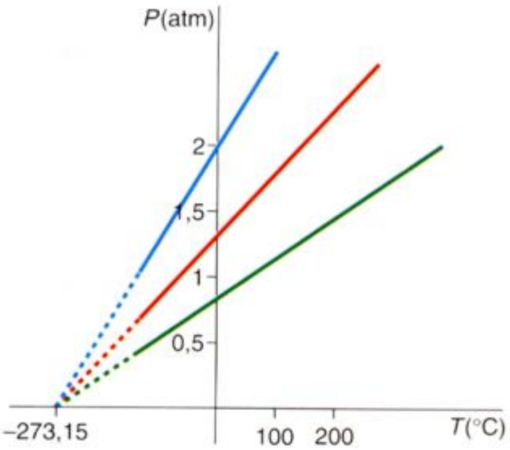


Figura a

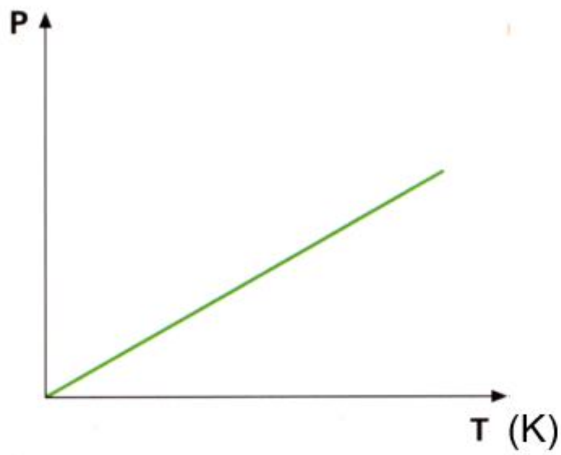


Figura b

"Para una determinada cantidad (masa) de un gas que se mantiene a volumen constante, la presión es proporcional a su temperatura en la escala Kelvin".

$$\boxed{P = \text{constante}.\ T \quad ; (V \text{ y m constantes})}$$

$$\boxed{P / T = \text{constante} \quad , \ (V \text{ y m constantes})}$$

Para la misma muestra de gas, a volumen constante, bajo diferentes condiciones de presión y temperatura:

$$\boxed{P_1 / T_1 = P_2 / T_2 \quad , \ (V \text{ y m constantes})}$$

5.4.-ECUACIÓN GENERAL DE LOS GASES IDEALES

Combinando las leyes vistas anteriormente:

P ·V = constante (para T y m constantes): Ley de Boyle

V / T = constante (para P y m constantes): Ley de Charles y Gay-Lussac

P / T = constante (para V y m constantes): 2ª Ley de Gay-Lussac

V = n . constante (para P y T constantes): Ley de Avogadro

se obtiene la ecuación conocida como **ecuación general de los gases ideales**:

$$\frac{\boldsymbol{P \cdot V}}{\boldsymbol{n \cdot T}} = \boldsymbol{constante}$$ o bien $\longrightarrow$ **P·V = n·R·T**

donde **R** es una constante denominada **constante de los gases**. Si la presión se expresa en atmósferas, el volumen en litros y la temperatura en K, el valor de R es de 0,082 atm.l/mol.K, mientras que en el S.I. el valor de R = 8,3 J / mol·K

Para una cantidad determinada de gas, la ley de los gases ideales puede expresarse también en función de las condiciones iniciales y las finales:

$$\boxed{P_1 V_1 / T_1 = P_2 . V_2 / T_2 \quad ; \quad (m = \text{constante})}$$

- La ecuación de los gases ideales, se cumple estrictamente para los llamados **gases ideales**: gases hipotéticos en los que el tamaño de las moléculas es absolutamente despreciable frente a la distancia existente entre las moléculas (volumen nulo) y en el que además no existieran fuerzas intermoleculares. Sin embargo, el comportamiento de los **gases reales** difiere ligeramente del ideal a causa del tamaño de las moléculas y también porque existen fuerzas intermoleculares. No obstante, para todos los cálculos que se efectúan normalmente, puede suponerse que los gases reales se comportan como se fueran ideales. La ecuación de los gases ideales se aplica con bastante exactitud a todos los gases cuando se encuentran a presiones muy bajas y temperaturas elevadas, es decir, cuando las moléculas están muy alejadas unas de otras y se desplazan con velocidades elevadas. Sigue siendo una buena aproximación bajo la mayoría de las condiciones posibles, pero se hace menos exacta cuando las presiones son muy elevadas y las temperaturas muy bajas. A presiones muy elevadas ya no se puede seguir considerando despreciable el volumen de las moléculas frente a las distancias intermoleculares. Por tanto, el volumen de un gas resulta ser algo mayor que lo esperado de acuerdo con la ley de Boyle. A temperaturas muy bajas las moléculas se mueven lentamente y su energía cinética es pequeña. Entonces, incluso fuerzas intermoleculares débiles hacen que las moléculas se mantengan unidas en cierta medida y el volumen del gas es algo menor que el predicho por la ley de Charles.

A partir de la ley de los gases ideales se pueden deducir las leyes anteriores, sin más que hacer constantes las correspondientes variables:

- ✓ Si T y m (n) son constantes: P.V = n.R.T = cte.cte.cte = cte ; **P . V = cte**

  Ley de Boyle

- ✓ Si P y m (n) son constantes: P.V = n.R.T ; cte .V = cte.cte. T ; **V / T = cte**

  Ley de Charles

- ✓ Si V y m (n) son constantes: P.V = n.R.T ; P.cte = cte.cte.T ; **P / T = cte**

  2ª ley de Gay-Lussac

- ✓ Si P y T son constantes: P . V = n . R . T ; cte.V = n.cte.cte ; **V = n . cte**

  Ley de Avogadro

- ***ACTIVIDAD 4:***

Calcular el número de moles de hidrógeno contenido en una muestra de 100 cm3 a una temperatura de 300 K y una presión de 750 mmHg. *Sol*.- 4,01.10-3 moles.

- ***ACTIVIDAD 5:***

Calcular la presión que ejercen 3,00 g de N2 gas en un recipiente de 2,00 l de capacidad a la temperatura de –23 ºC. Dato: Ar(N)= 14. *Sol*.- 1,10 atm.

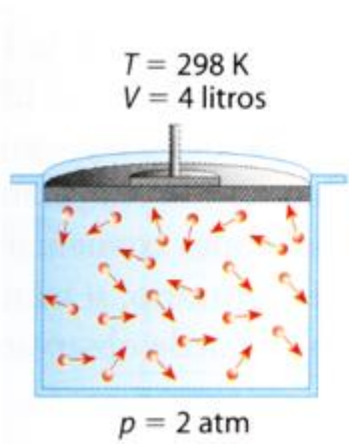
- ***ACTIVIDAD 6:***

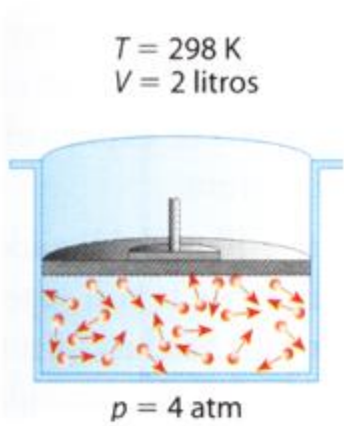
Si una muestra de oxígeno gaseoso tiene un volumen de 425 ml a 70 ºC y 0,950 atm de presión, ¿cuál será su volumen en c. n.?. *Sol*.- 321,4 ml.

6.- INTERPRETACIÓN DE LAS LEYES DE LOS GASES POR LA TEORÍA CINÉTICA

El hecho de que haya grandes distancias entre las moléculas de los gases y que las fuerzas intermoleculares sean muy débiles, despreciables, hace que las moléculas sean independientes unas de otras, por lo que las propiedades de los gases son independientes de la naturaleza de los mismos, es decir, todos los gases se comportan del mismo modo. Por el contrario, en un sólido o en un líquido, las propiedades dependen de la intensidad de las fuerzas intermoleculares, así como del tamaño y forma de las moléculas.

a) <u>*Ley de Boyle-Mariotte*</u> (P.V = cte , para m y T ctes):

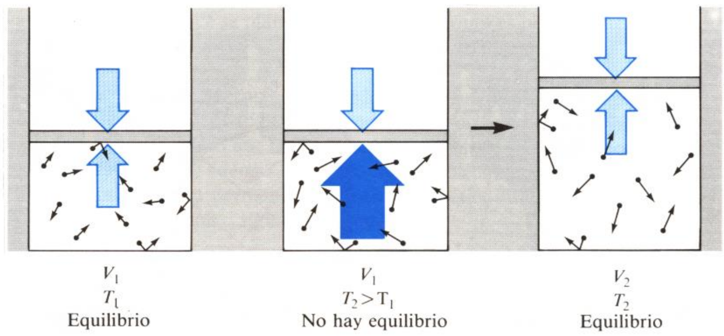


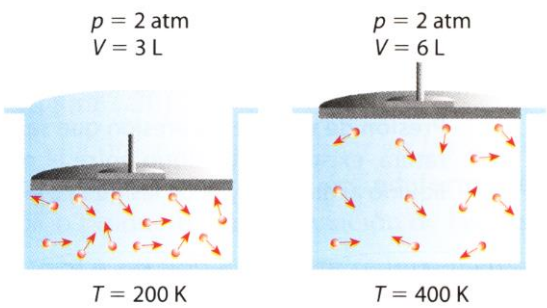


Supongamos que tenemos una cierta masa de gas encerrada en un recipiente cuya cubierta superior está provista de un émbolo móvil. Al reducir el volumen a la mitad manteniendo constante la temperatura, y por tanto las moléculas moviéndose a la misma velocidad, el número de colisiones por unidad de superficie que se producirán contra las paredes del recipiente será el doble, ya que el espacio se ha reducido a la mitad. En consecuencia la presión alcanzará un valor doble de la original.

b) <u>*Ley de Charles y Gay-Lussac*</u> (V = cte . T , para m y P ctes):

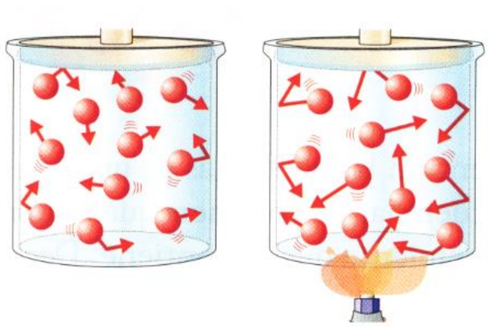
Si tenemos una cierta masa de gas encerrada en un recipiente provisto de un émbolo móvil a una cierta temperatura, las moléculas chocarán contra las paredes del recipiente y el émbolo ejerciendo una cierta presión que equilibra a la presión atmosférica exterior. Al calentar el gas, las partículas se mueven más deprisa, produciéndose un mayor número de choques contra el émbolo, y por tanto, un aumento de la presión interior que superará a la presión atmosférica exterior, lo que hace que el émbolo se desplace con el consiguiente aumento de volumen. Este aumento de volumen reduce el número de colisiones contra el émbolo y por tanto se reduce la presión interior. De esta forma, el desplazamiento del émbolo tiene lugar hasta que la presión interior vuelve a equilibrarse con la presión exterior. Así pues, a presión constante, el volumen aumenta conforme lo hace la temperatura.





c) *<u>2ª Ley de Gay-Lussac</u>* (P = cte . T , para m y V ctes)

Supongamos un recipiente de volumen constante que contiene una cierta masa de gas. Al aumentar la temperatura aumenta la velocidad de las moléculas, produciéndose un mayor número de choques contra las paredes del recipiente, lo que origina un aumento de la presión.



d) *<u>Cero absoluto de temperaturas</u>* (límite inferior de temperaturas)

Al enfriar un gas la velocidad y la energía cinética media de sus moléculas disminuye, por lo que debe alcanzarse una temperatura a la cual la energía cinética y la velocidad se anulen. Lógicamente, no pueden disminuirse más allá de este límite, y ésta debe ser la temperatura más baja que puede alcanzarse (cero absoluto = 0 K).

Actividad 7

1. ¿Por qué al arder la llama de una vela, la cera más próxima a esta llama está líquida?

Actividad 8

¿Por qué una sustancia como el agua puede encontrarse en los tres estados? ¿Qué le ocurre a sus moléculas?

La siguiente lista de temperaturas esta expresada en grados Kelvin y en grados Celsius, empareja aquellas que hagan referencia al mismo valor.

a) 37ºC	b) 0ºC	c) -273ºC	d) 25ºC	e) 110ºC
1) 298K	2) 310K	3) 0K	4) 383K	5) 273K

Actividad 9

1. 4 litros de un gas están a una presión de 600mmHg ¿Cuál será su nuevo volumen cuando la presión aumente hasta 800mmHg?

2. En un rifle de aire comprimido se logran encerrar 150 cm^3 de aire que se encontraban a presión normal y que ahora pasan a ocupar un volumen a 25cm^3

¿Qué presión ejerce el aire?

Actividad 10

1. Cierto volumen de un gas se encuentra a una presión de 970 mmHg cuando su temperatura es de 25.0°C. ¿A qué temperatura deberá estar para que su presión sea 760 mmHg?

2. Dentro de las cubiertas de un coche el aire está a 15ºC de temperatura y 2 atmósferas de presión. Calcular la presión que ejercerá ese aire si la temperatura, debido al rozamiento sube a 45ºC.

3. Una masa gaseosa ocupa un volumen de 250cm^3 cuando su temperatura es de -5ºC y la presión 740mmHg. ¿Qué presión ejercerá esa masa gaseosa si, manteniendo constante el volumen, la temperatura se eleva a 27ºC?

Actividad 11

1. Un gas tiene un volumen de 2.5 L a 25 °C. ¿Cuál será su nuevo volumen si bajamos la temperatura a 10 °C?

2. Una cierta cantidad de gas, que ocupa un volumen de 1L a la temperatura de 100ºC y a 760mmHg de presión, se calienta hasta 150ºC manteniendo la presión constante. ¿Qué volumen ocupará en estas últimas condiciones?

Actividad 12

1. Un gas, a temperatura constante, ocupa un volumen de 50 l a la presión de 2 atm. ¿Qué volumen ocupará si duplicamos la presión?

2. Al calentar un recipiente que estaba a 300 K, la presión del gas que contiene pasa de 2 a 10 atm. ¿Hasta qué temperatura se ha calentado?

3. Manteniendo constante la presión, se ha duplicado el volumen del gas. ¿Qué le habrá pasado a su temperatura?

4. ¿Qué volumen ocuparán 2 moles de gas a 5 atm de presión y a una temperatura de 500 K?

5. Un gas, a temperatura constante, ocupa un volumen de 20 l a la presión de 3 atm. ¿Qué volumen ocupará si la presión pasa a ser de 5 atm?

6. Al calentar un recipiente que estaba a 100 ºC, la presión del gas que contiene pasa de 2 a 8 atm. ¿Hasta qué temperatura se ha calentado?

7. ¿Qué presión ejercerán 2 moles de gas si ocupan 10 l a una temperatura de 300 K?

8. A una presión de 2026 mb y una temperatura de 0 ºC, un gas ocupa un volumen de 5 l. ¿Cuántos moles de gas hay presentes?

7.- Respuestas de algunas de las actividades

Respuesta de la actividad 7

1. Porque con el calor de la llama, la cera alcanza su punto de fusión y se derrite, pasando de estado sólido a estado líquido.

Respuesta de la actividad 8

La teoría cinética es capaz de explicar porqué una misma sustancia se puede encontrar en los 3 estados: sólido, líquido y gas, hielo, agua y vapor de agua. Esto depende sólo de la manera de agruparse y ordenarse las partículas en cada estado.

En el hielo las partículas solamente pueden moverse **vibrando** u oscilando alrededor de posiciones fijas, pero no pueden moverse trasladándose libremente a lo largo del hielo.

Las partículas en el estado sólido propiamente dicho, se disponen de forma ordenada, con una regularidad espacial geométrica, que da lugar a diversas **estructuras cristalinas**. Al aumentar la **temperatura** aumenta la vibración de las partículas de hielo.

En los líquidos, en este caso el agua, las partículas están unidas por unas **fuerzas de atracción menores que en los sólidos**, por esta razón las partículas en el agua pueden trasladarse con libertad. El número de partículas por unidad de volumen es muy alto, por ello son muy frecuentes las colisiones y fricciones entre ellas.

Así se explica que los líquidos no tengan forma fija y adopten la forma del recipiente que los contiene. También se explican propiedades como la fluidez o la viscosidad. En el agua y en los líquidos en general, el movimiento es desordenado, pero existen asociaciones de varias partículas que, como si fueran una, se mueven al unísono. Al aumentar la **temperatura** aumenta la movilidad de las partículas (su energía).

En el vapor de agua y en los gases en general, **las fuerzas que mantienen unidas las partículas son muy pequeñas**. En un gas el número de partículas por unidad de volumen es también muy pequeño. Las partículas se mueven de forma desordenada, con choques entre ellas y con las paredes del recipiente que los contiene. Esto explica las propiedades de **expansibilidad** y **compresibilidad** que presentan los gases: sus partículas se mueven libremente, de modo que ocupan todo el espacio disponible. La compresibilidad tiene un límite, si se reduce mucho el volumen en que se encuentra confinado un gas éste pasará a estado líquido.
Al aumentar la **temperatura** las partículas se mueven más deprisa y chocan con más energía contra las paredes del recipiente, por lo que aumenta la presión.

Respuesta de la actividad 9

1. Como la presión en ambas situaciones la da en las mismas unidades, no es necesario hacer la conversión, así las unidades del resultado concordarán con las unidades de la situación inicial.

Aplicando la ley de Boyle-Mariotte, $P_0 \cdot V_0 = P_1 V_1$

$$600\,mmHg \cdot 4\,l = 800\,mmHg \cdot V_1$$

$$V_1 = \frac{600\text{mmHg} \cdot 4\text{ l}}{800\text{mmHg}} = 3 \text{ litros de gas}$$

2. Aplicando la ley de Boyle –Mariotte, $P_0\ V_0 = P_1\ V_1$

$$P_1 = \frac{1\text{ atm} \cdot 150\text{cm}^3}{25\text{cm}^3} = 6 \text{ atmósferas de presión}$$

Respuesta de la actividad 10

1. Aplicando la primera ley de Charles y Gay- Lussac: $\frac{P_0}{T_0} = \frac{P_1}{T_1}$

Primero expresamos la temperatura en kelvin: $T_0 = (25 + 273)$ K= 298

K Ahora sustituimos los datos en la ecuación:

$$\frac{970mmHg}{298K} = \frac{760mmHg}{T_1} \quad T_1 = \frac{760\text{mmHg} \cdot 298\text{K}}{970\text{mmHg}}$$

Resolviendo T_1 obtenemos que la nueva temperatura es 233.5 K o lo que es lo mismo -39.5 °C.

2. Primero expresamos la temperatura en kelvin:

$$T_0 = (15 + 273) \text{ K} = 288 \text{ K}$$

$$T_1 = (45 + 273) \text{ K} = 318 \text{ K}$$

Aplicando la primera ley de Charles y Gay- Lussac: $\frac{P_0}{T_0} = \frac{P_1}{T_1}$

$$\frac{2atm}{288K} = \frac{P_1}{318K} \qquad P_1 = \frac{2\text{atm} \cdot 318\text{K}}{288\text{K}}$$

Resolviendo P_1 obtenemos que la nueva presión es de 2,21 atmósferas.

3. Primero expresamos la temperatura en kelvin:

$T_0 = (-5 + 273)\ K = 268\ K$

$T_1 = (27 + 273)\ K = 300\ K$

Aplicando la primera ley de Charles y Gay-Lussac: $\frac{P_0}{T_0} = \frac{P_1}{T_1}$

$$\frac{740mmHg}{268K} = \frac{P_1}{300K} \quad T_1 = \frac{740\text{mmHg} \cdot 300\text{K}}{268\text{K}}$$

Resolviendo P_1 obtenemos que la nueva presión es 282,4 mmHg. Si aplicamos el factor de conversión de milímetros de mercurio a atmósferas, $P_1 = 1{,}09$ atm.

Respuesta de la actividad 11

1. Recuerda que en estos ejercicios siempre hay que usar la escala Kelvin.

Primero expresamos la temperatura en kelvin:
$T1 = (25 + 273)\ K = 298\ K$

$T2 = (10 + 273)\ K = 283\ K$

Aplicando la segunda ley de Charles y Gay-Lussac: $\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_1}{T_1}$

$$\frac{2{,}5\ L}{298k} = \frac{V_1}{283k} \qquad V_1 = \frac{2{,}5\ \text{L} \cdot 283\text{K}}{298\text{K}}$$

Si despejas V_1 obtendrás un valor para el nuevo volumen de 2.37 L.

2. Primero expresamos la temperatura en

kelvin: $T1 = (100 + 273)\ K = 378\ K$

$T2 = (150 + 273)\ K = 423\ K$

Aplicando la segunda ley de Charles y Gay-Lussac: $\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_1}{T_1}$

$$\frac{1\,L}{378k} = \frac{V_1}{423k} \qquad V_1 = \frac{1\,L \cdot 423K}{378K}$$

Si despejas V_1 obtendrás un valor para el nuevo volumen de 1,134 L.

Respuesta de la actividad 12

1. Aplicando la ley de Boyle –Mariotte, $P_0\ V_0 = P_1\ V_1$

$$V_1 = \frac{P_0 \cdot V_0}{P1} \qquad V_1 = \frac{2\text{ atm} \cdot 50L}{4\text{ atm}} = 25 \text{ litros}$$

2. Aplicando la primera ley de Charles y Gay- Lussac: $\frac{P_0}{T_0} = \frac{P_1}{T_1}$

$$\frac{2atm}{300K} = \frac{10atm}{T_1} \qquad T_1 = \frac{10\text{atm} \cdot 300K}{2\text{ atm}}$$

Resolviendo T_1 obtenemos que la nueva temperatura es 1 500 kelvin.

3. Aplicando la 2º ley de Charles y Gay-Lusac, podemos comprobar que al aumentar el volumen al doble, la temperatura en el estado final también aumenta al doble.

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_1}{T_1}$$

Si V_1 es dos veces V_0, $V_1 = 2\ V_0$. Sustituyendo en la ecuación,

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{2 \cdot V_0}{T_1} \qquad T_1 = \frac{T_0 \cdot 2 \cdot V_0}{V_0} \qquad T_1 = 2T_0$$

4. Si aplicamos la ley de los gases ideales, $P\ V = n\ R\ T$. Cuando la cantidad de materia esta en moles, la presión se expresa en atmósferas y la temperatura en Kelvin, el volumen vendrá dado en litros y el valor de la

constante R es de 0,082 atm.L/mol.K

$5\ V = 2\ 0{,}082\ 500$ V= 164 Litros

5. Aplicando la ley de Boyle –Mariotte, $P_0\ V_0 = P_1\ V_1$

$$V_1 = \frac{P_0 \cdot V_0}{P1} \qquad V_1 = \frac{3\ atm \cdot 20L}{5\ atm} = 12 litros$$

6. Aplicando la primera ley de Charles y Gay-Lussac: $\frac{P_0}{T_0} = \frac{P_1}{T_1}$

$$\frac{2atm}{100K} = \frac{8atm}{T_1} \qquad T_1 = \frac{8atm \cdot 100K}{2\ atm}$$

Resolviendo T_1 obtenemos que la nueva temperatura es 400 kelvin, es decir, 127ºC.

7. Si aplicamos la ley de los gases ideales, **P V = n R T.**

Cuando la cantidad de materia esta en moles, el volumen se expresa en litros y la temperatura en Kelvin, la presión vendrá dada en atmósferas y el valor de la constante R es de 0,082 atm.L/mol.K

$P\ 10 = 2\ 0{,}082\ 300$ P = 4,92 atmósferas

8. La ecuación que debemos emplear para resolver este ejemplo es la ecuación de los gases ideales. Para poder usar el valor de R = 0,082 atm.L/mol.K, la presión debemos convertirla en atmósferas y la temperatura en Kelvin, para ello, operamos como vimos en apartados anteriores:

$$2\,026mb \cdot \frac{1\ atmósfera}{1\,013mb} = \frac{2\,026 \cdot 1}{1\,013} = 2\ atmósferas$$

T = (0ºC + 273) K= 273 K

Ahora ya podemos aplicar la ley de los gases ideales, P V = n R T.

$2\ 5 = n\ 0{,}082\ 273 \qquad n = 0{,}45$ moles

Bloque 11. Tema 5

Genética Molecular. Célula, genética y evolución.

ÍNDICE

PRESENTACIÓN

La unidad anatómica y fisiológica de todo ser vivo es la célula. Las células sin núcleo verdadero son las procariotas y la que si lo tienen se denominan eucariotas.
Conoceremos cómo se dividen y como se trasmiten la información a través del ADN, material que forma los cromosomas.
Los seres vivos cambian continuamente y evolucionan. Probablemente a partir de una única célula primitiva se han desarrollado todas las formas de vida que hoy conocemos (actuales y desaparecidas) incluido el Hombre

1.- LA CÉLULA. ALGUNAS CARACTERÍSTICAS

Gracias al microscopio se conoce la estructura de los seres vivos. Por ello se sabe que en todos los seres vivos se repiten unas unidades estructurales que se llaman células. Todas las células cumplen las mismas funciones del ser vivo: nutrición, relación y reproducción**.**

La célula procariota es la célula más primitiva, por lo que es el tipo de célula más sencillo. Se caracteriza por **no** poseer un **núcleo** diferenciado, rodeado por una membrana. En cambio, el material genético (ADN) se encuentra disperso por el citoplasma. Prácticamente todos los organismos basados en células procariotas son unicelulares.

La célula **eucariota** **sí** tiene un **núcleo** rodeado por una membrana, dentro del cual se encuentra el ADN. La mayor parte de las células con eucariotas, como las células de los animales y de las plantas verdes, y en ellas podemos distinguir principalmente las siguientes partes: Membrana, citoplasma y núcleo.

2.- NÚCLEO

Se encuentra en el centro de la célula y es, generalmente, de forma esférica. En él se encuentran los caracteres hereditarios y, además, dirige toda la actividad que tiene lugar en el citoplasma.

En el núcleo podemos distinguir:

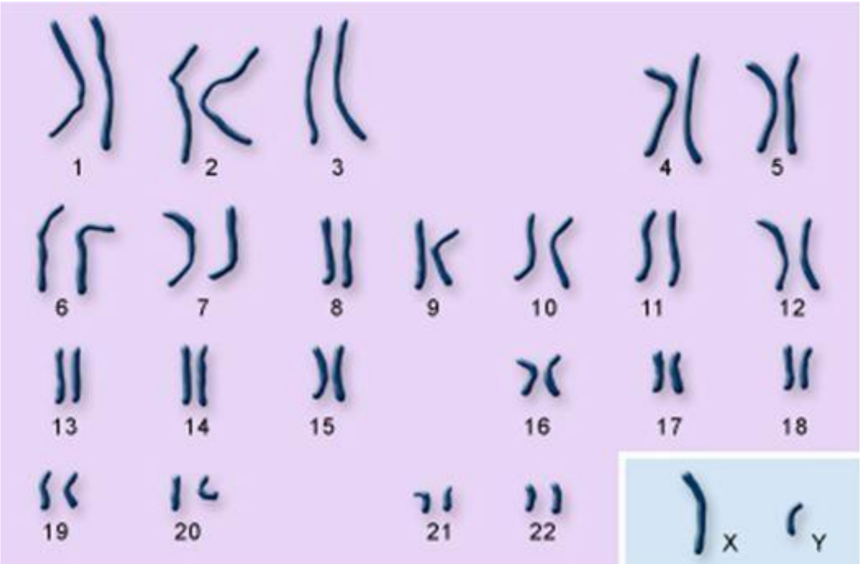
- **Membrana Nuclear.** Es la que envuelve al núcleo y lo separa del citoplasma.
- **Cromosomas.** Son estructuras individuales que existen en el núcleo de la célula y que son portadores del patrimonio genético del individuo a través del **ADN** (ácido desoxirribonucleico).
- **Nucleolos.** Contienen **ARN** (ácido ribonucleico) que es el que interviene en la fabricación de las proteínas.

3.- Los procesos de la división celular: la mitosis y la meiosis

3.1.- La mitosis

Es un proceso de división celular, propio de las células eucariotas, mediante el cual **una célula madre da lugar a dos células hijas, idénticas a la célula madre, con la misma información genética**.

Este proceso se produce en células diploides. Una célula diploide es aquella que tiene pares de cromosomas (en general, 2n cromosomas). Las células humanas diploides tienen 23 pares de cromosomas (por tanto, 46 cromosomas). Todas las células humanas a excepción de las reproductoras (espermatozoides y óvulos) son diploides.



Cromosomas células diploides

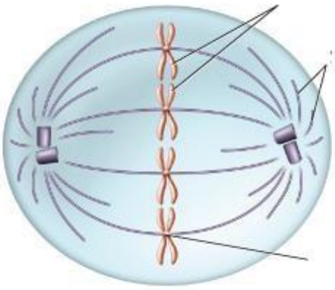
Este tipo de división se utiliza para:

- Reproducción de muchos seres unicelulares.
- Desarrollo y crecimiento de organismos pluricelulares (cuando crecemos, nuestras

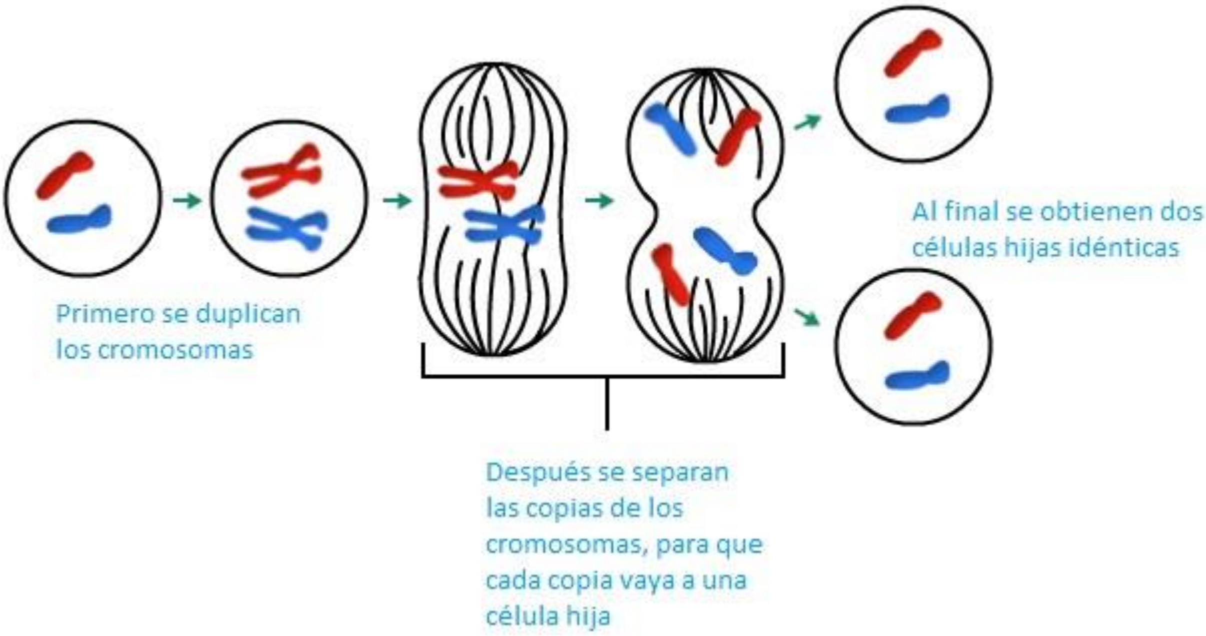
células de tejidos y órganos como la piel, pulmones, etc se reproducen por mitosis, de forma que va creciendo el número de células de nuestro organismo)

Cada mitosis tiene una fase inicial, durante la cual los cromosomas se duplican, quedando formado cada cromosoma por dos **cromátidas**, lo que asegura que las dos células hijas obtengan exactamente la misma información genética de la célula madre. Cuando se duplica un cromosoma en esta fase, queda unido a su copia, formando dos cromátidas unidas por lo que se denomina centrómero.

Posteriormente, los centriolos se encargan de separar las cromátidas de cada cromosoma replicado, para asegurarse de que cada copia del cromosoma vaya a una célula hija.



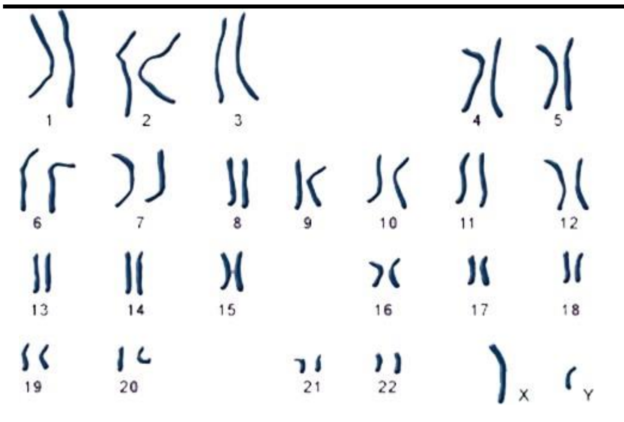
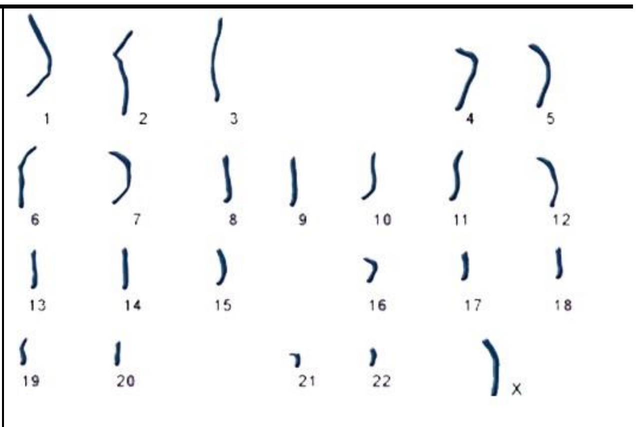
Finalmente, cada cromosoma duplicado va a una célula hija, obteniéndose dos células hijas.



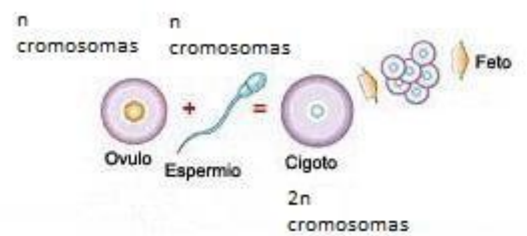
3.2.- La meiosis

La **meiosis** es un proceso básico en la reproducción sexual, que se produce para dar lugar a las células reproductoras o **gametos**. Consiste en dos divisiones celulares consecutivas.

Este proceso se produce en células diploides, pero se originan cuatro células hijas haploides. Una célula haploide es aquella que no tiene pares de cromosomas (en general, n cromosomas). Las células humanas diploides tienen 23 pares de cromosomas (por tanto, 46 cromosomas), pero las haploides solo tienen 23 cromosomas no emparejados. Las únicas células haploides humanas son los óvulos y los espermatozoides.

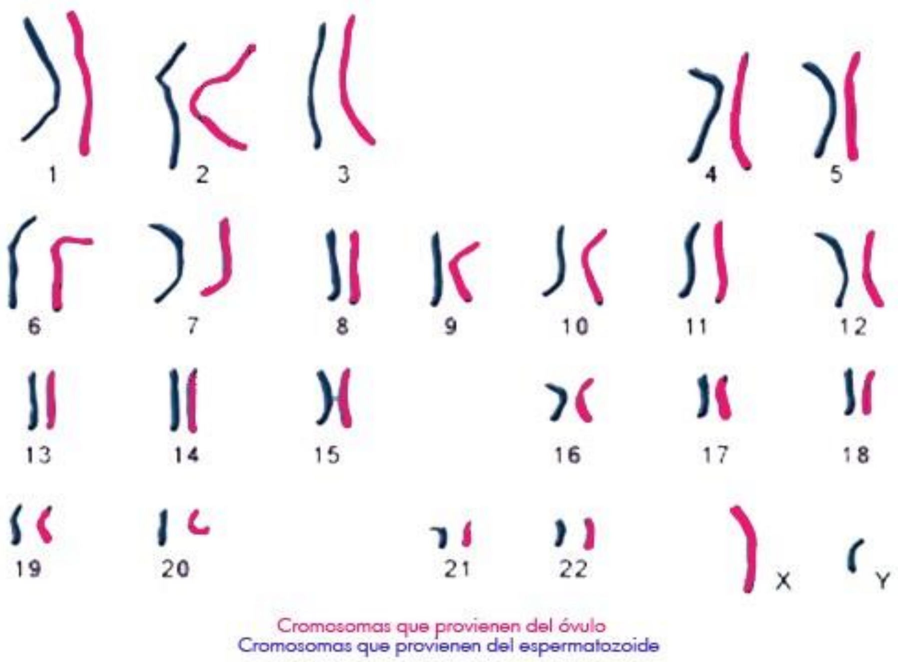
	
Cromosomas de una célula diploide humana (23 pares = 46 cromosomas)	***Cromosomas de una célula haploide humana (23 cromosomas)***
Cualquier célula menos óvulos y espermatozoides	*Óvulos y espermatozoides*

El hecho de por qué las células reproductoras tienen sólo 23 cromosomas es sencillo. En el momento de la fecundación, se unen un óvulo (23 cromosomas) y un espermatozoide (23 cromosomas), formándose una nueva célula (cigoto), que es la primera célula del nuevo individuo, que será diploide, pues tendrá 23 pares de cromosomas (se emparejan cromosomas homólogos de óvulo y espermatozoide)..



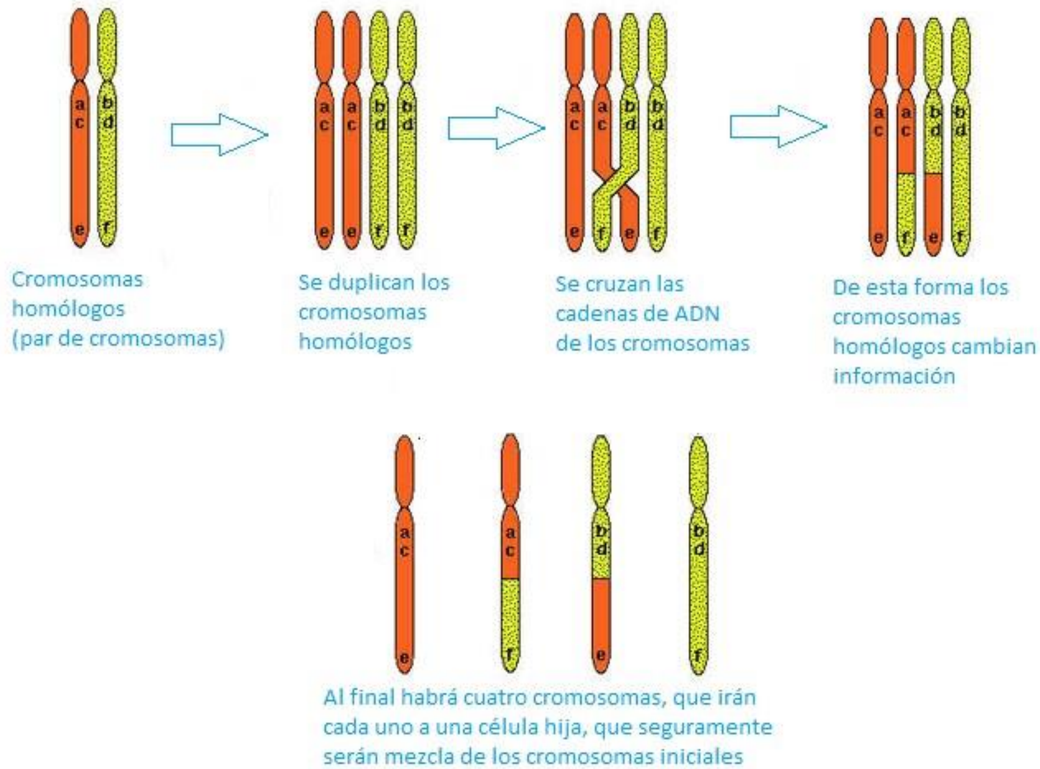
Mediante la meiosis, una célula diploide con “n” **pares de cromosomas** (2n cromosomas) en su núcleo, dará lugar a **cuatro gametos** (óvulos o espermatozoides) con la mitad de cromosomas: sólo “**n**”.

En una célula diploide, los cromosomas de cada par son homólogos (es decir, tienen los mismos genes) pero no exactamente iguales. Uno procede del padre y otro de la madre.



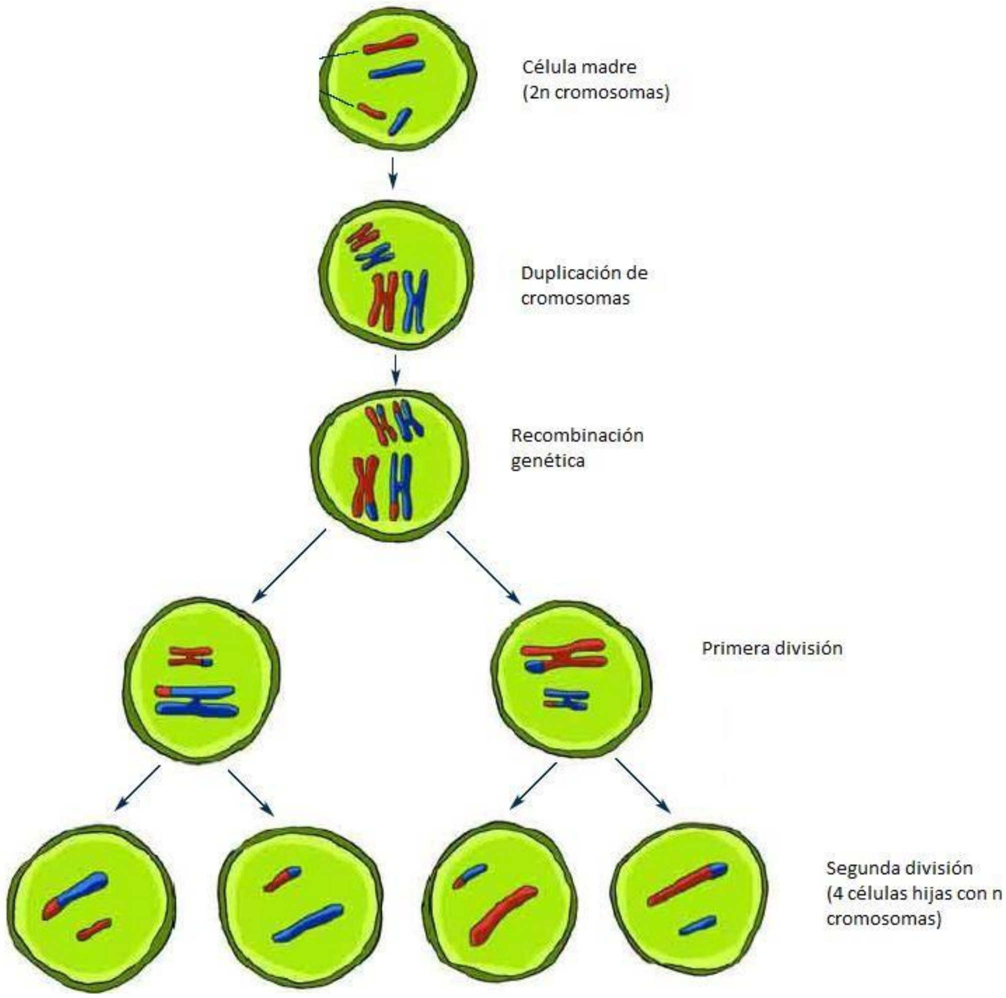
Al inicio de la meiosis se produce, igual que en la mitosis, la duplicación de los 23 pares de cromosomas.

Posteriormente tiene lugar lo que se llama **recombinación genética** de los cromosomas homólogos ya duplicados, que consiste en que algunos genes del cromosoma procedente del padre pasan al de la madre y viceversa. Este proceso es la **clave de la reproducción sexual**, ya que permite que los hijos sean diferentes a los padres.



Después de la recombinación, la célula se divide por primera vez y los cromosomas homólogos se separan, quedando cada célula con la mitad de cromosomas (**n**).

A continuación, se produce una segunda división de cada célula, muy parecida a la mitosis (las dos cromátidas de cada cromosoma se separan) con lo que resultarán cuatro células (gametos) con **n** cromátidas cada una. Cada cromátida dará lugar al correspondiente cromosoma completo.



TRANSCRIPCIÓN Y TRADUCCIÓN

La transcripción del ADN es el primer **proceso mediante el cual** se transfiere la información contenida en la **secuencia del ADN** hacia la secuencia de proteína utilizando **diversos ARN** como intermediarios. Durante la transcripción genética, las secuencias de ADN son copiadas a ARN mediante una enzima.

En el caso de las eucariotas, el proceso se realiza en el núcleo.

La **traducción** es el segundo proceso de la síntesis proteica (parte del proceso general de la expresión génica). Ocurre en el citoplasma, donde se encuentran los ribosomas. Los ribosomas están formados por una subunidad pequeña y una grande que rodean al ARN. En la traducción, el ARN se decodifica para generar una cadena específica de aminoácidos, llamada polipéptido (el producto de la traducción), de acuerdo con las reglas especificadas por el código genético. **Es el proceso que convierte una secuencia de ARN en una cadena de aminoácidos para formar una proteína**. Es necesario que la traducción venga precedida de un primer proceso de transcripción.

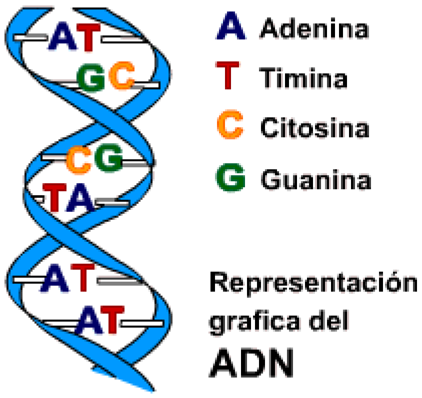
4.- EL ADN Y LA HERENCIA GENÉTICA

4.1.- Los cromosomas y el ADN

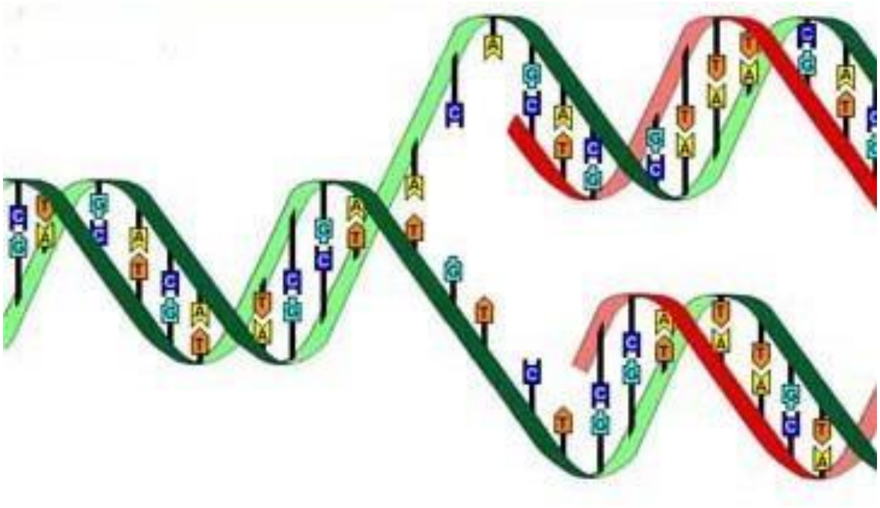
Los **cromosomas** son un componente del núcleo celular que se condensan y aparecen cuando la célula está en división (mitosis o meiosis) y que están compuestos por ADN y proteínas.

4.2.- El código genético

Los cromosomas contienen el ADN (ácido desoxirribonucleico), el cual está formado por la unión de pequeñas moléculas que se llaman **nucleótidos**; en el ADN sólo existen cuatro tipos de nucleótidos distintos, diferenciándose solamente en uno de sus componentes, las llamadas **bases nitrogenadas**:

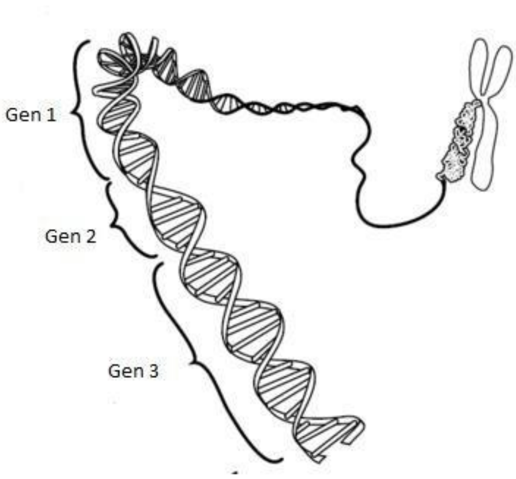


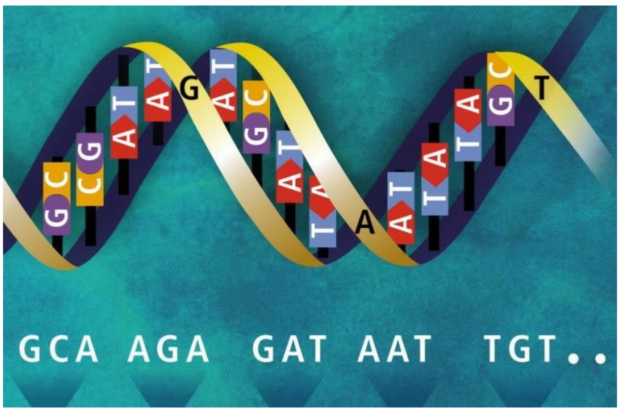
Estas bases, en la molécula de ADN se encuentran emparejadas: la adenina es capaz de unirse con la timina **(A-T)** y la guanina siempre se empareja con la citosina **(G-C),** formando una estructura de dos cadenas enrolladas una sobre la otra, de forma similar a una escalera de caracol. Es lo que se conoce como estructura de **doble hélice**.



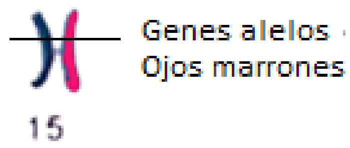
Este esquema representaría un fragmento de ADN, y es la materia que constituye los **genes**. Un **gen** no es más que un fragmento de ADN, con información para un carácter determinado, de tal manera que un cromosoma se puede considerar como un conjunto de genes. Cada gen determina un carácter del ser vivo. Por ejemplo, hay un gen que determina el color del pelo, otro que determina el color de los ojos y así sucesivamente.

El cromosoma se parece, al microscopio, a una madeja de hilo. Si pudiésemos desenmarañarla veríamos como cada trocito contiene la información de un rasgo hereditario que determina nuestro aspecto. En cada par de cromosomas hay una media de **4.000 genes**.





En la mayor parte de las especies, como las de las plantas y animales superiores, cada individuo tiene un conjunto de genes heredados de sus dos progenitores. Para un solo carácter, el individuo tiene dos genes: el que procede del padre y el que ha heredado de su madre. Los dos genes que informan de una misma característica (como el color del pelo) se llaman **genes alelos**.



5.- LAS LEYES DE LA HERENCIA

Todos sabemos que se puede observar un cierto parecido entre una persona y sus familiares más directos (padres, hijos, hermanos). Este parecido entre individuos de la misma familia, la misma raza o de la misma especie no se debe a la casualidad, sino que existen ciertas leyes o pautas que condicionan el desarrollo de los seres vivos; estas pautas están contenidas en el material genético que se transmite de generación en generación y constituye la herencia biológica.

Mucho antes del descubrimiento del ADN, el monje agustino austriaco **Gregor Mendel**, a pesar de que su trabajo fue casi despreciado por la mayor parte de los científicos de su época, descubrió las **leyes de la herencia**.

¿Cómo llego Mendel a obtener sus conclusiones?

Mendel utilizó la planta del guisante.

1. Mendel cortaba los estambres de las flores y las protegía para impedir que se polinizaran de forma natural.

2. Luego, usando un pincel, las polinizaba con el polen que seleccionaba. De esta forma sabía qué plantas intervenían en la formación de las semillas.

3. Sembraba los guisantes y...

4. Cuando crecían se fijaba en los rasgos de las nuevas plantas.

¿Qué vio Mendel?

Al principio, se fijó solamente en una característica, el **color** de la semilla. Aunque los guisantes que conoces, los que se echan en el arroz o los que se cocinan salteados con jamón serrano, son verdes, los hay de color amarillo.

Experimento 1:

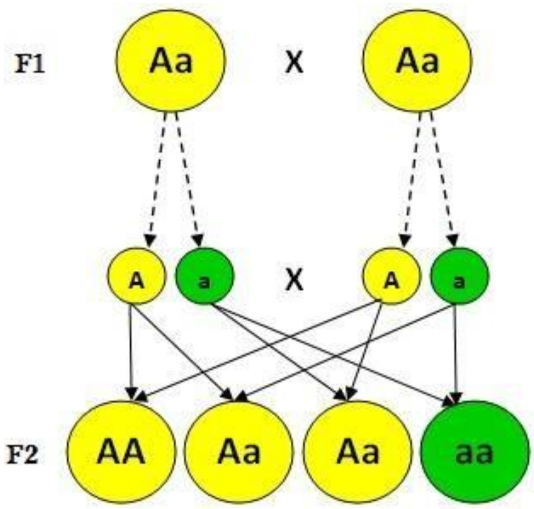
Cruzaba plantas con semillas amarillas y otras de semillas verdes. Es curioso, todas las nuevas plantas producían semillas amarillas.

Experimento 2:

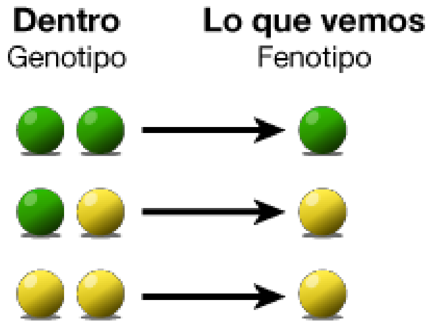
Pero, cuando cruzaba estas plantas hijas aparecían en la siguiente cosecha una pequeña proporción con semillas verdes (un 25 %, aproximadamente). Esto tiene una explicación bastante sencilla. Las semillas contienen información por duplicado del color amarillo y del color verde.

Cada planta trasmite a la nueva generación la **mitad** de la información que contiene. Si contiene información del color amarillo y del verde, pasará a sus descendientes una de las dos.

Algunos rasgos no se manifiestan, como el color verde de las semillas, en presencia de información distinta, como el color amarillo. Se dice que el verde **(a)** es un rasgo **recesivo**, frente al amarillo que se llama **dominante (A)**.



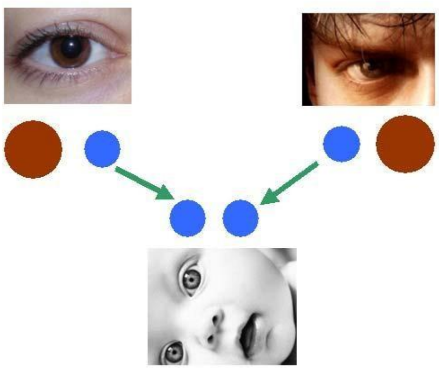
Por tanto, para cada característica, los seres vivos tendrán dos genes. Esta combinación de dos genes para una determinada característica, es lo que se denomina **genotipo.** Cuando ambos genes son idénticos, la característica se manifestará tal cual (por ejemplo, si los dos genes de los guisantes tienen información de color amarillo, el guisante será amarillo, y si tienen ambos información de color verde, el guisante será verde). Cuando los genes de un determinado carácter son distintos, se manifestará el dominante (en el caso de los guisantes, si tiene un gen para color amarillo y otro para el verde, será amarillo porque es dominante). La manifestación de una característica en un ser vivo se denomina **fenotipo.**



Estas son algunas de las conclusiones que obtuvo Mendel. Hoy en día conocemos mucho mejor los mecanismos por los que se transmite de padres a hijos los caracteres hereditarios.

Por ejemplo el **color oscuro** de cabellos y ojos es un rasgo **dominante**, así que de un padre rubio y una madre morena, lo más "probable" es que el hijo o hija sea moreno.

EJEMPLO. Juan y María tienen los ojos oscuros, su bebé, Alejandro, tiene los ojos azules. ¿Cómo ha podido ocurrir esto?:



A = color marrón (gen dominante) a = color azul (gen recesivo)

AA y Aa tendrán fenotipo marrón aa tendrá fenotipo azul

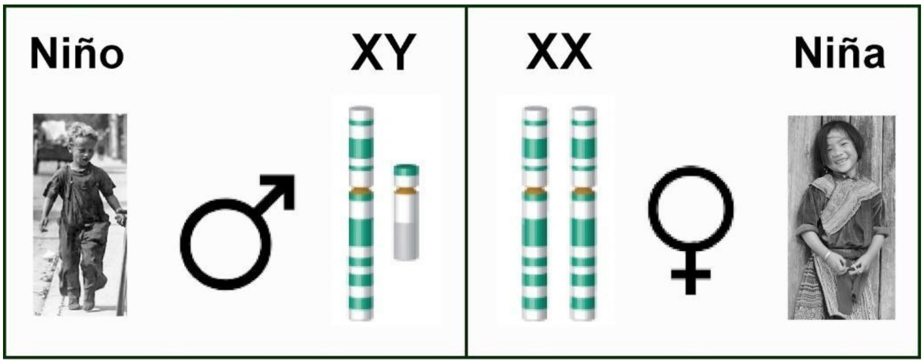
	Genotipo del Padre	
Genotipo de la madre	A	a
A	AA	Aa
a	Aa	aa
	Genotipo de los posibles descendientes (75% con ojos marrones,	

Esto ha podido ocurrir porque tanto Juan como María tenían un antepasado de ojos azules que les dejó en su código genético este "gen recesivo" (está ahí y no se ve), como muestra el gráfico anterior. En realidad esto no es exactamente así; lo hemos simplificado un poco para que te resulte comprensible. En realidad el color de los ojos depende de varios genes y la cosa es algo más complicada.

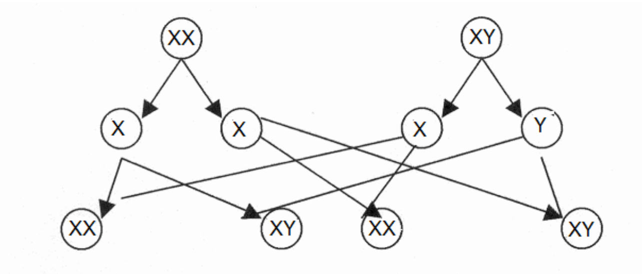
5.1.- La herencia del sexo

En los organismos eucariotas existen dos series de cromosomas que pueden agruparse en parejas de homólogos. Estos cromosomas son iguales en su forma y tamaño salvo en el caso de dos de ellos que son diferentes según el sexo del individuo; son los denominados cromosomas sexuales.

En los mamíferos, las hembras los tienen iguales, llamándose a su **genotipo XX,** mientras que en los **machos es XY.**



Los caracteres cuyos genes estén en el cromosoma Y no lo pueden presentar más que los varones, que se lo transmitirán a todos sus hijos varones.

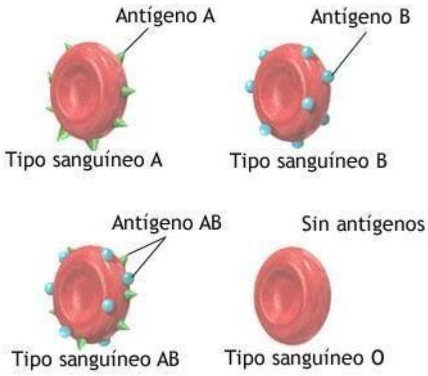


	Genotipo del Padre	
Genotipo de la madre	X	Y
X	XX	XY
X	XX	XY
	Genotipo de los posibles descendientes (50% varones, 50% mujeres)	

Lógicamente, la posibilidad de uno u otro sexo en la descendencia es en principio de un 50%

5.2.- La herencia del grupo sanguíneo

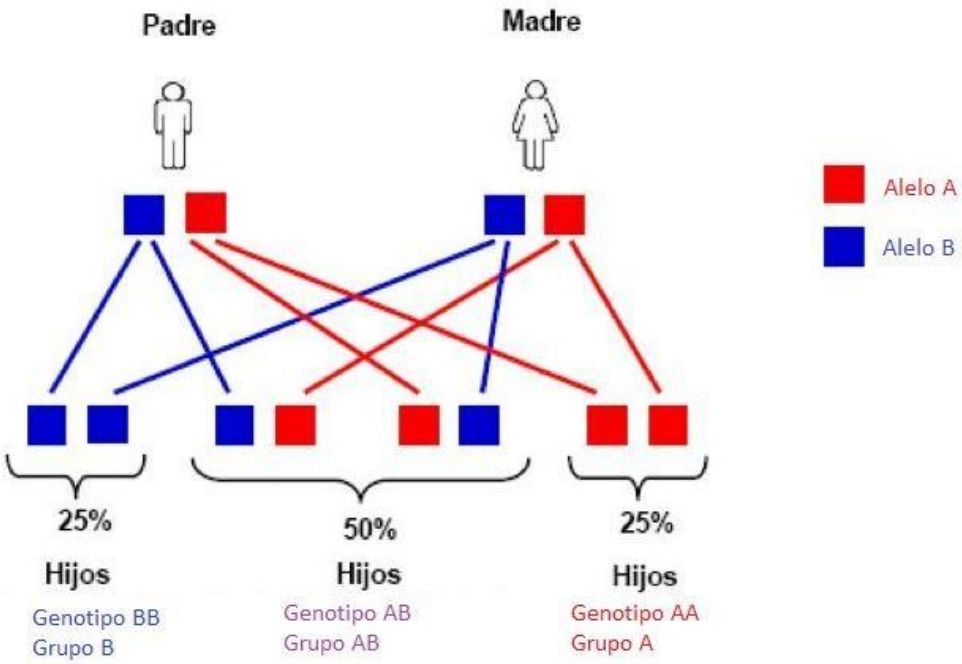
Nuestro grupo sanguíneo se divide en tres grupos en función de los antígenos presentes en la sangre. Cada uno de nosotros hereda de nuestro padre y de nuestra madre un tipo de antígenos que presentan los glóbulos rojos de nuestra sangre (A, B y 0), formando una combinación de dos de ellos en nuestro fenotipo. Las combinaciones posibles son:



ANTÍGENOS (Genotipo)	GRUPO SANGUÍNEO (Fenotipo)
00	**0**
0A	**A**
AA	**A**
0B	**B**
BB	**B**
AB	**AB**

Aunque el genotipo tiene dos tipos de antígenos, el fenotipo, es decir, el grupo sanguíneo, se reduce a cuatro tipos (A, B, 0 y AB).

Conociendo el grupo sanguíneo de los padres, se puede saber el grupo sanguíneo posible de los hijos, y descartar en algunos casos los que son imposibles.



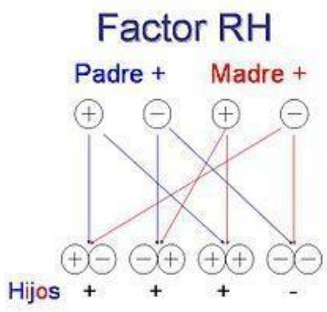
Grupos Sanguíneos		Hijos posibles	Hijos NO posibles
Padre 0	Madre 0	0	A , B , AB
Padre 0	Madre A	0, A	B , AB
Padre 0	Madre B	0, B	A , AB
Padre 0	Madre AB	A , B	0 , AB

Grupos Sanguíneos		Hijos posibles	Hijos NO posibles
Padre B	Madre 0	0 , B	A , AB
Padre B	Madre A	0, A, B , AB	
Padre B	Madre B	0, B	A , AB
Padre B	Madre AB	A , B , AB	0

Grupos Sanguíneos		Hijos posibles	Hijos NO posibles
Padre A	Madre 0	0 , A	B , AB
Padre A	Madre A	0, A	B , AB
Padre A	Madre B	0, A, B , AB	
Padre A	Madre AB	A, B , AB	0

Grupos Sanguíneos		Hijos posibles	Hijos NO posibles
Padre AB	Madre 0	A , B	0 , AB
Padre AB	Madre A	A, B , AB	0
Padre AB	Madre B	A, B , AB	0
Padre AB	Madre AB	A , B , AB	0

Además, en la sangre hay que tener en cuenta el **factor Rh,** una proteína integral de la membrana de los glóbulos rojos. Son Rh positivas aquellas personas que presentan dicha proteína y Rh negativa quienes no presenten la proteína. El factor Rh se hereda del padre y de la madre, siendo el Rh+ dominante sobre el Rh-



+ = gen dominante

- = gen recesivo

++ y +- tendrán fenotipo +

- - tendrá fenotipo -

	Genotipo del Padre	
Genotipo de la madre	+	-
+	++	+-
-	+-	--
	Genotipo de los posibles descendientes (75% Rh positivo,	

A partir del grupo y el Rh, se establecen las posibles donaciones de sangre. Un Rh+ solo podrá donar a Rh+, mientras que un Rh- podrá donar a cualquier Rh. Además, el grupo 0 puede donar a 0, A, B y AB, mientras que el AB sólo podrá donar al AB. Esto hace que el grupo 0- sea el donante universal y el AB+ el receptor universal.

Tabla Resumen de Compatibilidades

receptores

donantes	A+	A-	B+	B-	AB+	AB-	O+	O-
A+	✓				✓			
A-	✓	✓			✓	✓		
B+			✓		✓			
B-			✓	✓	✓	✓		
AB+					✓			
AB-					✓	✓		
O+	✓		✓		✓		✓	
O-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

GENOTIPOS Y FENOTIPOS DE LOS GRUPOS SANGUÍNEOS DEL SISTEMA ABO		GENOTIPOS Y FENOTIPOS DE LOS GRUPOS SANGUÍNEOS ABO Y RH	
GENOTIPO	FENOTIPO (GRUPO SANGUÍNEO)	GENOTIPO	FENOTIPO (GRUPO SANGUÍNEO)
AA	A	AA++	A+
		AA+-	
		AO++	
		AO+-	
AO		AA--	A-
		AO--	
BB	B	BB++	B+
		BB+-	
		BO++	
		BO+-	
BO		BB--	B-
		BO--	
AB	AB	AB++	AB+
		AB+-	
		AB--	AB-
OO	O	OO++	O+
		OO+-	
		OO--	O-

Tabla resumen de genotipos y fenotipos sanguíneos

6.- GENÉTICA Y SOCIEDAD

6.1.- La ingeniería genética (cortar y pegar ADN)

La **ingeniería genética** se basa en la manipulación de genes (ADN) para obtener determinadas sustancias específicas aprovechables por los seres humanos: se trata de aislar –cortándolo de una molécula de ADN- el gen que produce la sustancia, e introducirlo en otro ser vivo que sea más sencillo -y barato- de manipular; lo que se consigue es modificar las características hereditarias de un organismo, alterando su material genético.

La ingeniería genética tiene hoy en día múltiples aplicaciones, entre las que podemos citar por su importancia:

la producción industrial de insulina

la fabricación de determinadas vacunas

la obtención de individuos resistentes a determinadas agresiones del ambiente o enfermedades (organismos transgénicos).

6.2.- Los alimentos transgénicos

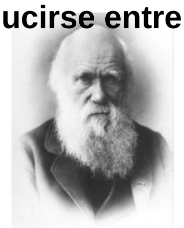
Llamamos alimentos transgénicos a alimentos genéticamente modificados. Mediante la ingeniería genética han podido modificarse las características de gran cantidad de plantas para hacerlas más útiles al hombre, son las llamadas plantas transgénicas. Una de las primeras plantas obtenidas mediante estas técnicas fue un tipo de tomates que tardan en madurar unas semanas después de ser cosechados. También se han conseguido plantas resistentes a productos químicos, insectos o enfermedades. Por ejemplo, ya existen semillas de algodón insensibles a herbicidas y plantas transgénicas que resisten invasiones de virus o que producen toxinas dañinas para algunos insectos.

En cuanto al uso de productos transgénicos, hay opiniones para todos los gustos: hay *quien piensa que supone un gran avance para la humanidad, pero también hay quienes opinan que, a la larga, terminarán produciéndonos numerosos problemas y enfermedades.*

Por ejemplo, el cultivo de maíz modificado genéticamente, solo en España, supera una superficie de cultivo de 140.000 hectáreas, superando el 30% de la producción total de maíz en nuestro país.

7.- La evolución de los seres vivos

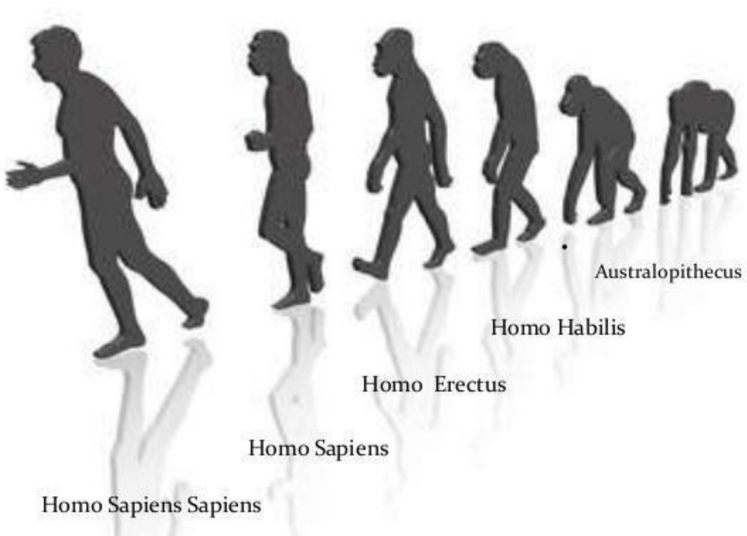
Hay especies que cambian mucho dependiendo de la edad y sexo y otras que apenas sufren modificaciones, pero los individuos que pertenecen a una misma especie mantienen una característica en común: son capaces de **reproducirse entre ellos** y tener **descendencia fértil**.



La evolución vista por Charles Darwin

Darwin enunció su teoría de la evolución con los siguientes postulados:

1. *Todas las especies producen una descendencia muy numerosa, mayor de la que puede sobrevivir.*
2. *Los descendientes, aunque se parecen, son distintos unos de otros.*
3. *Como el alimento y otros recursos son limitados, tienen que competir por ellos.*
4. *Solamente sobreviven aquellos individuos más capacitados.*
5. *Por eso generación tras generación se produce una selección de unos individuos en detrimento de otros menos aptos.*
6. *Al final, con el paso del tiempo la especie va cambiando.*



La forma y el funcionamiento de cada especie están determinados por los genes. Sin embargo, éstos sufren con cierta frecuencia modificaciones que pueden alterar su función, es lo que se llama **mutaciones**.

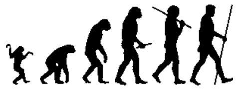
Pero, ¿cómo se producen las mutaciones?

Las mutaciones se producen como consecuencia de la exposición a radiaciones y a determinadas sustancias o por los mecanismos de división de las células. En cualquier caso producen cambios que suelen ser muy perjudiciales, aunque algunas veces, muy pocas, aportan una ventaja para el individuo.

¡¡Fíjate!! Las mutaciones están en los genes, y éstos se transmiten a los descendientes. Luego también ellas se podrán transmitir a los descendientes.

¿Cómo eran los habitantes de la tierra?

Si pudiramos retroceder en el tiempo y volver 5, 100, 300, 450, 600 y hasta 2.000 millones de años atrás el escenario que veríamos se parecería al que se señala en la tabla siguiente.

 **El reloj del tiempo** (millones de años	 **El medio ambiente**	 **Los seres vivos**
0 m. a.	Se reduce el nivel de hielo en los polos y el clima es más húmedo.	**Primeros homínidos** Desarrollo de las plantas gramíneas (trigo, avena, ...)
-5 m. a.	Un gran manto de hielo cubre el hemisferio norte. El clima es frío y seco.	**Predominan las aves y los mamíferos.** Desarrollo de las plantas con flor y de las gramíneas.
-100 m. a.	Solamente hay un continente. El clima es muy seco y cálido.	**En el gran continente hay plantas coníferas y grandes reptiles.**
-300 m. a.	En los continentes el clima es muy húmedo.	**Plantas e insectos terrestres.** Anfibios (ranas), reptiles y hongos.
-450 m. a.	En los continentes no hay seres vivos, ni plantas ni animales.	**Sólo vida marina:** peces, artrópodos, moluscos y Plantas
-600 m. a.		**Seres marinos:** esponjas, medusas, anélidos, artrópodos y algas pluricelulares.
-2.000 m. a.	Atmósfera muy escasa, temperatura	Solo viven **en el mar seres unicelulares**

Ámbito Científico y Tecnológico. Bloque 11

Ejercicios

Ejercicios Tema 3

1.- **a) Pasa a radianes los siguientes ángulos: 210° y 70°**

b) Pasa a grados los ángulos: $\frac{7\pi}{6}$ **rad y 3,5 rad**

Solución:

$$a)\ 210^\circ = 210\cdot\frac{\pi}{180}\ \text{rad} = \frac{7\pi}{6}\ \text{rad}$$

$$70^\circ = 70\cdot\frac{\pi}{180}\ \text{rad} = \frac{7\pi}{18}\ \text{rad}$$

$$b)\ \frac{7\pi}{6}\ \text{rad} = \frac{7\pi}{6}\cdot\frac{180^\circ}{\pi} = 210^\circ$$

$$3{,}5\ \text{rad} = 3{,}5\cdot\frac{180^\circ}{\pi} = 200^\circ\ 32'7''$$

2.- **Completa la siguiente tabla:**

GRADOS	35º		120º	
RADIANES		2π / 3		2

Solución:

$$35^\circ = \frac{35\cdot\pi}{180}\ \text{rad} = \frac{7\pi}{36}\ \text{rad}$$

$$\frac{2\pi}{3}\ \text{rad} = \frac{2\pi}{3}\cdot\frac{180^\circ}{\pi} = 120^\circ \quad \rightarrow \quad 120^\circ = \frac{2\pi}{3}\ \text{rad}$$

$$2\ \text{rad} = 2\cdot\frac{180^\circ}{\pi} = 114^\circ\ 35'30''$$

Por tanto:

GRADOS	**35º**	120º	**120º**	114º35'30"
RADIANES	7π / 36	**2π / 3**	2π / 3	**2**

3.-

a) Expresa en grados los siguientes ángulos dados en radianes $\frac{5\pi}{6}$ y 3

b) Expresa en radianes los ángulos: 225° y 100°

Solución:

a) $\frac{5\pi}{6}\text{ rad} = \frac{5\pi}{6}\cdot\frac{180^\circ}{\pi} = 150^\circ$

$3\text{ rad} = 3\cdot\frac{180^\circ}{\pi} = 171^\circ\,53'14''$

b) $225^\circ = 225\cdot\frac{\pi}{180}\text{ rad} = \frac{5\pi}{4}\text{ rad}$

$100^\circ = 100\cdot\frac{\pi}{180}\text{ rad} = \frac{5\pi}{9}\text{ rad}$

4.-

Calcular todas las razones trigonométricas en los siguientes casos:

a. $\operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{3} : \alpha < 90^\circ$

b. $\cos\alpha = -\frac{3}{5} : \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

c. $\operatorname{tag}\alpha = 2 : 180^\circ < \alpha < 270^\circ$

d. $\operatorname{cosec}\alpha = -\frac{3}{2} : 270^\circ < \alpha < 360^\circ$

e. $\sec\alpha = -2 : \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

f. $\operatorname{cotag}\alpha = -1 : 270^\circ < \alpha < 360^\circ$

Solución.

a. $\operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{3}$ Si $\alpha < 90^\circ \Rightarrow \alpha \in 1^\circ$ Cuadrante: $\begin{cases}\operatorname{sen}\alpha;\ \operatorname{cosec}\alpha > 0\\ \cos\alpha;\ \sec\alpha > 0\\ \operatorname{tag}\alpha;\ \operatorname{cotag}\alpha > 0\end{cases}$

Conocido el valor del seno se calcula el coseno mediante la ecuación fundamental.

$$\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\cos\alpha = \pm\sqrt{1-\operatorname{sen}^2\alpha} = +\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Conocido el seno y el coseno se calcula la tangente por su definición.

$$\operatorname{tag}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1/3}{2\sqrt{2}/3} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

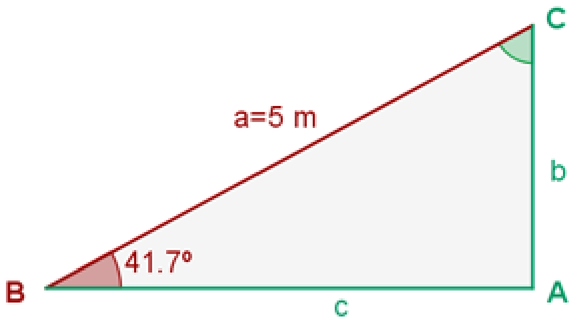
Conocidas las razones directas (seno, coseno y tangente) se calculan la inversas (cosecante, secante y cotangente) mediante su definición.

$$\operatorname{cosec}\alpha = \frac{1}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{1}{1/3} = 3 \qquad \sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{2\sqrt{2}/3} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$\operatorname{cotag}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tag}\alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}/4} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

5.-

De un triángulo rectángulo ABC, se conocen a = 5 m y B = 41.7°. Resolver el triángulo



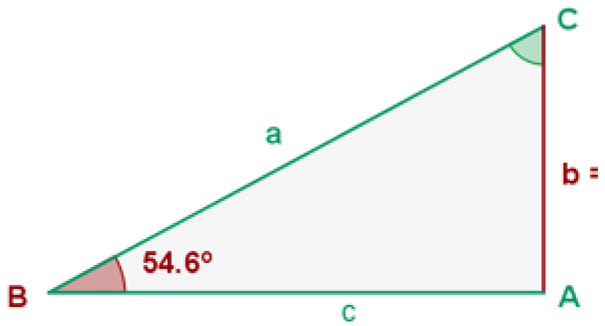
$$C = 90^\circ - 41.7^\circ = 48.3^\circ$$

$$b = a \cdot \operatorname{sen} B \qquad b = 5 \ \operatorname{sen} 41.7^\circ = 3.326m$$

$$c = a \ \cos B \qquad c = 5 \ \cos 41.7^\circ = 3.733 \, m$$

6.-

De un triángulo rectángulo ABC, se conocen b = 3 m y B = 54.6°. Resolver el triángulo.



$$C = 90^\circ - 54.6^\circ = 35.4^\circ$$

$$c = \frac{b}{tg\ B} \qquad c = \frac{3}{tg\ 54.6^\circ} = 2.132\,m$$

$$a = \frac{b}{\operatorname{sen} B} \qquad a = \frac{3}{\operatorname{sen} 54.6^\circ} = 3.68\,m$$

Ejercicios Tema 4

1.- Clasifica las siguientes materias en cuerpos y sustancias.

Zapato, oxígeno, silla, aceite, vinagre, estantería, bolígrafo, balón, agua, dormitorio completo.

CUERPOS	SUSTANCIAS

2.- Realiza un cuadro resumen con los diferentes nombres de los procesos de los cambios de estados de agregación.

3.- Aplica las leyes de los gases en los siguientes casos de sistemas materiales para calcular la magnitud desconocida e indica cual de las leyes has aplicado.

a) **Un sistema a temperatura constante sometido a una presión de 1'5 atm. ocupa un volumen de 5 l. Si disminuimos su volumen hast 3 l. ¿A qué presión estará sometido ahora el sistema?**

b) **Un sistema a volumen constante está sometido a una presión de 1'5 atm cuando su temperatura es de 27º C. Si aumentamos su presión hasta 2 atm. ¿Cuál será la nueva temperatura del sistema?**

c) **En un sistema a presión constante tenemos 25º C de temperatura para un volumen de 3 l. ¿A qué temperatura tendremos que someter el sistema para que su volumen sea de 2'8 l?**

d) **Un sistema material está sometido a una presión de 2 atm, a una temperatura de 20º C, ocupando un volumen de 3 l. Si cambiamos las condiciones y ahora está sometido a una presión de 1 atm y una temperatura de 25º C ¿qué volumen ocupará?**

4.- Indica al menos tres materias primas de cada uno de los siguientes tipos y algún producto elaborado con cada una de ellas.

- **De origen vegetal:**
- **De origen animal:**
- **De origen mineral:**

Ejercicios Tema 5

1. ¿Qué probabilidad existe de que los ojos de Alejandro sean azules sabiendo que tanto su padre, Juan, como su madre, María, tienen en su código genético un gen recesivo de ojos azules aunque se muestren con ojos oscuros?

2. Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F):

La evolución es un proceso complejo que puede durar millones de años. ( )

La selección natural mantiene a los individuos más desfavorecidos y peor adaptados. ( )

Estudiando los fósiles, se ha podido comprobar que en la Tierra siempre han existido las mismas especies. ( )

Aunque dos seres vivos no se parezcan entre ellos pueden pertenecer a la misma especie si comparten el mismo tipo de instrucciones en sus células. ( )

3. Relaciona los siguientes conceptos con la palabra o expresión correcta:

(Alteración del gen / Alimento / Conjunto de genes / Gen / Descendencia numerosa)

Genoma / Mutación / Trucha /Instrucción /Recurso limitado

4. Busca la frase correcta:

- Los primeros homínidos surgieron hace 100 m. a., cuando el clima de la Tierra era cálido y seco.
- La vida abandonó el mar hace tan solo 5 millones de años.
- Hace 2000 m. a. la atmósfera no tenía oxígeno y no permitía la vida fuera gua.
- Hace 100 m. a. había un solo continente y en el mar abundaban los anfibios.

5. Señala en la lista siguiente la/las enfermedad/es infecciosa/s:

a. Diabetes
b. Fisura
c. Gripe
d. Infarto

6. Un padre tiene grupo sanguíneo 0 y la madre tiene grupo sanguíneo AB. ¿De qué grupo sanguíneo será su descendencia?

7. Un padre tiene grupo sanguíneo con Rh- y la madre tiene grupo sanguíneo con Rh+. ¿De qué Rh será su descendencia?

8. Un padre tiene grupo sanguíneo 0+ y la madre tiene grupo sanguíneo AB-. ¿De qué grupo sanguíneo será su descendencia?

9. Una persona tiene como genotipo de grupo sanguíneo el 0A. ¿De qué grupos sanguíneos podrían ser sus padres, sabiendo que el 0 le viene del padre y el A de la madre?

10. Si una planta de tallo alto (AA) se cruza con una de tallo enano (aa), sabiendo que el tallo alto es dominante sobre el tallo enano, ¿Cómo serán los genotipos y fenotipos de la descendencia posible?

11. La lana negra de los borregos se debe a un alelo recesivo, n, y la lana blanca a su alelo dominante, N. Al cruzar un carnero blanco con una oveja negra, en la descendencia apareció un borrego negro. ¿Cuáles eran los genotipos de los parentales

Bloque 12. Tema 6

Probabilidad

ÍNDICE

Cuando un caballero andante, como el ingenioso hidalgo Don Quijote de la Mancha, llegaba a un cruce de caminos, y no tenía predilección por ninguna de las posibles direcciones, dejaba sueltas las riendas de Rocinante y era el caballo quién, al azar, elegía el camino por el que segurían sus aventuras. Pues bien, esto es un experimento aleatorio, y la elección del camino, un suceso.

Si complicado es el estudio de cualquier situación desde un punto de vista matemático, tanto más será el estudio de experimentos en los que pueden ocurrir muchas cosas, y no sabemos de antemano cuál de ellas va a ocurrir. Del estudio de experimentos com el lanzamiento de un dado o de la extracción de una carta de una baraja, se encarga la probabilidad. Y continuamente hacemos uso de ella en nuestra vida cotidiana cuando decimos cosas como "*¡Es muy dificil que me toque la lotería!*", o "*¡Esta tarde llueve seguro!*". Lo que realmente queremos decir es que la probabilidad de que nos toque la lotería es muy baja, o que la probabilidad de que llueva es muy alta. más aúna cuando todos sabemos que, a pesar de todo, la lotería nos puede tocar, y que es posible que esta tarde no llueva.

En este tema nos aproximaremos al estudio de los experimentos aleatorios, aprendremos a asignar probabilidades a cada uno de los caminos que pudo elegir Rocinante y a reconocer las características y relaciones fundamentales de los diferentes tipos de sucesos.

1. Tipos de experimentos

1.1. Experimentos deterministas

Son los experimentos de los que podemos predecir el resultado antes de que se realicen.

Ejemplo

Si dejamos caer una piedra desde una ventana sabemos, sin lugar a dudas, que la pelota bajará. Si la arrojamos hacia arriba, sabemos que subirá durante un determinado intervalo de tiempo; pero después bajará.

1.2. Experimentos aleatorios

Son aquellos en los que no se puede predecir el resultado, ya que éste depende del **azar**.

Ejemplos

Si lanzamos una moneda no sabemos de antemano si saldrá cara o cruz.

Si lanzamos un dado tampoco podemos determinar el resultado que vamos a obtener.

Actividad 1

1. Distingue el tipo de experimento que corresponde a cada uno de los siguientes:

a) **Lanzamos un dado común y anotamos el resultado.**
b) **Llenamos una botella con agua y, sin cerrarla la ponemos boca abajo, anotando lo que le ocurre al agua.**
c) **Lanzamos una pelota hacia arriba y anotamos si vuelve a caer o no.**
d) **lanzamos una pelota a una canasta de baloncesto desde la línea de tiros libres y anotamos si hemos encestado o no.**

2. Teoría de probabilidades

La teoría de probabilidades se ocupa de asignar un cierto número a cada posible resultado que pueda ocurrir en un experimento **aleatorio** , con el fin de cuantificar dichos resultados y saber si un suceso es más probable que otro. Con este fin, introduciremos algunas definiciones:

Suceso: es cada uno de los resultados posibles de una experiencia aleatoria. Por ejemplo:

- En la experiencia aleatoria “lanzar una moneda”, un suceso es “salir cara”.

- En la experiencia aleatoria “lanzar un dado”, un suceso es “salir un número par”.

Espacio muestral: es el conjunto de todos los posibles resultados de una experiencia aleatoria, lo representaremos por E (o bien por la letra griega Ω). Por ejemplo:

- En la experiencia aleatoria “lanzar una moneda”, el espacio muestral es E = {C, X}. donde C = cara y X = cruz

- En la experiencia aleatoria “lanzar un dado”, el espacio muestral es E = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

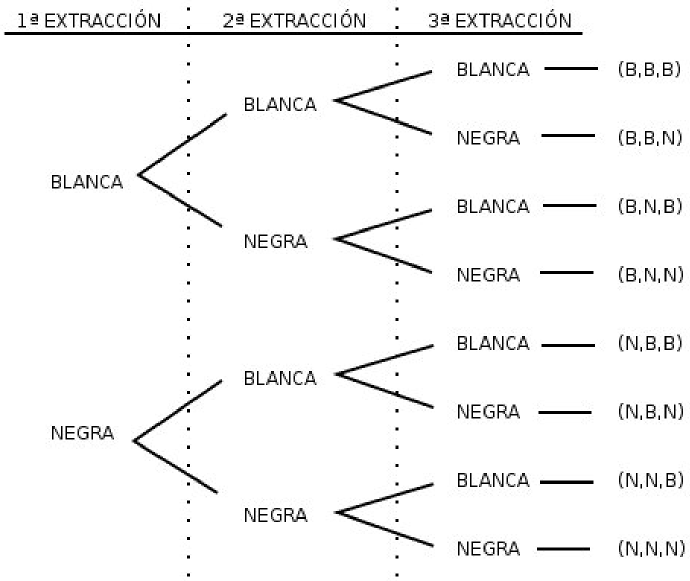
Suceso aleatorio es cualquier subconjunto del espacio muestral. Por ejemplo, sucesos aleatorios al experimento “lanzar un dado” serían:

- salir par: ya que $\{2,4,6\} \subseteq \{1,2,3,4,5,6\}$
- obtener múltiplo de 3: al ser $\{3,6\} \subseteq \{1,2,3,4,5,6\}$
- sacar 5: puesto que $\{5\} \subseteq \{1,2,3,4,5,6\}$

Ejemplo

Una bolsa contiene bolas blancas y negras. Se extraen sucesivamente tres bolas. Calcular:

1. El espacio muestral: podemos obtenerlo utilizando un diagrama de árbol, elemento que más adelante describiremos con mayor detalle, pero que ahora es suficientemente ilustrativo del experimento que tratamos:



Resultando:

$$E = \{(b,b,b);(b,b,n);(b,n,b);(b,n,n);(n,b,b);(n,b,n);(n,n,b);(n,n,n)\}$$

2. El suceso A = {extraer tres bolas del mismo color}.

B = {(b,b,b); (n, n,n)}

3. El suceso A = {extraer al menos una bola blanca}.

B= {(b,b,b); (b,b,n); (b,n,b); (n,b,b); (b,n,n); (n,b,n); (n,n ,b)}

4. El suceso A = {extraer una sola bola negra}.

A = {(b,b,n); (b,n,b); (n,b,b)}

Actividad 2

1. En una urna hay 2 bolas blancas y 3 negras. Escribe el espacio muestral asociado a los experimentos: a) extraer una bola, b) extraer dos bolas.

2. En el experimento sacar dos cartas de una baraja española de 40 cartas, escribe dos posibles resultados para que ocurran los sucesos siguientes:

- **a) Salir dos figuras**
- **b) Salir un oro y un basto**
- **c) Salir una figura y un oro**

3. En el experimento lanzar un dado hemos obtenido como resultado un 3. Indica cuáles de los siguiente sucesos se han realizado:

- **a) Salir un número impar**
- **b) A={2,3}**
- **c) Salir un número mayor que 4**

3. Tipos de sucesos

3.1 *Suceso elemental.-* es cada uno de los elementos que forman parte del espacio muestral.

Por ejemplo al tirar un dado un suceso elemental es sacar 5.

3.2 *Suceso compuesto.-* es cualquier subconjunto del espacio muestral.

Por ejemplo al tirar un dado un suceso sería que saliera par, otro, obtener múltiplo de 3.

3.3 *Suceso seguro, **E.-*** está formado por todos los posibles resultados (es decir, por el espacio muestral).

Por ejemplo al tirar un dado un dado obtener una puntuación que sea menor que 7.

3.4. *Suceso imposible,* $\varnothing$, .-es el que no tiene ningún elemento.
Por ejemplo al tirar un dado obtener una puntuación igual a 7.

3.5. *Sucesos compatibles.-* Dos sucesos, A y B, son compatibles cuando tienen algún suceso elemental común.
Si A es sacar puntuación par al tirar un dado y B es obtener múltiplo de 3, A y B son compatibles porque el 6 es un suceso elemental común.

3.6. *Sucesos incompatibles.-* Dos sucesos, A y B, son incompatibles cuando no tienen ningún elemento en común.
Si A es sacar puntuación par al tirar un dado y B es obtener múltiplo de 5, A y B son incompatibles.

3.7. *Sucesos independientes.-* Dos sucesos, A y B, son independientes cuando la probabilidad de que suceda A no se ve afectada porque haya sucedido o no B.
Al lazar dos dados los resultados son independientes.

3.8. *Sucesos dependientes.-* Dos sucesos, A y B, son dependientes cuando la probabilidad de que suceda A se ve afectada porque haya sucedido o no B.
Extraer dos cartas de una baraja, sin reposición, son sucesos dependientes.

3.9. *Suceso contrario.-* El suceso contrario a A es otro suceso que se realiza cuando no se realiza A., Se denota por $\overline{A}$.
Son sucesos contrarios sacar par e impar al lanzar un dado.

3.10. *Ejemplos.-* En los siguientes ejemplos utilizaremos una baraja española, es decir, una baraja de 40 cartas, para ilustrar los conceptos definidos en los apartados precedentes.

- Experimento: *"sacar una carta de una baraja española";* en este caso el espacio muestral será: $E = \{las \quad 40 \quad cartas \quad de \quad la \quad baraja\}$

✓ Suceso: *"salir el as de bastos"*

Es ente caso el suceso es elemental, ya que incluye a un único elemento del espacio muestral.

✓ Suceso *A*: *"salir el as de oros o la sota de bastos"*
Suceso *B*: *"salir un as"*
Suceso *C*: *"salir una carta de copas"*

Ahora los tres sucesos son compuestos, ya que todos constan de más de un elemento del espacio muestral.
Además los sucesos *A* y *B* son compatibles, ya que ambos pueden ocurrir a la vez si la carta extraída es el as de oros. También los sucesos *B* y *C* son compatibles, ya que ocurrirán los dos si la carta que sale es el as de copas, sin embargo, los sucesos *A* y *C* son incompatibles, ya que no pueden suceder a la vez, sea cual sea la carta que salga.
El suceso contrario al suceso *B* será *"no salir un as"*, y se denotará de la forma: $\overline{B}$; igualmente podemos decir que el suceso contrario del suceso *C* es: $\overline{C}$ = *"no salir una carta de copas"*.

- Suceso seguro es: *"cualquier carta";* y Suceso imposible es: *"ninguna carta"*, aunque en este caso podríamos poner como ejemplo cualquier resultado que no pudiera darse al extraer una carta de la baraja.

- Experimento: realizar una extracción de la baraja, anotar el resultado y volver a introducir la carta en la baraja, realizar entonces una segunda extracción y anotar el resultado. En este caso el espacio muestral está formado por parejas de cartas.

  ➢ Suceso *A*: *"salir el as de bastos en la primera extracción"*
  Suceso *B*: *"salir el as de bastos en la segunda extracción"*

Los sucesos *A* y *B* son independientes, ya que la carta que salga en la segunda extracción no depende del resultado obtenido en la primera, puesto que el resultado únicamente se anota y la carta vuelve a ponerse en el mazo.

- Experimento: realizar una extracción de la baraja, y a continuación realizar una segunda extracción y anotar el resultado de ambas. En este caso el espacio muestral está formado por parejas de cartas, pero notar que los dos elementos de la pareja deben ser distintos.

- Suceso *A*: *"salir el as de bastos en la primera extracción"*
  Suceso *B*: *"salir el as de bastos en la segunda extracción"*

  Los sucesos son dependientes, ya que si ocurre *A,* es decir, sale el as de bastos en la primera extracción, no puede ocurrir el suceso *B*, porque esa carta no estaría en el mazo, mientras que si el suceso *A* no ocurre, entonces puede ocurrir *B.*

Actividad 3

1. De una baraja española de 40 cartas extraemos una carta, indica si en cada uno de los apartados siguientes aparecen sucesos compatibles o no:

a) A={Salir una figura} , B={Salir un oro}

b) A={Salir el as de bastos}, B={Salir el as de copas}

c) A={Salir una copa}, B={Salir el siete de copas}

2. **En el experimento de lanzar un dado y anotar su resultado, escribe el suceso contrario a: *A={Sacar un número par menor que 5}*; *B={1,2,6}; C={3}***

3. En una urna tenemos 3 bolas blancas y dos bolas rojas. Identifica la dependencia o independencia de sucesos en cada uno de los experimentos siguientes:

a) Experimento sin reemplazamiento: sacamos una bola, la dejamos fuera y sacamos otra. Sucesos: A={Roja en la primera extracción} B={Blanca en la segunda extracción}.

b) Experimento con reemplazamiento: sacamos una bola, anotamos su color, volvemos a meterla en la urna y sacamos otra. Sucesos: A={Roja en la primera extracción} B={Blanca en la segunda extracción}.

4. Espacio de sucesos

Espacio de sucesos, S, es el conjunto de todos los sucesos aleatorios. Si

tiramos una moneda el espacio se sucesos está formado por:

S= {$\varnothing$, {C}, {X}, {C,X}}.

Observamos que el primer elemento es el **suceso imposible** y el último el **suceso seguro** .

Si E tiene un número finito de elementos, n, de elementos el **número de sucesos** de E es 2^n.

Una moneda E= {C, X}.

Número de sucesos = 2^2 =4

Dos monedas E= {(C,C); (C,X); (X,C); (X,X)}.

Número de sucesos = 2^4 =16

Un dado E = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Número de sucesos = 2^6 = 64

Actividad 4

1. Escribe el espacio de sucesos asociado a la extracción de dos bolas de una urna que tiene una bola roja y dos bolas blancas.

5. Unión de sucesos

La **unión de sucesos, $A \cup B$**, es el suceso formado por todos los elementos de A y de B.

Es decir, el suceso $\cup B$ se verifica cuando ocurre uno de los dos, A o B, o ambos.

$A \cup B$ se lee como "**A o B**".

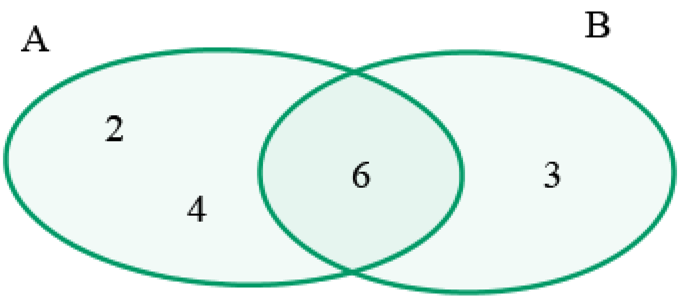
Ejemplo

Consideramos el experimento que consiste en lanzar un dado, si A = "sacar par" y B = "sacar múltiplo de 3". Calcular $\cup B$.

A = {2, 4, 6}

B = {3, 6}

$A \cup B$ = {2, 3, 4, 6}



5.1. Propiedades de la unión de sucesos

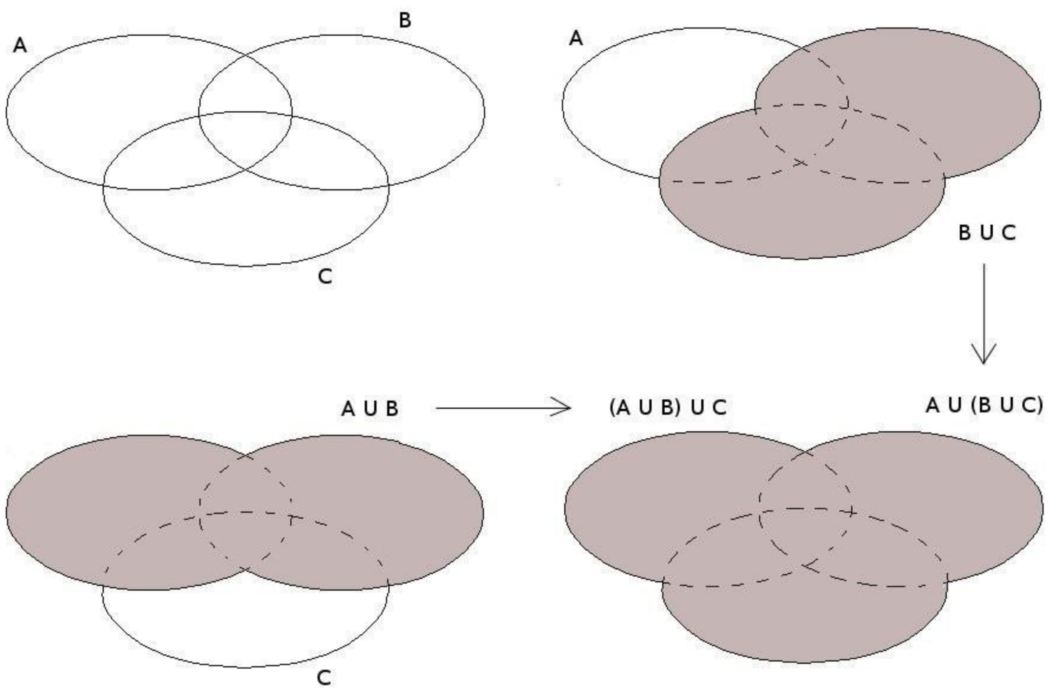
Conmutativa

$A \cup B = B \cup A$

Asociativa

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

La imagen siguiente ilustra esta propiedad:



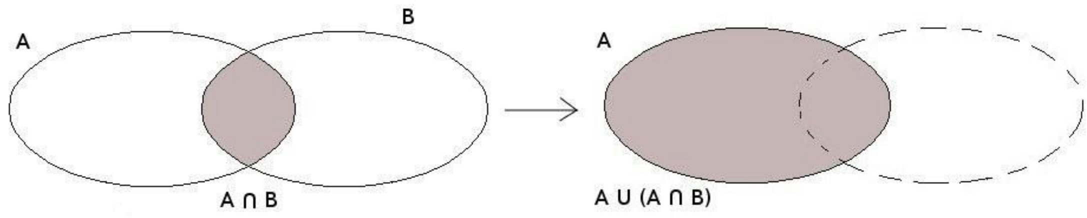
Idempotente

$A \cup A = A$

Simplificación

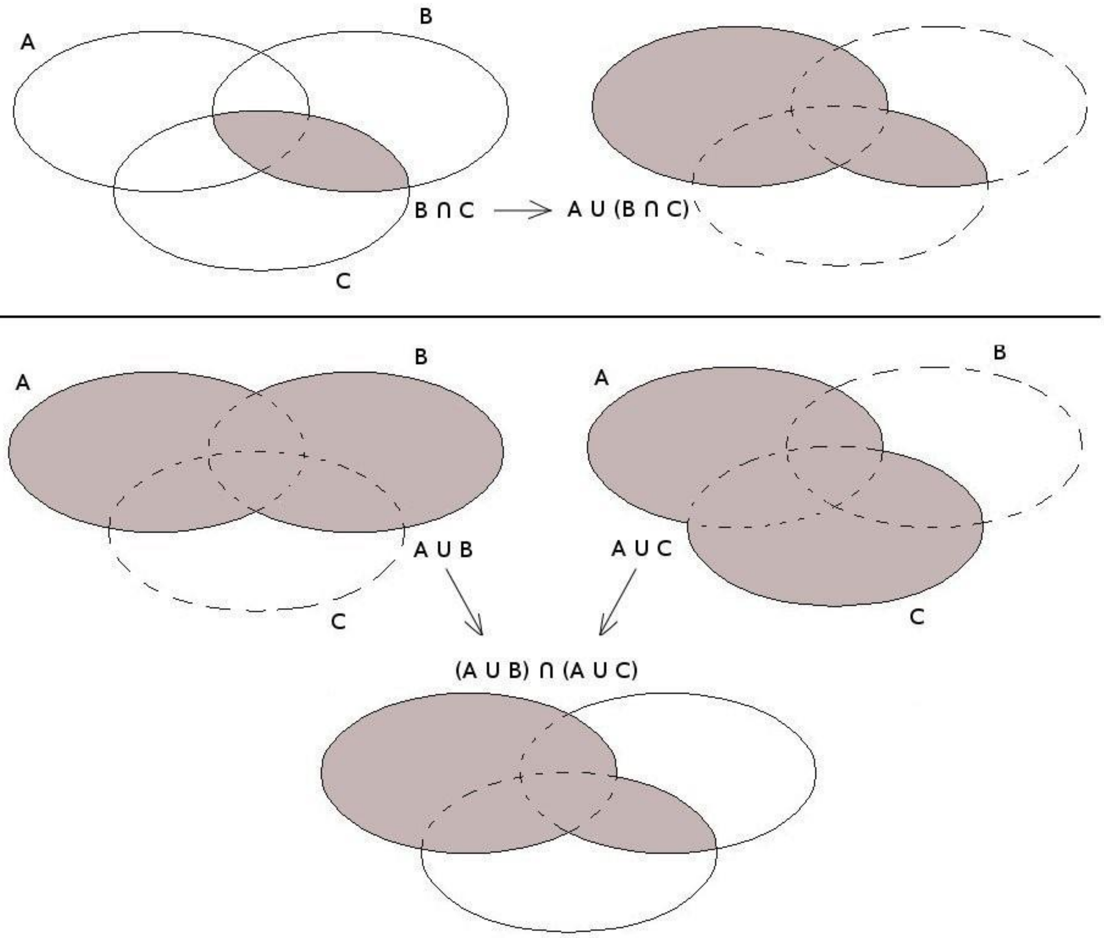
$A \cup (A \cap B) = A$

Tal y como vemos en la imagen siguiente:



Distributiva

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$



Elemento neutro

$$A \cup \varnothing = A$$

Absorción

$$A \cup E = A$$

Actividad 5

1. De una baraja española de 40 cartas se extrae una carta. Escribe un resultado posible sabiendo que se verifica el suceso:

- **a) {Salir 3 de bastos} U {Salir caballo} U {Salir as}**
- **b) {Salir copa} U {Salir el tres de oros}**

2. Dados los conjuntos A={a,b,c,d,e} y B={a,c,e,f,g,h}, represéntalos usando un diagrama de Venn.

6. Intersección de sucesos

La **intersección de sucesos, A ∩B** , es el suceso formado por todos los elementos que son, a la vez, de A y B.

Es decir, el suceso A ∩B se verifica cuando ocurren simultáneamente A y B.

A ∩B se lee como "**A y B**".

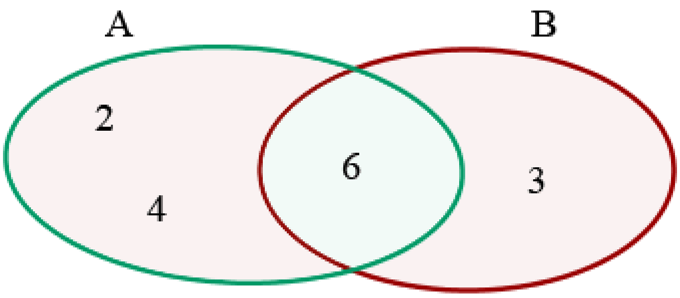
Ejemplo

Consideramos el experimento que consiste en lanzar un dado, si A = "sacar par" y B = "sacar múltiplo de 3". Calcular A ∩B.

A = {2, 4, 6}

B = {3, 6}

A ∩B = {3}



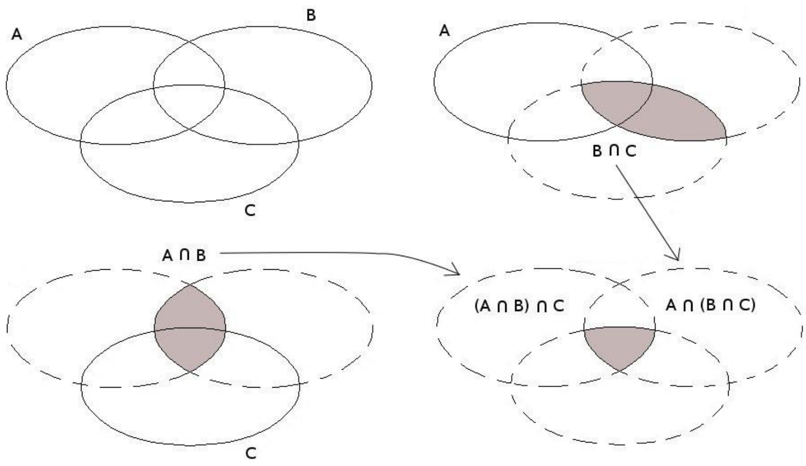
6.1. Propiedades de la intersección de sucesos

Conmutativa

$A \cap B = B \cap A$

Asociativa

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

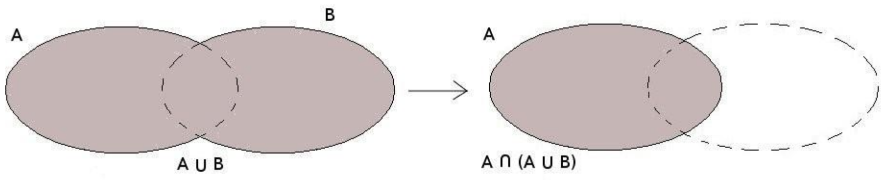


Idempotente

$A \cap A = A$

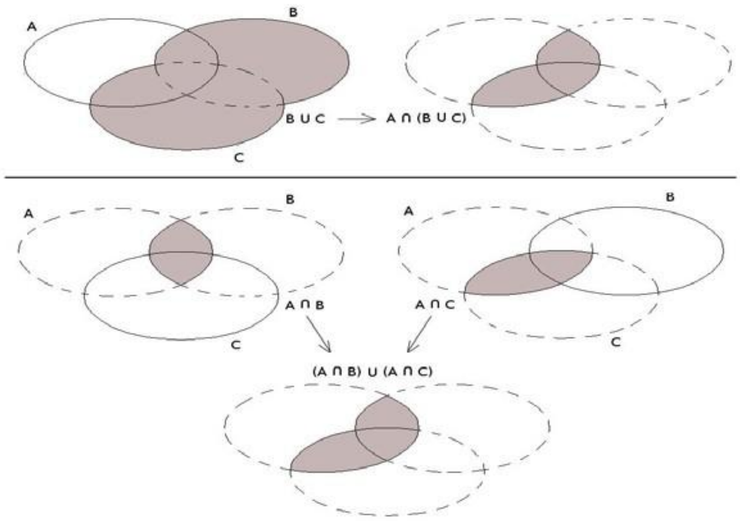
Simplificación

$A \cap (A \cup B) = A$



Distributiva

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$



Elemento neutro

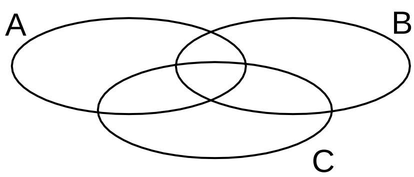
$$A \cap E = A$$

Absorción

$$A \cap \varnothing = A$$

Actividad 6

1. Resuelve gráficamente la operación de conjuntos: [(A∩B∩B) U A] ∩ B

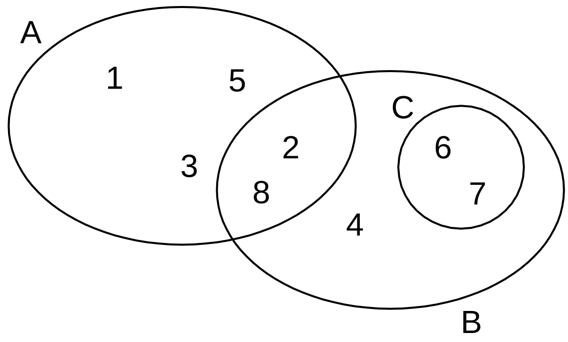


2. De una baraja española de 40 cartas se extrae una carta. Escribe un reultado posible sabiendo que se verifica el suceso:

a) {Salir bastos} ∩ {Salir caballo}

b) {Salir copa} ∩ ({Salir el tres de oros} U {Salir un cinco})

3. Dada la imagen siguiente, calcula a) A∩B b) A∩C c) B∩C



7. Diferencia de sucesos

La **diferencia de sucesos, A − B** , es el suceso formado por todos los elementos de A que no son de B.

Es decir, la **diferencia de los sucesos** A y B se verifica cuando lo hace A y no B.

A − B se lee como "**A menos B** ".

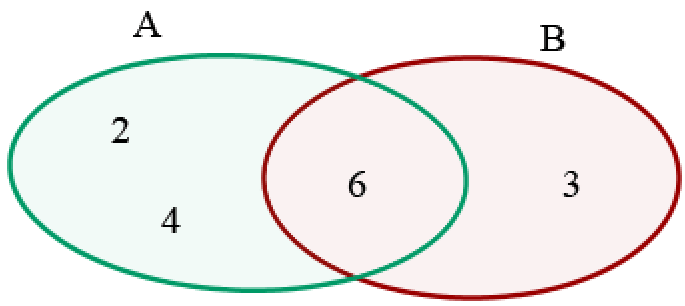
Ejemplo

Consideramos el experimento que consiste en lanzar un dado, si A = "sacar par" y B = "sacar múltiplo de 3". Calcular A − B.

A = {2, 4, 6}

B = {3, 6}

A − B = { 2 , 4}

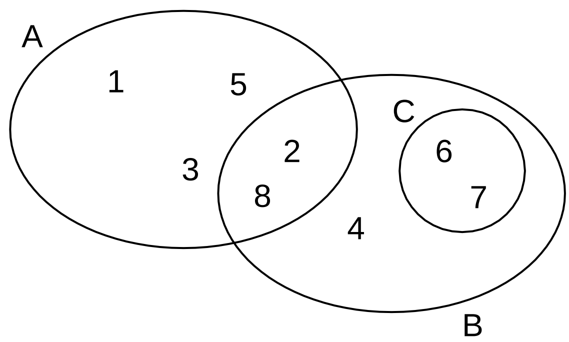


Actividad 7

1. De una baraja española de 40 cartas se extrae una carta. Escribe un resultado posible sabiendo que se verifica el suceso:

- **a) {Salir bastos} - {Salir caballo}**
- **b) {Salir copa} - {Salir una figura}**

2. Dada la situación de la imagen, calcula: a) A – B b) B – C c) (A∩ (B – C))



8. Sucesos contrarios

El suceso $\overline{A}$ **= E - A** se llama **suceso contrario** o complementario de A.

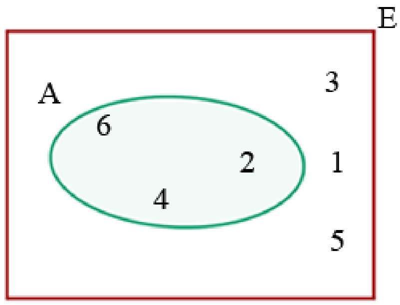
Es decir, se verifica siempre y cuando no se verifique A.

Ejemplo

Consideramos el experimento que consiste en lanzar un dado, si A = "sacar par". Calcular $\overline{A}$.

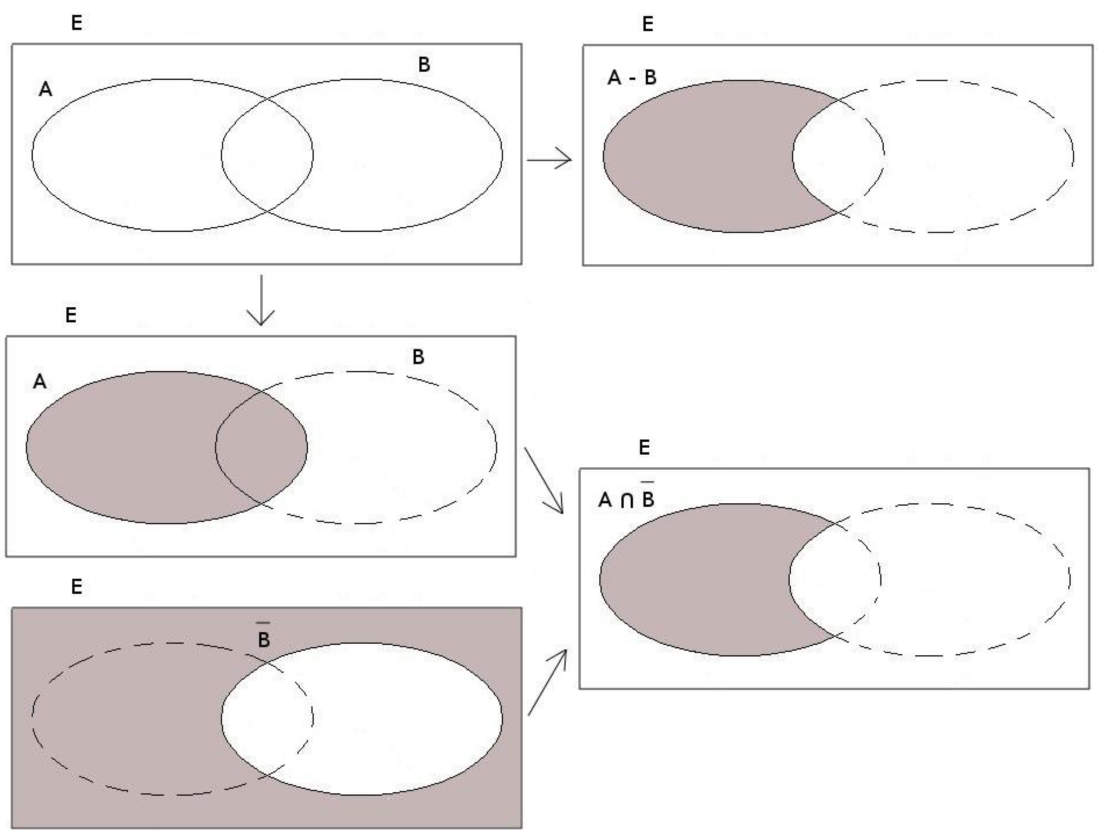
A = {2, 4, 6}

$\overline{A}$ = {1, 3, 5}



8.1. Propiedades

$A - B = A \cap \overline{B}$



$\overline{(\overline{A})} = A$

$\overline{E} = \varnothing$

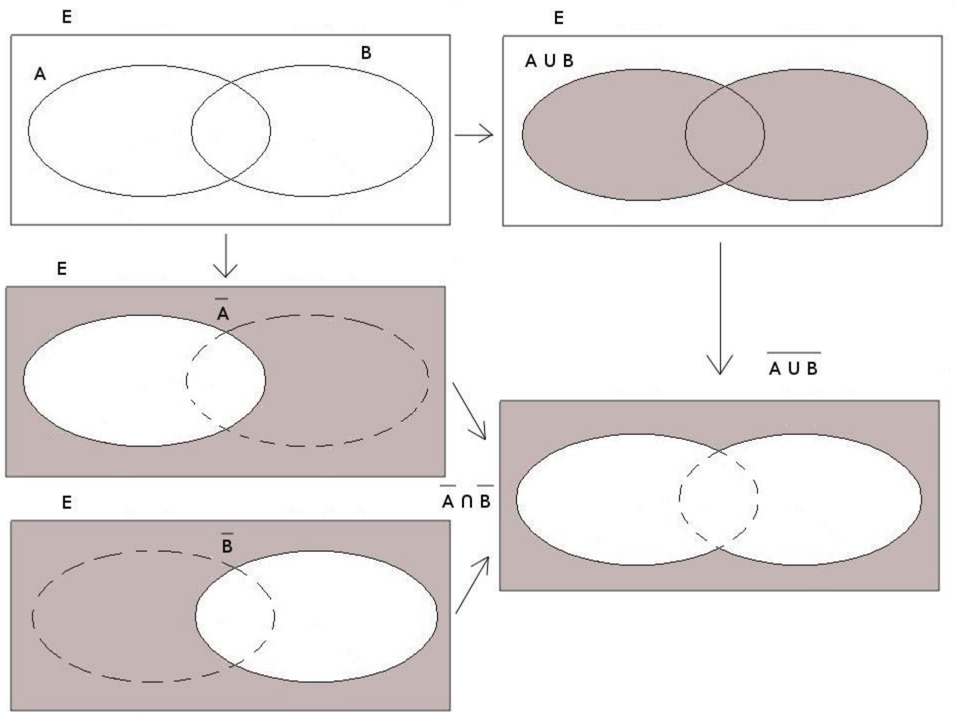
$\overline{\varnothing} = E$

$A \cup \overline{A} = E$

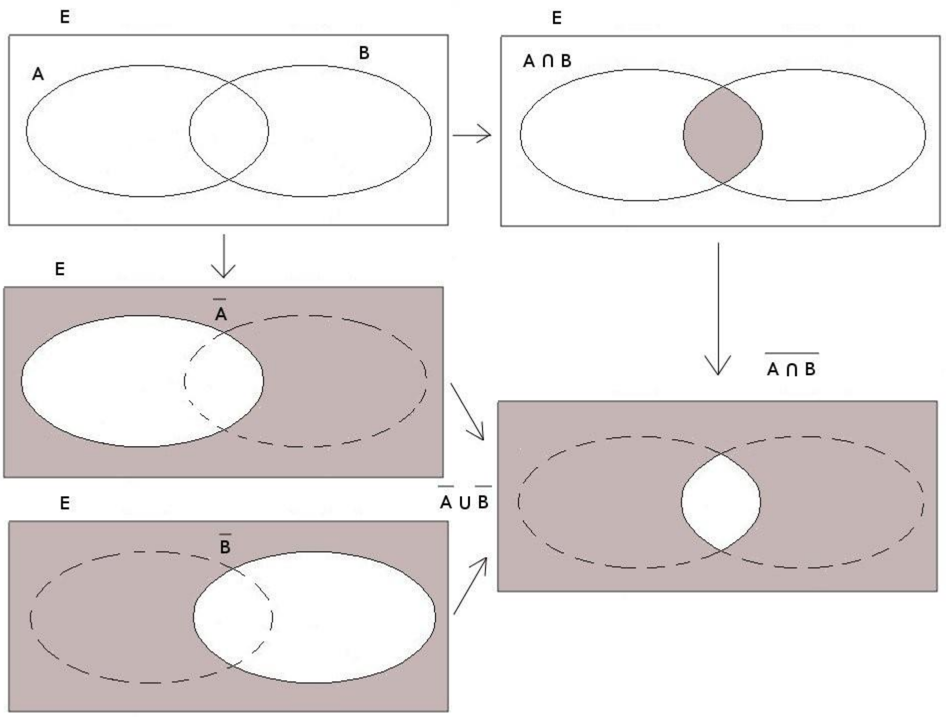
$A \cap \overline{A} = \varnothing$

Leyes de Morgan

$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$



$\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$



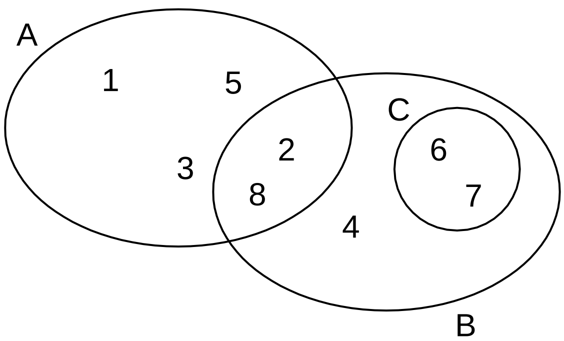
Actividad 8

1. En una urna hay dos bola blancas y tres negras, se relizan dos extracciones, dado el suceso A={(B,B),(B,N)} indica si en cada una de las siguientes situaciones ocurre A o su contrario.

a) **Sale una bola blanca y después una negra**

b) **Salen dos bolas negras**

2. Dada la situación de la imagen siguiente, calcula: a) $\overline{A}\cap\overline{B}$ **b)** $\overline{A-B}\cup C$ **c)** $\left(A\cap\overline{B}\right)\cap C$



9. Axiomas y Propiedades de la probabilidad

9.1. Axiomas de la probabilidad

1. La probabilidad es positiva y menor o igual que 1.

$0 \leq p(A) \leq 1$

2. La probabilidad del suceso seguro es 1.

$p(E) = 1$

3. Si A y B son incompatibles, es decir $A \cap B = \varnothing$ entonces:

$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

9.2. Propiedades de la probabilidad

1 La suma de las probabilidades de un suceso y su contrario vale 1, por tanto la probabilidad del suceso contrario es:

$$p(\overline{A}) = 1 - p(A)$$

2 Probabilidad del suceso imposible es cero.

$$p(\varnothing) = 0$$

3 La probabilidad de la unión de dos sucesos es la suma de sus probabilidades restándole la probabilidad de su intersección.

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

4 Si un suceso está incluido en otro, su probabilidad es menor o igual a la de éste.

$$\text{Si } A \subset B, \text{entonces} \quad p(A) \leq p(B)$$

5 Si $A_1, A_2, \ldots, A_k$ son incompatibles dos a dos entonces:

$$p(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_k) = p(A_1) + p(A_2) + \cdots + p(A_k)$$

6 Si el espacio muestral E es finito y un suceso es S = $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ entonces:

$$p(S) = p(x_1) + p(x_2) + \cdots + p(x_n)$$

Por ejemplo la probabilidad de sacar par, al tirar un dado, es:

P(par) = P(2) + P(4) + P(6)

Actividad 9

1. En una baraja española de 40 cartas, sean los sucesos A={Salir una figura}, B= {Salir un oro} y C={Salir un As }. Sabemos que P(A)= 0’3, que P(B)=0’25, P(C)=0’1, P(A∩B)=0'075, P(A∩C)=0 y P(B∩C)=0’025. Si extraemos una carta, calcula :

a) P({Salir una figura} U {Salir un As})

b) P({Salir una figura} U {Salir un oro})

c) P({Salir un As} U {Salir un oro})

10. Regla de Laplace

En este apartado veremos como se asignan probabilidades a sucesos de ciertos experimentos, ten en cuenta que cuando se hace un experimento aleatorio se pueden dar dos situaciones:

- Que conozcamos de antemano, o a priori, los resultados que pueden darse: por ejemplo en al caso del lanzamiento de una moneda, experimento en el que sólo puede obtenerse cara o cruz. En estos casos se dice que la asignación de probabilidades se realiza “a priori”.
- Que desconozcamos a priori los resultados que pueden darse: por ejemplo, en el experimento “contar los coches que echan gasolina en una determinada estación de servicio de 9 a 10 de la mañana”,

evidentemente no sabemos de antemano cuantos valores pueden darse, ya que pueden ser tres coches, cuatro o treinta. Para asignar probabilidades en estos experimentos es preciso tomar muchos datos, diciéndose que la asignación de probabilidades se realiza a posteriori.

En este nos referiremos a la asignación de probabilidades “a priori”, utilizando una regla que lleva el nombre del matemático francés Pierre Simon Laplace, así si realizamos un experimento aleatorio en el que hay n sucesos elementales, todos igualmente probables, **equiprobables** , entonces si A es un suceso, la **probabilidad** de que ocurra el suceso Aes:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables a A}}{\text{número de casos posibles}}$$

Ejemplos

Hallar la probabilidad de que al lanzar dos monedas al aire salgan dos caras.

Casos posibles: {cc, cx, xc, xx}.

Casos favorables: 1.

$$P(2\ \textit{caras}) = \frac{1}{4}$$

En una baraja de 40 cartas, hallar la P (as) y P (copas).

Casos posibles: 40.

Casos favorables de ases: 4.

$$P(\text{as}) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$$

Casos favorables de copas: 10.

$$P(\text{copas}) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

Calcular la probabilidad de que al echar un dado al aire, salga:

1 Un número par.

Casos posibles: {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Casos favorables: { 2 , 4 , 6 } .

$$P(par) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

2 Un múltiplo de tres.

Casos favorables: {3, 6}.

$$P(3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

2 Un múltiplo de tres.

Casos favorables: {3, 6}.

$$P(3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

3 Mayor que 4.

Casos favorables: { 5 , 6 } .

$$P(>4) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Actividad 10

1. En una urna hay tres bolas rojas, dos verdes y cinco blancas. Se saca una bola anotando el color de la bola extraida. Determina la probabilidad de los sucesos: {Salir roja}, {Salir verde} y {Salir blanca}.

2. De una baraja española de 40 cartas se extrae una carta, determian la probabilidad de los sucesos A={Salir una figura de copas}, B= {Salir un tres} y C={Salir una sota}. Calcula también $P(B^c)$.

11. Probabilidad de la unión de sucesos

Probabilidad de la unión de sucesos incompatibles: La probabilidad de la unión de sucesos incompatibles, es decir tales que $A \cap B =$, es la suma de las probabilidades.

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

Ejemplo: Calcular la probabilidad de obtener un 2 ó un 5 al lanzar un dado.

$$P(2 \cup 5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Probabilidad de la unión de sucesos compatibles: La probabilidad de la unión de sucesos compatibles, es decir tales que $A \cap B \neq$, es la suma de las probabilidades menos la probabilidad del suceso intersección:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

Además la probabilidad de la unión de tres sucesos es:

$$p(A \cup B \cup C) = p(A) + p(B) + p(C) - p(A \cap B) - p(A \cap C) - p(B \cap C) + p(A \cap B \cap C)$$

Ejemplo : Calcular la probabilidad de obtener un múltiplo de 2 ó un 6 al lanzar un dado.

$$P(2 \cup 6) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Actividad 11

1. Lanzamos dos dados y sumamos sus resultados. Dados los sucesos A={salir más de 5}, B={salir un número par} y C={salir 2}, determina:

a) P(A) b) P(B) c) P(C)

d) P(AUB) e) P(BUC) f) P(AUC) g) P(AUBUC)

2. De una baraja española de 40 cartas se extrae una carta, dados los sucesos A={Salir una figura}, B= {Salir un tres} y C={Salir la sota de oros}. Calcula:

a) P(AUB)
b) P(AUC)
c) P(AUBUC)

12. Diagramas de árbol

Para la construcción de un **diagrama en árbol** se partirá poniendo una **rama** para cada una de las **posibilidades** , acompañada de su **probabilidad**.

En el **final** de cada **rama parcial** se constituye a su vez, un **nudo** del cual parten nuevas **ramas** , según las **posibilidades** del siguiente paso, salvo si el nudo representa un posible final del experimento (**nudo final**).

Hay que tener en cuenta: que la **suma de probabilidades** de las **ramas** de cada **nudo** ha de dar **1** .

Ejemplos

Una clase consta de seis niñas y 10 niños. Si se escoge un comité de tres al azar, hallar la probabilidad de:

1. Seleccionar tres niños.

2. Seleccionar exactamente dos niños y una niña.

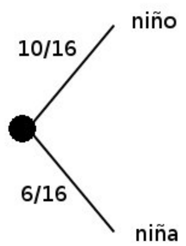
3. Seleccionar exactamente dos niñas y un niño.

4. Seleccionar tres niñas.

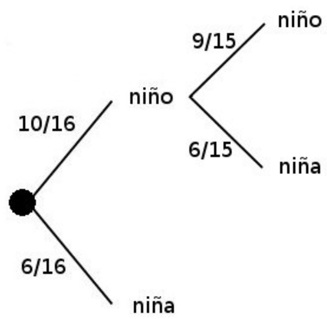
Solución: para obtener las probabilidades pedidas, utilizaremos un diagrama de árbol etiquetado con probabilidades. Lo construiremos paso a paso:

- En primer lugar anotamos la probabilidad de que al escoger por primera vez la elección sea un niño o una niña, siendo, según la Regla de Laplace $\frac{10}{16}$ la probabilidad de elegir un niño y $\frac{6}{16}$ la de que sea niña,

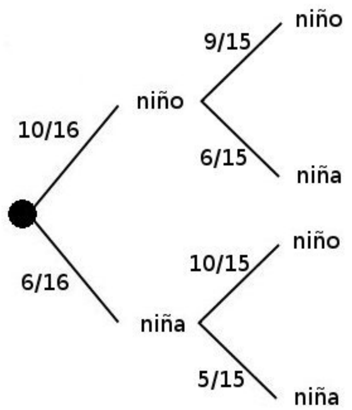
  escribiéndolo en forma de diagrama será:



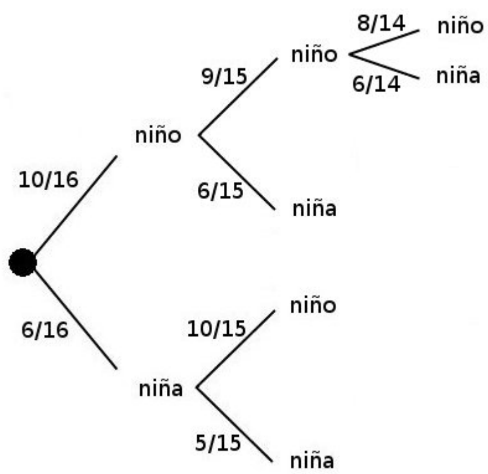
- Ahora la situación es distinta en función de la elección que se ha hecho en primer lugar, puesto que en el caso de haber elegido niño en la primera selección, quedarán 15 alumnos, de los que 9 serán niños y 6 niñas, las probabilidades en forma de diagrama se escribirán entonces así:



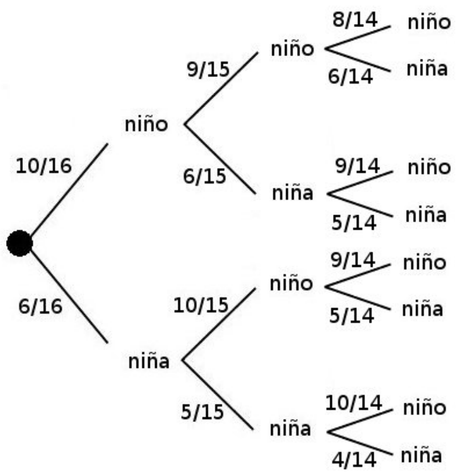
- Sin embargo, si en la primera elección se eligió niña, la situación será que hay 15 alumnos, de los que 10 serán niños y 5 niñas, por lo que las probabilidades para la segunda elección al azar serán diferentes. Así completamos el diagrama con las opciones que faltan para la segunda elección:



- Llegamos así a cuatro posibles situaciones diferentes para realizar la tercera elección, supongamos que la secuencia de elecciones ha sido niño-niño, es decir, estamos en la hoja superior del diagrama de árbol que estamos construyendo, la situación será que hay 14 alumnos de los que 8 son niños y 6 niñas, el árbol se completa entonces como vemos:



- Razonando del mismo modo en las hojas restantes podemos completar el diagrama de árbol que nos ayudará a responder a las cuestiones planteadas en este ejercicio, y que queda así:



Podemos ahora contestar a los diferentes apartados:

3. p(*3 niños*) = $\frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{8}{14}$ = *0.214*

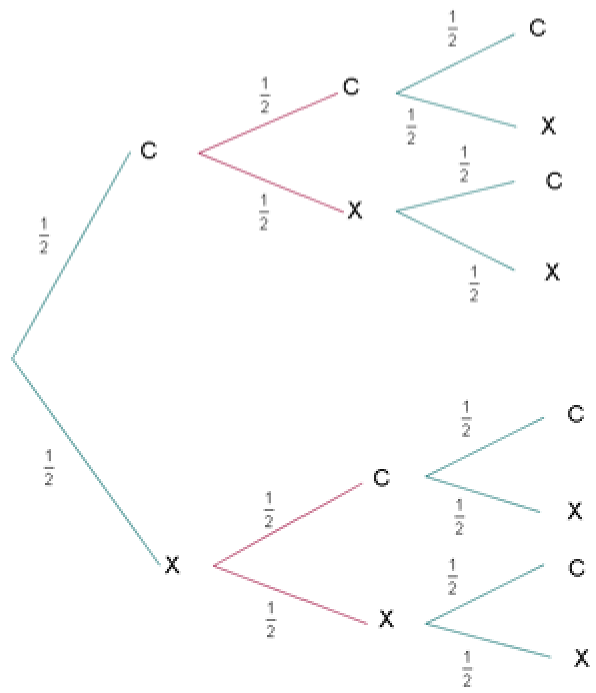
4. p(*2 niños y una niña*) = $\frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{6}{14} + \frac{10}{16} \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{9}{14} + \frac{6}{16} \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14}$ = *0.482*

5. *p(2 niñas y un niño)* = $\frac{10}{16} \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{14} + \frac{6}{16} \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{5}{14} + \frac{6}{16} \cdot \frac{5}{15} \cdot \frac{10}{14} =$ *0.268*

6. *p(tres niñas)* = $\frac{6}{16} \cdot \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14}$ = *0.0357*

Calcular la **probabilidad** de que al arrojar al aire tres monedas, salgan:

Tres caras.



$$p(3c) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Consulta: http://www.vitutor.com/pro/2/a_1.html

Actividad 12

1. En una urna hay dos bolas rojasy tres verdes. Se realizan tres extracciones sin reemplazamiento (sin meter la bola que se saca). Realiza el desarrollo del correspondiente diagrama de árbol y calcula la probabilidad de que salgan dos rojas y una verde.

13. Respuestas de las actividades

13.1. Respuesta de la actividad 1

1. a) aleatorio b) determinista c) determinista d) aleatorio

13.2. Respuesta de la actividad 2

1. Si llamamos B=Sale blanca y N=Sale negra, será:

   a) E={B,N} b) E={(B,B),(B,N),(N,B),(N,N)}

2. a) Salen la sota de espadas y el caballo de bastos.
   Salen el rey de oros y el rey de bastos

   b) Salen el as de oros y el as de bastos
   Salen el siete de oros y la sota de bastos

   c) Salen el as de orros y el caballo de espadas
   Sale el caballo de oros y otra carta cualquiera.

3. a) Si b) Si c) No

13.3. Respuesta de la actividad 3

1. a) Si b) No c) Si

2. $\overline{A}$ ={1,3,5,6}; $\overline{B}$ ={3,4,5}; $\overline{C}$ ={1,2,4,5,6}

3. a) La probabilidad de que B ocurra depende de si A ha ocurrido o no, ya que si A ocurre, es más fácil que ocurra B en la segunda que si A no ha ocurrido.

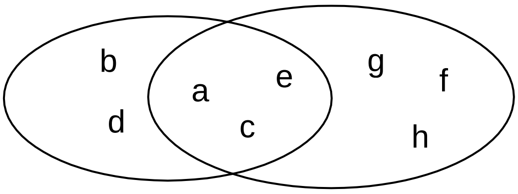
   b) En este caso B no depende de A, porque tanto si A ocurre como si no, la urna tiene la misma configuración en la segunda extracción.

13.4. Respuesta de la actividad 4

E={(R,B),(B,B),(B,R)}

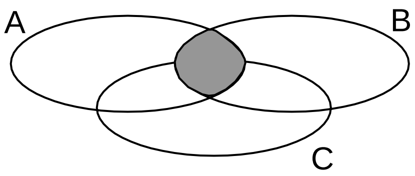
13.5. Respuesta de la actividad 5

1. a) As de oros b) Caballo de copas
2.



3.6. Respuesta de la actividad 6

1. A∩B



2. a) Caballo de bastos   b) cinco de copas
3. a) {2,8}   b) Ø   c) C

13.7. Respuesta de la actividad 7

1. a) Rey de bastos b) tres de copas
2. a) {1,3,5}   b) {2,4,8} c) {2,8}

13.8. Respuesta de la actividad 8

1. a) A b) contrario de A
2. a) $\varnothing$ b) B c) $\varnothing$

13.9. Respuesta de la actividad 9

a) 0'4 b) 0'475 c) 0'325

13.10. Respuesta de la actividad 10

1. P({Salir roja})= $\frac{3}{10}$; P({Salir verde})= $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$; P({Salir blanca})= $\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

2. P(A)=0'075; P(B)=0'1; P(C)=0'1; P(B^c)=0'9

13.11. Respuesta de la actividad 11

1. a) P(A)= $\frac{26}{36}=0'72$ b) P(B)= $\frac{18}{36}=0'5$ c) P(C)= $\frac{1}{36}=0'027$

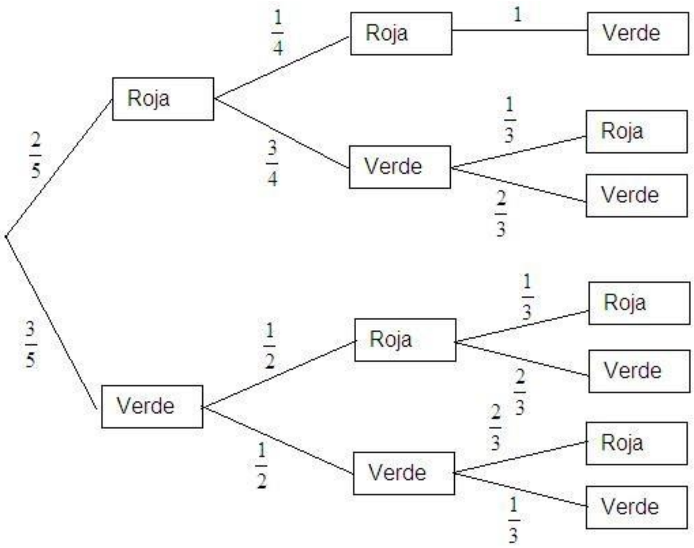
d) P(AUB)= $\frac{26}{36}+\frac{18}{36}-\frac{14}{36}=\frac{30}{36}=0'83$ e) P(BUC)= $\frac{18}{36}+\frac{1}{36}-\frac{1}{36}=0'5$

f) P(AUC)= $\frac{26}{36}+\frac{1}{36}=\frac{27}{36}=0'75$ g)

P(AUBUC)= $\frac{26}{36}+\frac{18}{36}+\frac{1}{36}-\frac{14}{36}-\frac{1}{36}=0'83$

2. a) 0'4 b) 0'375 c) 0'4

13.12. Respuesta de la actividad 12



P ({dos rojas y una verde})= $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}\cdot 1+\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}+\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=0'36$

Bloque 12. Tema 7

MOVIMIENTOS Y FUERZAS

INDICE

INTRODUCCIÓN

En este tema vamos a tratar dos temas fundamentales en física, la dinámica y la cinemática y como se aplican estos conceptos en la vida real con un enfoque tecnológico.

Comprender lo que es una fuerza significa saber por qué se mueven las cosas, aunque las fuerzas también pueden hacer otras cosas. Sus efectos cubren todo un abanico de intensidades porque tanto un terremoto como un parpadeo son consecuencia de fuerzas. En cada una de estas dos situaciones también podemos detectar movimiento.

Las fuerzas cumplen tres leyes desde las que se pueden explicar todas sus actuaciones. Intuitivamente ya las habrás experimentado, porque las fuerzas nos rodean. Todos estos conceptos se recogen con el nombre de **dinámica**.

En cuanto al movimiento, es tanta la abundancia de este fenómeno que se justifica la existencia de una parte de la física dedicada exclusivamente a su descripción. Esta parte se llama **cinemática**.

1. CONCEPTO DE FUERZA

La fuerza puede definirse como toda acción o influencia capaz de modificar el estado de movimiento o de reposo de un cuerpo.
Las fuerzas pueden ser **interiores** o **exteriores:**

· **Fuerzas interiores**. ***Son aquellas que se ejercen entre partes de un mismo cuerpo o sistema.*** Ejemplo. La fuerza que hace que un muelle recupere su forma después de estirarlo.

· **Fuerzas exteriores**. ***Son aquellas que se ejercen entre cuerpos o sistemas diferentes.***

Ejemplo. La fuerza que una persona hace al empujar un libro sobre una mesa.

Las fuerzas que se producen entre los cuerpos pueden actuar **a distancia** ***o*** **por contacto** entre ellos.

Ejemplos:

a. Fuerzas a distancia son la atracción gravitatoria de los cuerpos en el Universo, atracción repulsión entre cargas o entre imanes…

b. Fuerzas por contacto es la fuerza que hace un caballo tirando de un carro, una cuerda sujetando un objeto, la fuerza con que el suelo responde a un cuerpo apoyado en él,…

La fuerza es una **magnitud vectorial** capaz de deformar los cuerpos (efecto estático), modificar su velocidad o vencer su inercia y ponerlos en movimiento si estaban inmóviles (efecto dinámico).

Las fuerzas se representan mediante un vector. Para definir un vector, y por lo tanto una fuerza, no solo debemos conocer su valor, sino también otras características, que son:

- Módulo: es el valor numérico de la fuerza, la cuantía de la fuerza. La unidad en que se miden las fuerzas es el Newton (N)
- Dirección: es la recta que incluye a la fuerza.
- Sentido: es la orientación que toma el vector (fuerza) dentro de su dirección. Todas las direcciones tienen dos sentidos.
- Punto de aplicación: es el punto donde se ejerce la fuerza.

Actividad 1

En unas rebajas, dos personas intentan arrebatarse mutuamente un jersey que ambas sujetan, ¿Cuál de las dos logrará su objetivo?

a) La que tenga más edad.
b) La que tenga peor carácter.
c) La que tire con más fuerza.

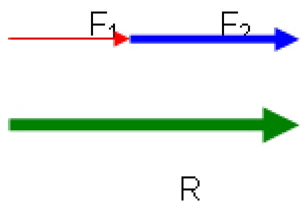
2.- COMPOSICIÓN DE FUERZAS

Componer varias fuerzas consiste en calcular una fuerza única (***resultante***) que haga el mismo efecto que todas ellas juntas.

Casos:

1.- *Fuerzas de la misma dirección y sentido*:

La resultante es otra fuerza de la misma dirección y sentido, y de módulo, la suma de los módulos .



R = F1 + F2

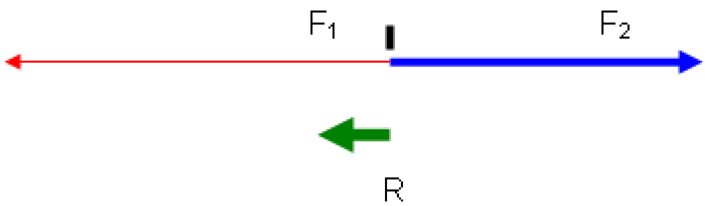
Ejemplo: F1 = 3 N

F2 = 4 N

R= 3 + 4 = 7 N

2.- *Fuerzas de la misma dirección y sentido contrario*:

La resultante es otra fuerza de la misma dirección, sentido el de la mayor, y de módulo, la diferencia de los módulos.



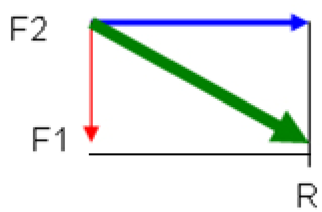
R = F1 - F2

Ejemplo: F1 = 3 N

F2 = 4 N

R = 4 – 3 = 1 N

3.- *Fuerzas de distinta dirección y distinto sentido* (Fuerzas concurrentes):



Para calcular gráficamente la resultante, se emplea la regla del paralelogramo:

Para realizar el cálculo numérico se emplea el Teorema de Pitágoras o trigonometría según convenga con los datos que se tenga.

Ejemplo: F1 = 3 N

F2 = 4 N

$$R_2 = 3^2 + 4^2 \; ; \; R = \sqrt{9 + 16} \; ; \; R = \sqrt{25} = 5 \text{ N}$$

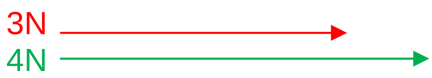
Actividad 2

1. Dos fuerzas iguales de 1 N cada una se aplican sobre un objeto de modo que forman entre sí un ángulo de 90º. Calcula el módulo de la resultante y dibuja las tres fuerzas sobre unos ejes de coordenadas.

2. Calcula el valor de la dirección de la resultante en el siguiente sistema de fuerzas:

3. Dibujar dos fuerzas de módulo 3N y 4N respectivamente y cuya resultante sea:

a) 7N, b) 1N y c) 5N.



a) $F_R = 3 + 4 = 7$N

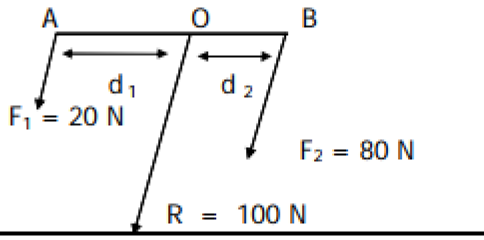
b) $F_R = 4 - 3 = 1$N

c) F_R=

Actividad 3

Calcula la resultante y la posición del punto de aplicación de la resultante de dos fuerzas paralelas si tienen el mismo sentido y cuyos valores son de 20 N y 80 N La distancia entre los puntos de aplicación de las dos fuerzas es de 4 m.

Solución:



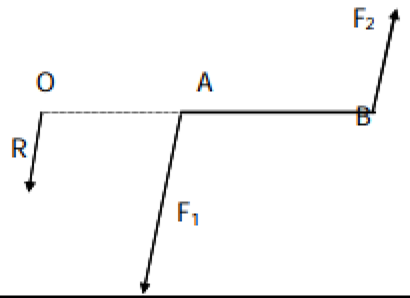
$R = F_1 + F_2$; $F_1 . \overline{OA} = F_2 . \overline{OB}$

$F_1 . d_1 = F_2 . d_2$; $R = 20 + 80 =$ **100 N**

$F_1 . d_1 = F_2 . d_2$ | $20\ d_1 = 80\ d_2$ **d_1 = 3,2 m.**

$d_1 + d_2 = 4$ | $d_1 + d_2 = 4$ **d_2 = 0,8 m.**

– ***Si tienen sentidos opuestos**, la resultante es una fuerza paralela a ellas, de sentido el de la mayor y cuyo módulo es igual a la diferencia de los módulos. Su punto de aplicación es exterior a ambas y cumple:*



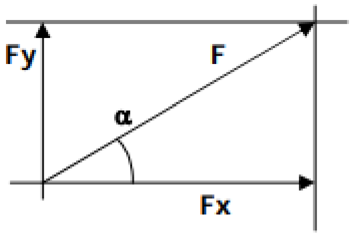
$$\mathbf{F_1 . \overline{OA} = F_2 . \overline{OB}}$$

$$\mathbf{R = F_1 - F_2}$$

3.- DESCOMPOSICIÓN DE FUERZAS

Descomponer una fuerza en otras varias es hallar un sistema de fuerzas que produzcan el mismo efecto que la fuerza dada.

Un **caso muy interesante** es la descomposición de una fuerza en dos componentes que **sean perpendiculares** entre sí.



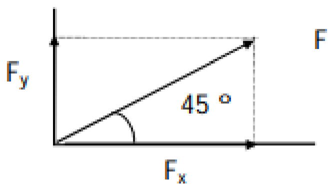
$$\boxed{sen\ \alpha = \frac{Fy}{F} \Rightarrow Fy = F . sen \alpha}$$

$$\boxed{\cos \alpha = \frac{Fx}{F} \Rightarrow Fx = F . \cos \alpha}$$

Actividad 4

Halla las componentes en el eje y y en el eje x de la F=20N de la figura.

sen 45 = 0,7 ; cos 45 = 0,7



Solución:

$F_x = F. \cos \alpha = 20. \cos 45 = 20. 0,7 =$ **14 N**

$F_y = F. \text{ sen } \alpha = 20. \text{ sen } 45 = 20. 0,7 =$ **14 N**

4.- DINÁMICA

Como ya hemos mencionado, una fuerza puede hacer que un objeto modifique su forma, su velocidad, venza su inercia (inercia es la tendencia que tienen los cuerpos a conservar su estado de movimiento) o se ponga en movimiento si estaba inmóvil.

La **dinámica** es la parte de la Física que estudia las causas que producen el movimiento o la deformación de los cuerpos, es decir, las fuerzas.

Existen dos tipos de deformaciones según sea la interacción entre los cuerpos:

- ***Elástica***: Es aquella, que una vez de dejar de ejercer la fuerza sobre el cuerpo, este vuelve a recuperar su posición inicial.

Ejemplo: Cuando empujamos una puerta que está sujeta con un muelle, esta vuelve a su posición inicial al dejar de ejercer la fuerza. Cuando estiramos una goma de, esta al cesar es esfuerzo recupera su longitud inicial.

- ***Inelástica***: es aquella, que una vez de dejar de ejercer la fuerza sobre el cuerpo, este no vuelve a recuperar su posición inicial.

Ejemplo: cuando una niña empuja un cochecito, este se desplaza cambiando su velocidad y situación. Cuando aplastamos la nieve.

4.1.- Leyes de la dinámica

Isaac Newton (1.643-1.727), científico y matemático inglés, promulgo las denominadas "**Leyes de la Dinámica**", en las cuales expuso los principios sobre los que se basa el estudio de las fuerzas.

- **PRIMERA LEY O LEY DE INERCIA:**

"Sí sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza o la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él es cero, el cuerpo estará en reposo o se moverá con movimiento rectilíneo y uniforme"

Conclusiones:

1. Todo cuerpo libre (no sometido a interacciones) estará en reposo o se moverá con velocidad constante en trayectoria recta.

2. Si un cuerpo está sometido a una aceleración, sobre él estará actuando alguna fuerza resultante.

3. Todo cuerpo en reposo seguirá en reposo mientras no se le aplique una fuerza.

4. La tendencia de los cuerpos a conservar su estado de reposo o de movimiento se llama **inercia**. La inercia es la propiedad de un cuerpo que mide la resistencia del mismo a variar su estado de reposo o de movimiento. Cuanto mayor sea la masa de un cuerpo, mayor será su inercia.

- **SEGUNDA LEY:**

“Existe una relación constante entre las fuerzas aplicadas a un cuerpo y las aceleraciones que se producen en el mismo, siendo la constante de proporcionalidad la masa del cuerpo.”

Matemáticamente se expresa:

$$\boxed{\sum \vec{F} = m.\,\vec{a}}$$

Es decir, **la fuerza resultante (suma vectorial de todas las fuerzas) que actúa sobre un cuerpo es igual al producto de su masa por la aceleración.**

La fórmula escrita se conoce como ecuación fundamental de la dinámica.

Consecuencias de la segunda ley de Newton:

- Una consecuencia de esta ley son las unidades de fuerza. En el S. I. es el **Newton**

1 Newton = 1N = 1 kg. 1 m/s^2

Se define el Newton como la fuerza que aplicada a 1 kg de masa le produce una aceleración de 1 m/s^{2}.

- Otra unidad de fuerza es el kilopondio (kp) Kilopondio es la fuerza con que la Tierra atrae a 1 kg de masa al nivel del mar y a 45º de latitud.

  1 kp = 1 kg. 9,8 m/s^2 = 9,8. 1 kg. 1 m/s^2 = 9,8 N; $\boxed{\textbf{1 kp = 9,8 N}}$

- Otra consecuencia de esta ley es el peso de un cuerpo. Como el peso de un cuerpo es la fuerza con que la Tierra lo atrae: $\boxed{P = m \cdot g}$

➢ TERCERA LEY o LEY DE ACCIÓN Y REACCIÓN:

“ Si un cuerpo actúa sobre otro con una fuerza (acción), éste reacciona contra el primero con una fuerza igual y de sentido contrario (reacción) ”.

Estas dos fuerzas no se anulan porque actúan sobre cuerpos diferentes.

Ejemplo. Cuando una persona intenta saltar a tierra desde una barca, la persona empuja la barca hacia atrás (acción) para que la barca le empuje hacia adelante (reacción).

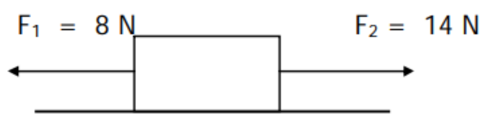
Actividad 5

Sobre un cuerpo que pesa 20 N y que se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal se aplican dos fuerzas paralelas a la superficie de sentido contrario y de valores 8 N y 14 N Calcular:

a) La fuerza resultante. b) La acelaración.

Solución:

Aplicaremos la ecuación fundamental de la dinámica:



F = m a

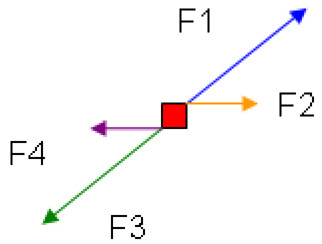
La fuerza resultante vale: F = 14 – 8 = 6 N

P = m. g ; 20 = m 10 ; m = 20 / 10 = 2 kg.

6 = 2 a ; a = 6 / 2 = 3 m/s^2.

4.2.- Deformaciones elásticas. Equilibrio de fuerzas

Se dice que un cuerpo esta en equilibrio cuando la suma de todas las fuerzas que actúan sobre él es cero.



F1 + F2 + F3 + F4 = 0

En los siguientes ejemplos resueltos podrás comprender fácilmente los principios de la dinámica o leyes de Newton.

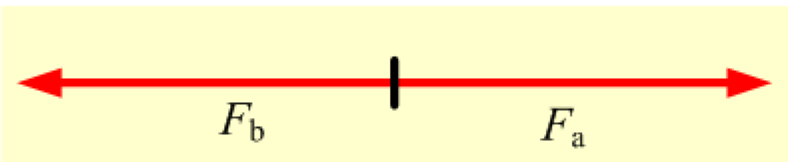
Cuando un sistema está en equilibrio pueden darse dos casos:

- Que el objeto sobre el que actúan las fuerzas esté en reposo y se llama " ***equilibrio estático***".
- Que el objeto sobre el que actúan las fuerzas esté siguiendo una trayectoria recta con velocidad constante y entonces se llama "***equilibrio dinámico***".

Ejemplos Resueltos

Ejemplo 1.

¿Hay alguna manera de aplicar las fuerzas de modo que la resultante sea nula? si tu respuesta es afirmativa, indica cómo.



Sí.

El módulo de la fuerza resultante de dos fuerzas de idéntica dirección pero de sentidos opuesto es igual a la diferencia de los módulos o valores físicos de las dos fuerzas.

Si las dos fuerzas son iguales y se aplican en igual dirección pero en sentido opuesto, la diferencia de sus módulos será cero, pues ambos son iguales. **Decimos que el cuerpo está en equilibrio.**

Ejemplo 2.

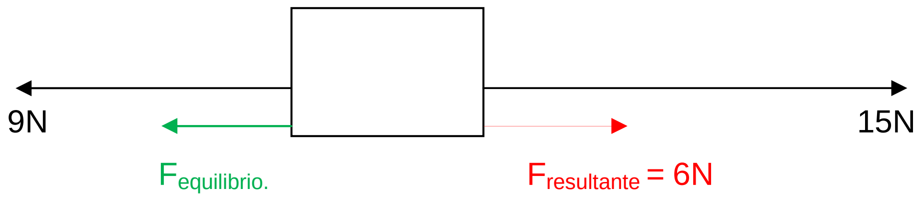
¿Podría moverse un cuerpo si la resultante de las fuerzas que actúan sobre él son nulas? En caso afirmativo, indica a que movimiento hace referencia ¿Qué ley se aplica?

Si el cuerpo se encuentra en movimiento y sobre él no actúa ninguna fuerza o la resultante es cero, mantendrá su movimiento de forma uniforme. Si se encuentra en reposo, permanecerá en el mismo estado.

La ley de inercia, o el primer principio de Newton, no solamente es válida cuando no se ejerce ninguna fuerza sobre un cuerpo, sino que también es efectiva cuando la resultante de las fuerzas que se ejercen sobre el cuerpo es cero. En general podemos afirmar que si sobre un cuerpo cualquiera no se aplica ninguna fuerza: si el cuerpo está en reposo, permanece en este estado y si está en movimiento, también mantiene este de manera uniforme indefinidamente.

Ejemplo 3.

Sobre un cuerpo están actuando dos fuerzas, una de 15N en la dirección horizontal y sentido hacia la derecha y la otra, de 9N en la dirección horizontal y hacia la izquierda. ¿Qué fuerza, dirección y sentido debemos aplicarle para que el cuerpo quede en equilibrio?



Fuerza resultante = 15 – 9 = 6N (color rojo) hacia la derecha en la dirección horizontal. Necesitaremos una fuerza igual y sentido opuesto que nos anule la resultante calculada y deje el cuerpo en equilibrio. La fuerza necesaria será de 6 N en la dirección horizontal y hacia la izquierda (color verde).

En los siguientes ejemplos resueltos podrás comprender fácilmente los principios de la dinámica o leyes de Newton.

Ejemplo 4.

Sobre un cuerpo de 15 Kg de masa actúa una fuerza de 7N, ¿cuál es la aceleración producida?

Acudiendo a la fórmula F = m·a y despejando de ella la aceleración queda: $\frac{F}{m}$ = a

por lo tanto aplicándolo a este problema tendremos.

$$a = \frac{7}{15} = 0{,}46\ m/s^2$$

Ejemplo 5.

Una fuerza de 120 N produce una aceleración de 2 m/s^2. Calcula la masa del cuerpo sobre el que ha actuado la fuerza.

Volviendo a aplicar la formula F = m · a y despejando en el caso de la masa, $\frac{F}{a}$=m

$$\mathbf{m} = \frac{120}{2} = 60Kg$$

Ejemplo 6.

Sobre un cuerpo de 100 gramos de masa se ejerce una fuerza de 0,5 N. Calcula su aceleración.

Puesto que tenemos que trabajar con unidades del Sistema Internacional, antes de iniciar ninguna operación deberemos transformar los, gramos en kilogramos, es decir.

100 gramos = 0.1 Kg

Después usando la fórmula del segundo principio de Newton, y despejando la aceleración:

$$\frac{F}{m} = a \qquad a = \frac{0{,}5}{0{,}1} = 5\ m/s^2$$

Ejemplo 7.

Si sobre un cuerpo de 20 kilos de masa la tierra ejerce una fuerza de 196 N, ésta misma fuerza será la que ejerce el cuerpo sobre la Tierra según el principio de acción y reacción. Si la masa de la Tierra es de 5, 97 · 10^{24} Kg ¿Cuál es la aceleración con la que la Tierra se acerca al cuerpo?

Puesto que la fuerza ejercida por el cuerpo sobre la Tierra es de 196 N y su masa de 5,97 · 10^{24} Kg la aceleración producida será de:

$$\frac{F}{m} = a \qquad a = \frac{196}{5{,}97 \cdot 10^{24}} = 32{,}83 \cdot 10^{-24}\ m/s^2$$

Ejemplo 8.

Calcula la masa de un cuerpo que al recibir una fuerza de 20 N adquiere una aceleración de 5 m/s^2.

$$\cdot F = m \cdot a \qquad m\ \frac{F}{a} \qquad m = \frac{20}{5} = 4\ Kg$$

Ejemplo 9.

Calcular la masa de un cuerpo que aumenta su velocidad con una aceleración de 0,5 m/s^2 cuando se le aplica una fuerza de 600N.

$$F = m\ \ a \quad m\ \frac{F}{a} \quad \cdot \quad m = \frac{600}{0{,}5} = 1200\ Kg$$

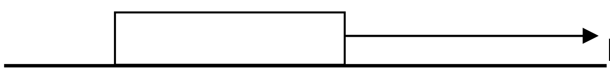
Ejemplo 10.

Un elevador de 2000Kg de masa, sube con una aceleración de 1 m/s^2 ¿Cuál es la fuerza que soporta el cable?

$$F = m\ \ a \qquad F = 2000 \cdot 1 = 2000\ N$$

Ejemplo 11.

Un cuerpo de 10 Kg de masa esta apoyado sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Una persona tira del bloque con una soga fija al bloque, en dirección horizontal, con una fuerza de 20N. Calcular la aceleración del bloque, suponiendo despreciable la masa de la soga y nulo el rozamiento.



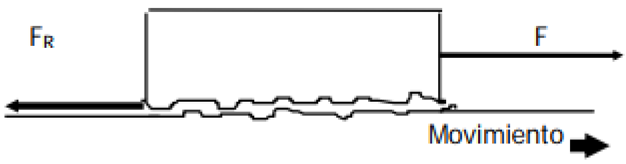
F =20 N $F = m \cdot a$

$$a = \frac{F}{m} \qquad\qquad \frac{20}{10} = 2\ m/s^2$$

5.- FUERZA DE ROZAMIENTO , PESO Y FUERZA NORMAL

Fuerza de rozamiento (F_R ó F_μ) la fuerza que aparece en la superficie de contacto de dos cuerpos cuando se intenta deslizar uno sobre otro. La fuerza de rozamiento siempre se opone al movimiento, por tanto siempre la dibujaremos en sentido contrario al movimiento.

La fuerza de rozamiento entre dos cuerpos se debe a que la superficie de contacto nunca es perfectamente lisa, sino que presenta rugosidades.



F_R = Fuerza de rozamiento

F = Fuerza aplicada

La expresión matemática de la fuerza de rozamiento es:

$$\boxed{F_R = \mu \cdot N}$$

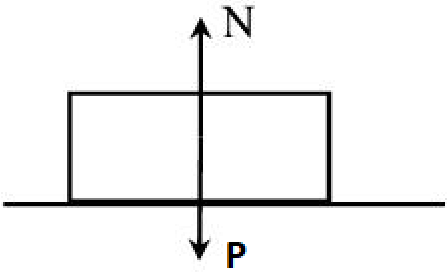
F_R = Fuerza de rozamiento
μ = Coeficiente de rozamiento dinámico
N = Normal

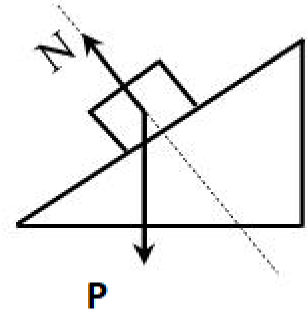
El peso es una medida de la fuerza gravitatoria que actúa sobre un objeto. El peso equivale a la fuerza que ejerce un cuerpo sobre un punto de apoyo, originada por la acción del campo gravitatorio.

Por ser una fuerza, el peso se representa como un vector, definido por su módulo, dirección y sentido, aplicado en el centro de gravedad del cuerpo y dirigido aproximadamente hacia el centro de la Tierra. Por la misma razón, al ser una fuerza, se mide en el S.I. en newtons N.

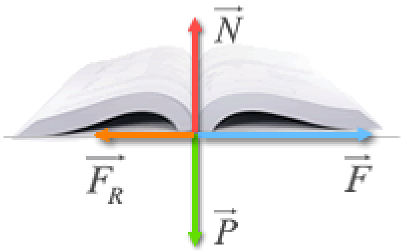
> *Peso y masa son dos conceptos y magnitudes físicas muy diferentes, aunque aún en estos momentos, en el habla cotidiana, el término "peso" se utiliza a menudo erróneamente como sinónimo de masa, la cual es una magnitud escalar.*

La normal (N) Es la fuerza que ejercen las superficies sobre los cuerpos colocados sobre ellas. La dirección de la normal siempre es perpendicular a la superficie.





6.- PLANOS HORIZONTALES



Fuente: Fisicalab

Uno de los posibles casos en los que podemos hacer que un cuerpo se mueva horizontalmente sobre una superficie horizontal consiste en aplicarle una fuerza paralela a dicha superficie que llamaremos F. . Supongamos que temenos un libro apoyado sobre una mesa y ejercemos sobre él una fuerza F paralela a la superficie de la mesa

Las fuerzas que actúan sobre este libro son las que vemos en el dibujo: en la vertical la acción del peso y la normal, y en el plano horizontal la fuerza de rozamiento y la fuerza aplicada que actúa intentando arrastrar el libro.

Como las fuerzas son magnitudes vectoriales, para calcular la fuerza resultante de estas cuatro fuerzas que actúan simultáneamente sobre el libro, hallaremos el valor numérico (modulo) de las fuerzas resultantes en el eje x y en el eje y. El valor numérico de la fuerza resultante en el eje x (F_x) será igual al de la fuerza F menos el de la fuerza de rozamiento (F_r), ya que estas fuerzas tienen la misma dirección y sentido contrario. Del mismo modo, el valor numérico de la fuerza resultante en el eje y (Fy) será igual al del P menos la Normal.

Si aplicamos la 1ª Ley de Newton en cada eje, temenos que:
donde:

$$\sum F_x = F - F_R = m \cdot a_x$$
$$\sum F_y = N - P = m \cdot a_y$$

Como el libro no se mueve ni hacia arriba, ni hacia abajo la aceleración en el eje y $a_y = 0$. Además , como la única aceleración que existe es la del eje x, podemos decir que $a = a_x$. Por tanto:

$$\sum F_x = F - F_R = m \cdot a$$
$$\sum F_y = N - P = 0$$

O lo que es lo mismo:

$$\sum F = F - F_R$$
$$F - F_R = m \cdot a$$
$$N = P$$

En esta situación se cumple que la fuerza resultante tiene la misma dirección y sentido que la fuerza aplicada.

7.- DEFORMACIONES INELÁSTICAS. CINEMÁTICA

Una vez que los cuerpos se encuentran en movimiento, la parte de la física que estudia los movimientos de los objetos se denomina **cinemática**.

➢ SISTEMA DE REFERENCIA.

La **posición** es el lugar que ocupa un cuerpo en el espacio con respecto a un punto que consideramos fijo. El sistema de referencia es el marco con respecto al cual vamos a indicar la posición de un cuerpo.

Antes de comenzar el estudio de los movimientos, es preciso indicar que se dice que un cuerpo está en reposo cuando su posición no varía con respecto a un punto fijo y que se toma como referencia a medida que transcurre el tiempo. En caso contrario se dice que el objeto está en movimiento. Es de interés resaltar que no existen puntos de referencia fijos y que todos están dotados de movimiento. Los cuerpos que aparecen en reposo con respecto a nosotros, tales como un árbol o una casa, se mueven con la Tierra y ésta, como los demás planetas, alrededor del Sol, el cuál, a su vez, se mueve en el Universo. En consecuencia, resulta evidente que el concepto de reposo es relativo.

➢ Magnitudes y unidades

Antes de comenzar con el estudio de los movimientos debemos conocer sus magnitudes y unidades.

Magnitud física es todo aquello que se puede medir. (el tiempo, masa, espacio,

volumen, etc.). Hay otras cualidades que no se pueden medir, como el color, el olor, etc. Hay dos tipos de magnitudes físicas :

- **Fundamentales**: Son aquellas que se definen por si solas. Por ejemplo, la masa, el tiempo, el espacio, etc.

- **Derivadas**: Son aquellas que se definen a partir de otras; necesitan de otras para conocer su valor. Por ejemplo, la velocidad, aceleración, densidad, etc, es decir, tenemos que hacer una operación matemática para conocer su valor.

Actividad 7

De las siguientes magnitudes, di cuales son fundamentales y cuales son derivadas.

Masa, fuerza, volumen, longitud, densidad, intensidad de corriente, tiempo, presión temperatura, velocidad y aceleración.

Unidad es en lo que se mide una magnitud, en lo que se expresa. Todas las magnitudes físicas tienen muchas unidades con las cuales se pueden expresar.

En física hay muchas magnitudes, pero en **cinemática** emplearemos, aparte de las fundamentales espacio y tiempo, las derivadas **velocidad (v) y aceleración (a).**

Velocidad (v): Es el espacio recorrido por un objeto en la unidad de tiempo.

Velocidad media es el cociente que resulta de dividir el espacio recorrido por un móvil y el tiempo invertido.

$$v = \frac{e}{t}$$

Por ejemplo, si un coche tarda 1,5 h en recorrer una distancia de 200 km, su velocidad media será:

$$v = \frac{e}{t} = \frac{200\ km}{1,5\ h} = 133,3\ km/h$$

Velocidad instantánea es la velocidad que posee un móvil en un determinado instante de su movimiento.

Aunque el coche del ejemplo anterior haga una media de 133,3 km/h, es evidente que en instantes determinados su velocidad ha sido superior y en otros inferior a esa velocidad media; puede que a los 5 minutos exactos de su movimiento su velocidad fuese 90,7 km/h y a los 62 minutos exactos fuese 152 km/h.

Aceleración (a): Nos indica el ritmo o tasa con la que aumenta o disminuye la velocidad de un móvil en función del tiempo.

Aceleración media (a_m) es el cociente que resulta de dividir la diferencia de dos velocidades a dos tiempos diferentes entre el tiempo transcurrido en tal variación.

$$\mathbf{a_m = \frac{v_f - v_o}{t}}$$

Ejemplo: Si un coche cambia su velocidad de 72 km/h (20 m/s) a 90 km/h (25 m/s) de manera progresiva en 10 s entonces:

$$a_m = \frac{v_f - v_o}{t} = \frac{25-20}{10} = 0{,}5\ m/s^2$$

La aceleración de un cuerpo puede ser positiva, si aumenta la velocidad de éste, o negativa, si disminuye la velocidad, es decir, si frena.

Por lo tanto las magnitudes que utilizaremos con sus unidades son:

MAGNITUDES	**UNIDADES**
Espacio e..	m, Km.,
Tiempo t.......................................	sg, hora.
Velocidad v...............................	m/sg, Km/h.
Aceleración a.......................................	m/sg^2.

➢ Tipos de movimientos

Para clasificar los movimientos debemos conocer un concepto previo:

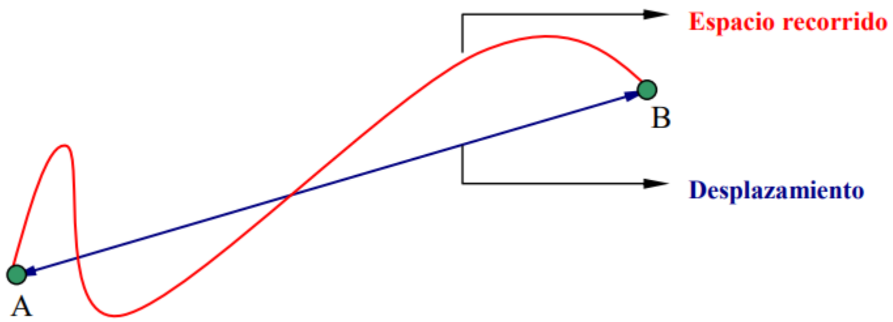
Trayectoria: Es la sucesión de puntos por donde pasa un móvil.

Hay dos tipos de movimientos según sea su trayectoria:

- rectilíneo: cuando su trayectoria es una recta.
- Curvilíneo: cuando su trayectoria una curva.

Espacio recorrido es la longitud de la trayectoria descrita por un cuerpo.

Desplazamiento es la diferencia entre la posición inicial y final de un cuerpo. Ambas magnitudes son longitudes y su unidad en el S.I. es el metro (m).



Sólo coincidirá espacio recorrido y desplazamiento en el caso de que la trayectoria sea rectilínea y el móvil no cambie de sentido

Actividad 8

Relacionar los movimientos que realizan los cuerpos citados debajo con su correspondiente trayectoria.

- Un cuerpo cae desde un tercer piso.
- El extremo de las manecillas de un reloj.
- Los planetas alrededor del Sol.
- Una bala disparada por un fusil.

7.1.- Movimiento rectilíneo.

El movimiento rectilíneo, **al igual que el movimiento curvilíneo**, se divide en dos tipos:

- Uniforme: Velocidad constante
- Uniformemente acelerado. Velocidad variable.

7.1.1.- MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (M. R. U.):

Es aquel cuya trayectoria es la línea recta y su velocidad (modulo, dirección y sentido) permanece constante, no varía, durante todo el recorrido.

➢ Estudio cualitativo

La ecuación que vamos a utilizar es: **v = e / t**

Gráficas del m.r.u.:

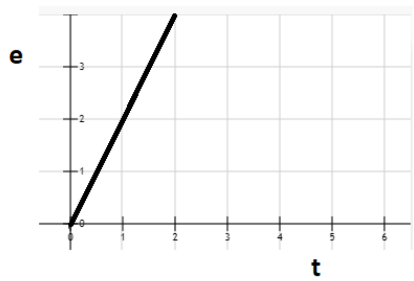
Existen dos graficas:

A) Gráfica espacio-tiempo (e - t) :

En esta gráfica se representa el espacio en el eje " y ",y el tiempo en el eje "x ". Hay que dar valores al tiempo, y mediante la ecuación se calcula el espacio recorrido en cada tiempo (normalmente se dan valores al tiempo comprendidos entre 0-3), completándose así, la tabla de valores.

Ejemplo: Un hombre va a una velocidad constante de 2 m / sg. Representa su grafica e - t.

t	0	1	2	3
e	0	2	4	6



Características de la gráfica:

- Siempre sale una línea recta.
- Siempre pasa por el punto (0 , 0).
- La pendiente de la recta viene dada por la velocidad, cuanto mayor sea la velocidad del móvil, mayor es la pendiente.

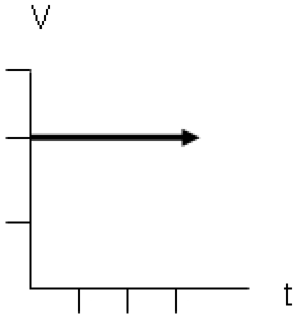
B) Grafica velocidad-tiempo v - t :

En esta gráfica se representa la velocidad en el eje " y " y el tiempo en el eje " x

".Como la velocidad permanece constante, no hace falta hacer la tabla de valores, ya que para cualquier valor del tiempo la velocidad siempre vale lo mismo.

Ejemplo: Un hombre va a una velocidad constante de 2 m / sg. Representa su grafica v - t.

t	0	1	2	3
v	0	2	2	2



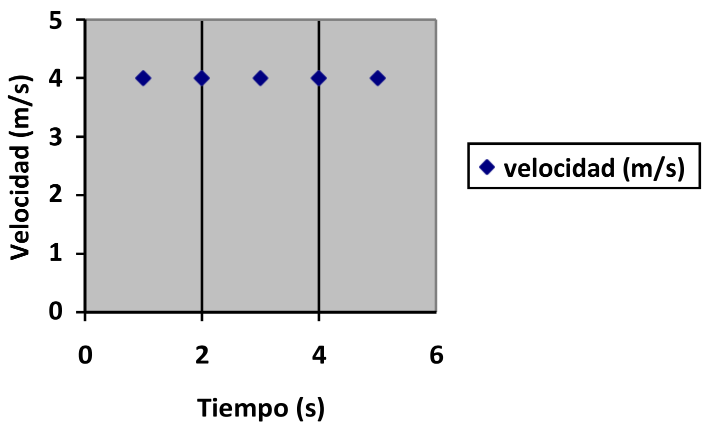
Características de la grafica:

- Siempre sale una línea recta, paralela al eje " x ".
- La distancia de la recta al eje " x " depende de la velocidad, cuanto mayor sea la velocidad, mayor es la distancia.

Actividad 9

1. ¿A cuántos m/s equivale la velocidad de un móvil que se desplaza a 72 km/h?

2. En el gráfico, se representa un movimiento rectilíneo uniforme, averigüe gráfica y analíticamente la distancia recorrida en los primeros 4 s.



➢ Estudio cuantitativo

Como ya hemos visto, la ecuación que vamos a utilizar para resolver problemas de este tipo es:

$$v = e / t$$

Donde. v = velocidad (m/sg o km/h)

e = espacio (m o km)

t = tiempo (sg u h)

En esta ecuación debemos conocer dos de sus parámetros y despejar el tercero. De esta forma podemos encontrar otras dos ecuaciones que se derivan de ésta:

e = v . t t = e / v

Es muy importante que las tres magnitudes tengan las unidades "coincidentes" entre ellas.

Ejemplo:

Si un coche va a una velocidad de 25 m / sg , calcular que espacio recorrerá en 2 h.

e = v * t ; e = 25 x 2 = 50 ?.

El problema está mal hecho, ya que tenemos dos unidades de tiempo que no coinciden. Por eso, lo que hay que hacer es pasar los m / sg a Km. / h o las horas a segundos.

2 h. x 3.600 sg/h= 7.200 sg ; e = 25 x 7.200 **= 180.000 m = 180 km**

$$\frac{25 \text{ m / sg x } 3.600 \text{ sg/h}}{1.000 \text{ m/Km.}} = 90 \text{ km / h} \;;\; e = 90 \times 2 = \mathbf{180\ km}$$

Podemos utilizar las siguientes reducciones para pasar de m/sg a Km./h y viceversa:

$$\frac{3.600\ sg/h}{1.000\ m/km} = 3,6$$

Ejemplo:

m/sg a km/h: **multiplicando**: 25 m/sg x 3'6 = 90 km/h

km/h a m/sg: **dividiendo**: $\frac{90\ km/h}{3,6} = 25\ m/sg$

Aquí tienes algunos ejemplos más para poder entender mejor el movimiento rectilíneo uniforme:

Ejemplos:

1. Una persona recorre un tramo de 600 metros a la misma velocidad invirtiendo un tiempo de 10 minutos, después se detiene durante cinco minutos y luego vuelve a caminar, también a velocidad constante, recorriendo 300 metros en cinco minutos. Calcula la velocidad en cada tramo del recorrido en metros/segundo.

En primer lugar debemos calcular el tiempo en segundos, 10 minutos son 600 segundos. Y 5 minutos son 300 segundos.

v = e / t

- Primer tramo, $\frac{e}{t} = v$ $v = \frac{600}{600} = 1m/s$
- Segundo tramo, la velocidad es nula, está descansando.
- Tercer tramo, $\frac{e}{t} = v$ $v = \frac{300}{300} = 1m/s$

La velocidad de esta persona antes y después del descanso es la misma, va a una velocidad constante.

2. Un motorista sale de Toledo a las 3 horas y 30 minutos a una velocidad de 90 Km/h, si la distancia entre Madrid y Toledo es de 64 Km y mantiene su velocidad constante durante todo el camino, ¿Cuánto tiempo tardará en llagar a Madrid? ¿A qué hora llegará?

En primer lugar debemos pasar nuestros datos a unidades del Sistema Internacional, para que los cálculos nos resulten efectivos. 64 Km son 64 000m. La velocidad de 90 Km/ hora:

$$\frac{90Km}{1\ hora} = \frac{90\ 000m}{3600\ s} = 25\ m/s$$

Entonces vamos a calcular el tiempo que tarda el motorista en llegar a Madrid:

$$\frac{e}{t} = v \qquad t = \frac{e}{v} = \frac{64000}{25} = 2560\ s$$

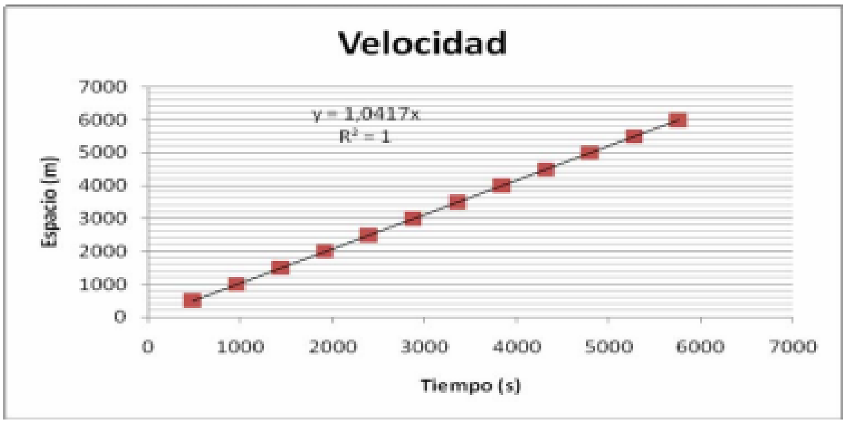
Tarda en llegar, 2560 segundos que son 42,6 minutos. Con lo cual si ha salido a las 3 horas 30 minutos, habrá llegado a Madrid a las 4 horas con 12,6 minutos.

Actividad 10

Representa en los ejes perpendiculares el espacio que recorre y el tiempo que tarda una persona que camina durante 6 kilómetros, siempre a la misma rapidez según la siguiente tabla:

Tiempo (min)	Tiempo (s)	Espacio (Km)	Espacio (m)
8	480	0,5	500
16	960	1	1000
24	1440	1,5	1500
32	1920	2	2000
40	2400	2,5	2500
48	2880	3	3000
56	3360	3,5	3500
64	3840	4	4000
72	4320	4,5	4500
80	4800	5	5000
88	5280	5,5	5500
96	5760	6	6000

a) ¿Qué línea se obtiene con la representación? b) ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 100 metros? c) ¿Cuántos metros recorre en una hora? d) ¿Cuál es su velocidad? e) ¿Tiene un movimiento uniforme?



7.1.2.- MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (M.R.U.A.) :

➢ Estudio cualitativo

Es aquel cuya trayectoria es la línea recta, y su velocidad no permanece constante, varía con el tiempo.

Para resolver los problemas de este tipo de movimiento se emplean dos ecuaciones:

$$a = (v_f - v_o) / t \qquad t = (v - v_o) / a$$

$$v_f = v_o + a\,t \qquad e = v_o\,t + 1 / 2\, a\, t^2$$

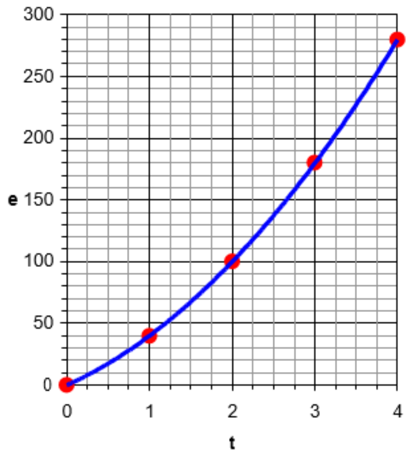
Gráficas del m.r.a:

Existen dos gráficas:

A) <u>Gráfica espacio-tiempo</u> (e - t) :

El tiempo se representa en el eje " x " y el espacio en el eje " y ". Se dan valores al tiempo y mediante la ecuación de espacio se calcula el espacio recorrido en cada tiempo :

Tiempo (s)	0	1	2	3	4
Espacio	0	40	100	180	280



Características de la gráfica:

- Siempre pasa por el punto (0 , 0) .
- Siempre nos sale una parábola.
- La abertura de las ramas viene dada por la aceleración ; cuanto mayor sea la aceleración menor es la abertura , y viceversa .

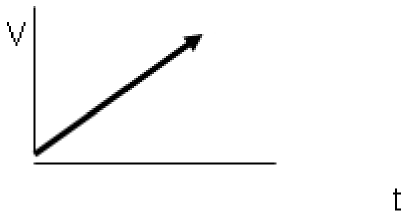
B) *<u>Gráfica velocidad-tiempo</u>* (v - t) :

El tiempo se representa en el eje " x " y la velocidad en el eje " y ". Se dan valores al tiempo y mediante la ecuación de velocidad se calcula la velocidad en cada tiempo.

Ejemplos:

1. Un coche parte del reposo y acelera a razón de 2 m / sg^2. Representar su gráfica v-t :

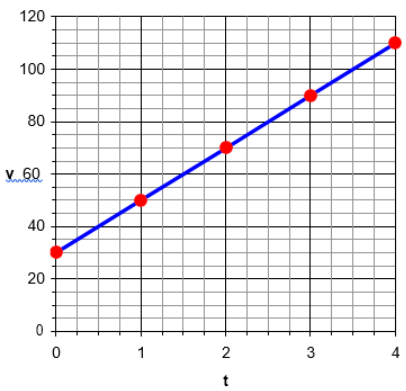
t	0	1	2	3
v	0	2	4	6



No todas las graficas v-t tienen esta forma. ¿Qué pasaría si el coche no parte del reposo, sino que tiene una cierta velocidad inicial?.

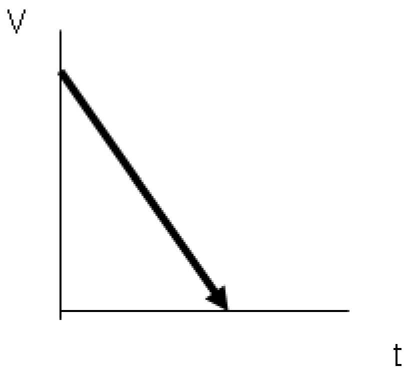
2. El mismo que el anterior pero con una v_0 = 30 m / sg.

Tiempo (s)	0	1	2	3	4
Velocidad	30	50	70	90	110



3. ¿Y si el coche va a una velocidad de 10 m / sg y frena a razón de 2m / sg^2?

t	0	1	2	3	4	5
v	10	8	6	4	2	0



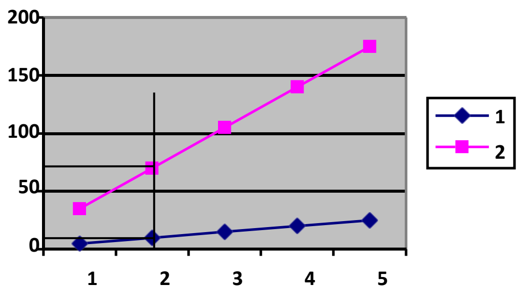
Características de la gráfica:

- Siempre sale una línea recta.
- No siempre pasa por el punto (0,0) .
- La pendiente de la recta viene dada por la aceleración; cuanto mayor es la aceleración mayor es la pendiente. (inclinación de la recta)
- Si el movimientotiene aceleración negativa, es decir, si disminuye la velocidad con el tiempo, el punto de corte de la grafica con el eje del tiempo, nos da el tiempo que tarda el móvil en pararse.

.

Ejemplo: En la gráfica se han representado la velocidad y el tiempo de dos móviles 1 y 2.

¿Cuál de los dos lleva mayor aceleración? ¿Por qué?



Para calcular en cuál de los cuerpos es mayor la aceleración debemos observar la grafica en la que se representan las velocidades en función del tiempo.

Para un tiempo cualquiera, 2 segundos por ejemplo, trazamos una línea vertical hacia arriba y en los puntos de corte una recta horizontal hacia los valores de velocidad, podemos comprobar que la línea que corta a la gráfica 1 tiene una velocidad de 10 m/s aproximadamente. Para la línea horizontal que corta la gráfica 2 la velocidad es de 70 m/s. Ello significa que para un mismo tiempo, el cuerpo 2 ha alcanzado mayor velocidad que el primero, luego su aceleración es mayor. En el móvil 1 la aceleración es menor que en el móvil 2.

- ### Estudio cuantitativo

Las ecuaciones que verifican este tipo de movimiento son:

$$\boxed{\mathbf{e} = \mathbf{v_o} \cdot \mathbf{t} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{t}^2}$$

$$\boxed{\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v_o} + \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{t}}$$

Donde:

e → es el espacio recorrido en metros

v_o → es la velocidad inicial en m/s

t → es el tiempo en segundos

a → es la aceleración en m/s^2

v → es la velocidad en un determinado momento del recorrido en m/s

Ejemplo: Un ciclista se está moviendo a 12 m/s cuando tiene que frenar al cruzársele un gato a 2,5 m delante de él. Consigue detenerse transcurridos 0,4 segundos.

a) ¿qué aceleración tuvo el ciclista?

b) ¿qué distancia recorrió antes de detenerse?

c) ¿Atropelló al gato?

Solución:

a) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v_o} + \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{t}$ *utilizando esta fórmula y sustituyendo los datos que temenos podemos calcular la aceleración del ciclista.*

Datos: ***v_o= 12 m/s***

t= 0,4 s → v_f = 0 m/s *Date cuenta que transcurridos esos 0,4 segundos el ciclista se detiene, por tanto su velocidad en ese momento será de 0 m/s.*

sustituyendo: ***0 = 12 + a· 0,4*** *→ despejando:* ***a = -12/0,4 = -30 m/s*** *Observa que la aceleración es negativa porque el ciclista está frenando.*

b) *De forma análoga pero con esta fórmula:* $\mathbf{e} = \mathbf{v_o} \cdot \mathbf{t} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{t}^2$

$e = 12 \cdot 0{,}4 + \frac{1}{2} \cdot (-30) \cdot 0{,}4^2 = 4{,}8 - 2{,}4 = 2{,}4$ m

c) *Según el resultado obtenido en el apartado anterior vemos que el ciclista recorre 2,4 m antes de detenerse. Como el gato estaba a 2,5m del ciclista cuando éste comienza a frenar, Podemos concluir que el gato se salva por los pelos.*

- **CAÍDA LIBRE DE LOS CUERPOS**:

Es un caso especial de M.R.U.A. Los cuerpos que caen libremente están sometidos a una aceleración, que es producida por la denominada fuerza de la gravedad, es decir, la atracción gravitatoria de la Tierra.

Galileo comprobó que todos los cuerpos de la misma forma y tamaño, aunque sean de distinta masa, caen libremente en el aire con la misma aceleración. Por ejemplo, dos esferas del mismo tamaño, una de acero y otra de madera, llegan a la vez al suelo al caer libremente desde la misma altura.

La aceleración que actúa sobre los cuerpos es la gravedad (**g = 9´8 m / sg²**).

Si el cuerpo sube la velocidad disminuye con el tiempo y si baja la velocidad aumenta con el tiempo..

Las características más importantes de este movimiento son:

1.) La velocidad de lanzamiento es igual a la velocidad de llegada al mismo punto de lanzameinto.

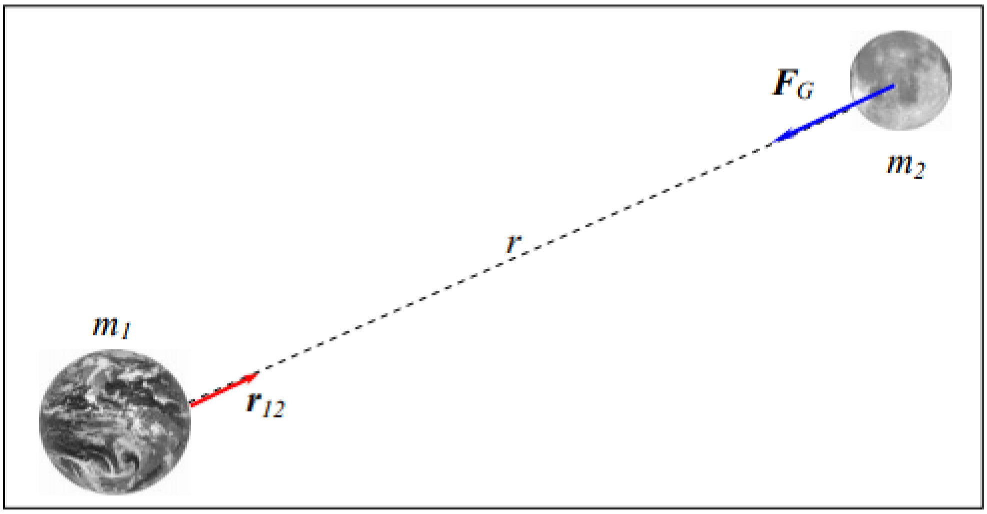
2.) El tiempo que tarda en subir es igual al tiempo que tarda en bajar al mismo punto de lanzamiento.

8.- LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

La Ley de Gravitación Universal fue descubierta por **Newton**. Se puede enunciar de la siguiente forma:

"Toda partícula material del universo atrae a cualquier otra partícula con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa"

Si las partículas que tienen masas m_1 y m_2 están separadas una distancia r medida desde sus centros, como se ve en la figura, entonces, de acuerdo a la ley de gravitación universal, la fuerza de atracción gravitacional F_G ejercida por la masa m_1 sobre la masa m_2 es:



Fuente: http://www2.udec.cl/~jinzunza/fisica/cap9.pdf

$$\mathbf{F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}}$$

Donde**:**

G→ constante de gravitación universal G = 6,67·10 $^{-11}$ N.m^2/ kg^2 (S.I.)

m_1 y m_2 → masas de los cuerpos que interaccionan.

r → distancia entre los cuerpos.

F_G → fuerza de atracción entre los cuerpos.

Como hemos visto en apartados anteriores, sabemos que el peso de un cuerpo lo calculamos como **P = m·g** y sabiendo que el peso en la Tierra de un cuerpo es la fuerza con que ésta atrae a dicho objeto, podríamos calcular el valor de la gravedad si sabemos el valor de la masa de la Tierra y su radio.

$$\mathbf{F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}}$$

$$\mathbf{F_G = P = m_1 \cdot g = G \cdot \frac{m_1 . \mathit{m_2}}{r^2}}$$

$$\boldsymbol{g = G \cdot \frac{m_2}{r^2}}$$

Donde m_2 sería la masa de la Tierra y r su radio

Esto mismo, lo podríamos extrapolar para cualquier planeta.

Ejemplo:

1.- Una masa de 800 kg y otra de 500 kg se encuentran separadas por 3m, ¿Cuál es la fuerza de atracción entre dichas masas?

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

$F = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2 \cdot 800\ kg \cdot 500\ kg/3^2\ m^2 = 2{,}964.10^{-6}\ N$

Bloque 12. Tema 8

Trabajo. Potencia. Energía y Calor

ÍNDICE

Abordamos en este tema el estudio de la energía desde una perspectiva amplia, que engloba no solo contenidos habituales de carácter mecánico sino también los aspectos relacionados con el calor y la temperatura:

La palabra trabajo puede tener en física un significado distinto al de la vida cotidiana.

Por ejemplo, una persona que sostenga largo tiempo en alto una pesada maleta, sin moverla, no realiza trabajo desde el punto de vista físico. Pero reclamaría una remuneración por esa tarea, ¿no crees?

La rapidez con que se realiza un trabajo se define con una magnitud llamada **potencia**.

La energía no es nada material, no puede verse ni tocarse. Es una propiedad que tienen algunos cuerpos gracias a la cual pueden producir trabajo y que se consume a medida que ese trabajo se produce.

Cuando se le comunica calor a un cuerpo aumenta su temperatura, lo comprobamos todos los días al cocinar. También podemos quitar calor de un cuerpo, bajar su temperatura, lo que ocurre dentro de un frigorífico. Ahora bien, que sucede cuando se ponen en contacto dos cuerpos con temperatura diferente? ¿Qué hace entonces el calor? ¿Cuál es la situación final?

1. Trabajo

Cuando al ejercer una fuerza sobre un cuerpo, ésta produce un desplazamiento sobre el cuerpo, decimos que dicha fuerza ha realizado un trabajo. Si no se produce desplazamiento, no hay trabajo. Por ejemplo, una persona que está empujando un cuerpo pesado, si no lo mueve, no está realizando trabajo, aunque sí realiza un gran esfuerzo.

El trabajo se representa por la letra "W". Obtenemos así una nueva ecuación física:

$$W = F * e$$

La unidad de trabajo en el Sistema Internacional es:

$$[W] = N * m = \text{Julio } (J)$$

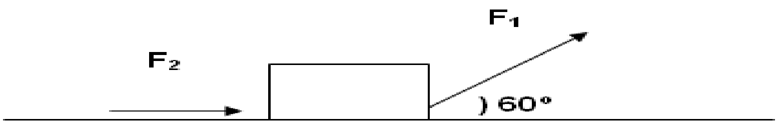
Actividad 1

¿En cual de las siguientes situaciones se realiza trabajo?

a) **Empujamos con fuerza la pared de la habitación.**
b) **Levantamos un paquete del suelo.**
c) **Empujamos el coche hasta el garaje.**
d) **Estudiamos.**

Cuando se aplica una fuerza a un cuerpo y ésta no tiene la misma dirección que la del movimiento, dicha fuerza hay que descomponerla. Aesta fuerza se le llama fuerza aplicada y a la que proviene de la descomposición, que tiene la misma dirección que la del movimiento, fuerza eficaz. Ejemplo:

El trabajo realizado por F_1 y F_2 en un tiempo concreto:

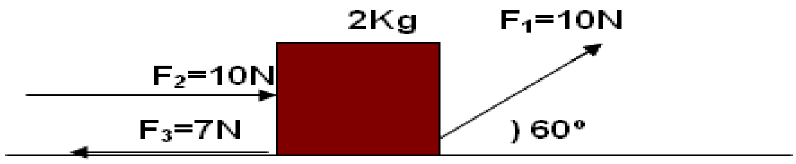


$$W_1 = F_{eficaz} * e = F_x * e = F_1 \text{ Cos } 60 * e$$

$$W_2 = F_2 * e$$

Los trabajos que provienen de fuerzas que van a favor del movimiento son positivos; y los que provienen de fuerzas que van en contra del movimiento son negativos.

Ejemplo 1. Calcular el trabajo realizado por cada fuerza en 5 segundos.



$F = m * a \quad ; \quad F_x + F_2 - F_3 = m * a$

$F_x = F_1 \text{ Cos } 60 = 10 * 0´5 = 5 \text{ N.}$

Fresultante = $5 + 10 - 7 = 8$ N

F resultante = $m \cdot a = 8 \text{ N} = 2 \text{ kg} * a$

$a = 8 / 2 = 4 \text{ m} / \text{sg}^2$

El espacio recorrido en esos 5 se. Será:

$e = v_o t + 1/2\, a t^2 \quad ; \quad e = 0 * t + 1/2 * 4 * 5^2 \;;$

$e = 50$ m.

El trabajo realizado por cada fuerza es:

$W_1 = F_x * e = 5 * 50 = 250 \text{ J.}$

$W_2 = F_2 * e = 10 * 50 = 500 \text{ J.}$

$W_3 = - F_3 * e = -7 * 50 = - 350 \text{ J.}$

Para calcular el trabajo total (W_t) basta con sumar todos los trabajos:

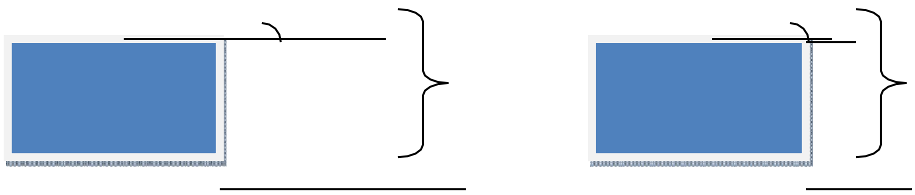
$W_{total} = W_1 + W_2 + W_3 = 250 + 500 - 350 = 400 \text{ J.}$

O también:

$$W_{total} = F_{resultante} * e = 8 * 50 = 400 \text{ J.}$$

Actividad 2

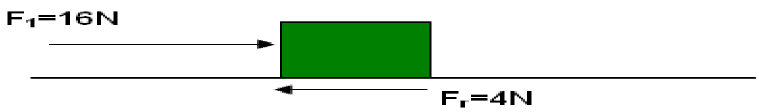
1. Para arrastrar un objeto atamos una cuerda al mismo y tiramos del otro extremo. ¿Depende el esfuerzo a realizar de la longitud de la cuerda?



2. Una grúa eleva un coche de masa 800 kg hasta una altura de 20 metros. ¿Que trabajo realiza? Toma la gravedad como 10m/s^2

La fuerza de rozamiento, también realiza trabajo.

Ejemplo 1. Sobre un cuerpo de 2 Kg., inicialmente en reposo, actúan las siguientes fuerzas:



Calcular el trabajo que realiza cada fuerza en 3 sg .

$$F = m * a \quad ; \quad F_1 - F_r = m * a$$

$$16 - 4 = 2 * a \quad ; \quad a = 6 \ m / sg^2$$

El espacio recorrido en esos tres sg. es:

$$e = 1/2 * 6 * 3^2 = 27 \text{ m}.$$

$$W_1 = F_1 * e = 16 * 27 = 432 \text{ J}$$

$$W_r = -F_r * e = -4 * 27 = -108 \text{ J}$$

Ejemplo 2. Un coche que marcha a una velocidad de 36 km / h por una carretera horizontal se deja en punto muerto. Si su masa es de 600 kg. y el coeficiente de rozamiento (μ) es 0 ´ 5 , calcular el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento hasta que se para el coche .

$$F = m * a \quad ; \quad -F_r = m * a$$

(Tomando $g=10 m/s^2$)

$$F_r = \mu * m * g = 0´5 * 600 * 10 = 3.000 \text{ N}.$$

$$-F_r = m * a \quad ; \quad a = -F_r / m \quad ; \quad a = -3.000 / 600 ;$$

$$a = -5 \text{ m / sg}^2$$

El tiempo que tarda en pararse será: 36 km / h = 10 m/ sg .

$$v_f = v_o + a t \quad ; \quad 0 = 10 - 5 t \quad ; \quad t = 2 \text{ sg}.$$

El espacio recorrido en ese tiempo será:

$$e = 10 * 2 - 1/2 * 5 * 2^2 \quad ; \quad e = 20 - 10 = 10 \text{m}.$$

$$W_r = -F_r * e = -3.000 * 10 = -30.000 \text{ J.}$$

2. Potencia

Imagínate que dos personas suben tres cajas de 10 Kg. cada una, a una mesa de 1 m de alta . Una de ellas lo hace subiendo las tres cajas a la vez, y la otra, de una en una . ¿Cual de las dos realiza más trabajo?

$$\text{Persona (1) : } W_t = m * g * e = 30 * 10 * 1 = 300 \text{ J .}$$

$$\text{Persona (2) : } W_{caja} = m * g * e = 10 * 10 * 1 = 100 \text{ J .}$$

$$W_t = 3 \ W_{caja} = 3 * 100 = 300 \text{ J .}$$

Como vemos, el trabajo realizado por cada persona es el mismo. Lo que pasa es que la persona que subió las tres cajas a la vez, ha empleado menos tiempo que la que las subió de una en una, es decir, es más potente.

Nos sale así, una nueva magnitud física, llamada Potencia. La potencia nos indica la rapidez con que se realiza un trabajo; es el trabajo que se realiza por unidad de tiempo. Se representa por le letra " P". Su fórmula es:

$$P = W / t$$

La unidad de potencia en el sistema internacional es el Vatio (w) . Otra unidad de potencia muy utilizada en la vida cotidiana es el caballo de vapor (cv) :

1 cv = 735 w.

Su ecuación de dimensiones es:

$$[P] = M L^2 T^{-3}$$

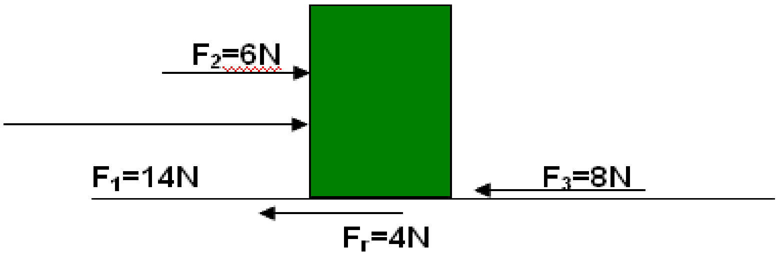
Ejemplo 1: Dos grúas suben un cuerpo de 100 Kg. a una altura de 20 m. La primera tarda 40 sg. y la segunda 50 sg. Calcular la potencia que desarrolla cada grúa.

$P = (F * e) / t = (m * g * e) / t$

$P_1 = (100 * 10 * 20) / 40$- --------- $P_1 = 500$ w.

$P_2 = (100 * 10 * 20) / 50$ ---------- $P_2 = 400$ w.

Ejemplo 2: Sobre un cuerpo de 2Kg., inicialmente en reposo, actúan las siguientes fuerzas:



Sabiendo que la fuerza de rozamiento vale 4 N. , calcular la potencia que desarrolla cada fuerza en 10 sg.

$F = m * a \quad ; \; F_1 + F_2 - F_3 - F_r = m * a$

$14 + 6 - 8 - 4 = 2 * a ; \quad a = 4 \; m / sg^2$

El espacio recorrido en esos 10 sg. es :

$e = 1 / 2 * 4 * 10^2 = 200$ m.

El trabajo realizado por cada fuerza es :

$W_1 = F_1 * e = 14 * 200 = 2.800$ J.

$W_2 = F_2 * e = 6 * 200 = 1.200$ J.

$W_3 = - F_3 * e = - 8 * 200 = - 1.600$ J.

$W_r = - F_r * e = - 4 * 200 = - 800$ J.

$W_t = W_1 + W_2 + W_3 + W_r = 2.800 + 1.200 – 1.600 – 800 = 1.600$ J.

o también : $W_t = F * e = 8 * 200 = 1.600$ J.

La potencia realizada por cada fuerza en ese tiempo será:

$P = W / t$

$P_1 = 2.800 / 10 = 280$ w.

$P_2 = 1.200 / 10 = 120$ w.

$P_3 = - 1.600 / 10 = - 160$ w.

$P_4 = - 800 / 10 = - 80$ w.

$P_t = P_1 + P_2 + P_3 + P_r = 280 + 120 – 160 – 80 = 160$ w.

o también : $P_t = W_t / t = 1.600 / 10 = 160$ w.

Actividad 3

1. Un saco de ladrillos de 200 Kg tiene que llevarse desde el suelo hasta el quinto piso (20 m) de una obra en construcción. Un obrero realiza esta tarea en media hora, y una grúa en 2 minutos. ¿Qué trabajo realiza la grúa? ¿y el obrero?

Calcula la potencia en cada uno de los dos casos.

2. En Gran Bretaña existe una unidad de potencia un tanto rara pero cuyo uso se ha extendido gracias al pasado poderío industrial de ese país: Es el caballo de vapor (CV), su equivalencia ya la conoces. Expresa las potencias halladas en el ejemplo anterior en caballos de vapor.

3. Energía

Es la capacidad que tienen los cuerpos de producir trabajo. Por lo tanto, las unidades de energía son las mismas que las de trabajo. Así, la unidad de energía en el sistema internacional es el Julio.

Hay muchos tipos de energías como por ejemplo: energía solar, eléctrica, luminosa, eólica , térmica , nuclear , etc. Nosotros vamos a estudiar tres tipos de energías que son, la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica.

3.1. Energía Potencial (Ep)

Es la que posee un cuerpo por el hecho de ocupar un lugar en el espacio, es decir , por tener una cierta altura .

$$Ep = m * g * h$$

Ejemplo 1. Calcula la energía potencial que tiene un cuerpo de 8 Kg. que se encuentra a 50 m. de altura.

$$Ep = 8 * 10 * 50 = 4.000 \ J.$$

Ejemplo 2. Un cuerpo que se encuentra a 20 m. de altura tiene una Ep de 1.000 J. Calcular cual es su masa.

$$Ep = m * g * h \qquad 1.000 = m * 10 * 20$$

$$m = 5 \ kg.$$

Ejemplo 3. Completa la siguiente tabla.

Masa (Kg)	Altura (m)	Energía potencial (J)	Trabajo que produce (J)
20	5		
4		500	
	10		20000

Se trata de completar la tabla con los datos que poseemos y usando las ecuaciones de la energía potencial y del trabajo.

$E_p = m \cdot g \cdot h$ $W = F \cdot e$ $F = m \cdot g$ teniendo en cuenta que el espacio es la altura. $\mathbf{W = m \cdot g \cdot h = E_p}$

Masa (Kg)	Altura (m)	Energía potencial (J)	Trabajo que produce (J)
20	**5**	1000	1000
4	12,5	**500**	500
200	**10**	20 000	**20 000**

- $E_p = 20 \cdot 10 \cdot 5 = 1000$ J = W
- $500 = 4 \cdot 10 \cdot h$ $h = 500 / 40 = 12.5$ $E_p = W = 500$ J
- $20\,000 = m \cdot 10 \cdot 10 = E_p$ $m = 20000/100 = 200$ kg $E_p = W = 20\,000$ J

Actividad 4

Calcula la energía potencial de una avioneta de 1500 kg que vuela a 700 m de altura.

3.2. Energía Cinética (Ec)

Es la que posee un cuerpo por el hecho de tener una velocidad

$Ec = 1 / 2 * m * v^2$

Ejemplo1. Calcula la energía cinética que tiene un coche de 600 kg , que lleva una velocidad de 20 m / sg .

$$Ec = 1/2 * 600 * 20^2 = 120.000 \text{ J.}$$

Ejemplo 2. Un cuerpo de 10 Kg. tiene una Ec de 4.500 J , calcula su velocidad .

$$Ec = 1/2 * m * v^2 \text{ -------} \quad 4.500 = 1/2 * 10 * v^2$$

$$V^2 = 900 \quad ; \quad v = 30 \text{ m/sg}$$

Ejemplo 3. Un coche de 1000 Kg marcha a una velocidad de 108 Km/h ¿Cuál es su energía cinética?

En primer lugar debemos pasar la velocidad a unidades del sistema internacional, es decir en m/s.

$$\frac{108\ Km}{1\ hora} = \frac{108\ 000 m}{3600\ s} = 300\ m/s$$

$E_c = ½ \cdot m \cdot v^2$ $\qquad E_c = ½ \cdot 1000 \cdot (300)^2 = 45\ 000\ 000 \text{ J} = 45\ 000 \text{KJ}$

Ejemplo 4. Completa la siguiente tabla.

Masa (Kg)	Velocidad (m/s)	Energía cinética (J)
10	20	
	10	2000
5		2250

Solución: Se trata de completar la tabla aplicando la formula de la energía cinética.

- $E_c = ½ \cdot m \cdot v^2$ $E_c = ½ \cdot 10 \cdot (20)^2 = 2000$ J

- $E_c = ½ \cdot m \cdot v^2$ $m = 2E_c / v^2$ $m = 40$ Kg

- $E_c = ½ \cdot m \cdot v^2$ $v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$ $v = 30$ m/s

Masa (Kg)	Velocidad (m/s)	Energía cinética (J)
10	**20**	2000
40	**10**	**2000**
5	30	**2250**

3.3. Energía Mecánica (Em)

La energía mecánica que posee un cuerpo es igual a la suma de su Ep y Ec .

$$Em = Ep + Ec$$

Ejemplo 1. Un avión de 14.000 kg vuela a 200 m. de altura a una velocidad de 400 m / sg . Calcular su energía mecánica.

$$Ep = 14.000 * 10 * 200 = 28.000.000 = 28 * 10^6 \text{ J.}$$

$$Ec = 1 / 2 * 14.000 * 400^2 = 1.120.000.000 = 1.120 * 10^6 \text{ J.}$$

$$Em = Ep + Ec = 28 * 10^6 + 1.120 * 10^6 = 1.148 * 10^6 \text{ J.}$$

4. Principio de la conservación de la energía

La energía ni se crea ni se destruye, sólo se transforma. Como vemos en la vida ordinaria, hay muchos casos donde se verifica dicho principio. Por ejemplo, la energía eléctrica se transforma en energía luminosa, o en energía calorífica, etc.

Para demostrar este principio vamos a considerar el siguiente caso: Se lanza desde el suelo, y verticalmente hacia arriba , un cuerpo de 2Kg. con una velocidad de 40 m / sg . Demostrar que se cumple el principio de la conservación de la energía.

En el momento de lanzar el cuerpo:

$$\text{Como } h = 0 \text{ -------} \quad Ep = 0$$

$$Ec = 1 / 2 * 2 * 40^2 = 1.600 \text{ J.}$$

$$Em = Ep + Ec = 0 + 1.600 = 1.600 \text{ J.}$$

Esta Em es la que se conserva constante durante todo el recorrido del cuerpo.

A medida que el cuerpo va subiendo su Ec va disminuyendo, mientras que la Ep va aumentando. La misma cantidad que disminuye la Ec, aumenta la Ep.

Esto es debido a que la Ec se está transformando en Ep, pero siempre la Em vale lo mismo (permanece constante). Cuando el cuerpo alcanza su altura máxima , la V = 0 ------- Ec = 0 , y la Ep = Em , es decir toda la Ec del principio se transformado en Ep .

Cuando el cuerpo está bajando, su altura va disminuyendo, con lo que su Ep va disminuyendo. En cambio, su velocidad va aumentando con lo que su Ec va también aumentando. Esto significa que la Ep se está transformando en Ec, lo mismo que se pierde en Ep , se gana en Ec . Cuando llega al suelo no hay altura, con lo que la Ep = 0 y la Ec = Em .

Siguiendo con el problema, vamos a calcular la Ep, Ec y Em al cabo de 1 sg. 2 sg. y en su altura máxima, para demostrar el Principio de Conservación.

- Al cabo de 1 sg. :

$$v = v_o + at = 40 - 10 * 1 = 30 \ m / sg$$

$$Ec = 1/2 * 2 * 30^2 = 900 \ J.$$

$$e = vo\,t + 1/2\,at^2 = 40 * 1 + 1/2 (-10) 1^2 = 35m.$$

$$Ep = 2 * 10 * 35 = 700 \ J.$$

$$Em = 900 + 700 = 1.600 \ J.$$

- Al cabo de 2 sg. :

$$V = 40 - 10 * 2 = 20 \ m / sg$$

$$Ec = 1/2 * 2 * 20^2 = 400 \ J.$$

$$e = 40 * 2 - 1/2 (-10) 2^2 = 60 \ m.$$

$$Ep = 2 * 10 * 60 = 1.200 \ J.$$

$$Em = 400 + 1.200 = 1.600 \text{ J.}$$

- En su altura máxima:

$V = 0$ --------- $Ec = 0$ J.

$$t = (V_f - V_o) / a = (0 - 40) / -10 = 4 \text{ sg.}$$

$$e = 40 * 4 - 1/2 \, (-10) \, 4^2 = 80 \text{ m}$$

$$Ep = 2 * 10 * 80 = 1.600 \text{ J.}$$

$$Em = 0 + 1.600 = 1.600 \text{ J.}$$

Como vemos, la Em siempre permanece constante; se cumple el principio.

Ejemplo 1: Se lanza desde el suelo, verticalmente hacia arriba , un cuerpo de 4 Kg. con una velocidad de 60 m / sg .Calcular la Ec y la Ep en los siguientes casos : a) En el momento de lanzarlo, b) Cuando su velocidad es de 20 m / s, c) cuando está a 120 m. de altura , d) en su altura máxima.

a) $h = 0$ -------- $Ep = 0$

$$Ec = 1/2 * 4 * 60^2 = 7.200 \text{ J.}$$

$$Em = Ep + Ec = 7.200 \text{ J.}$$

b) $v = 20$ m / sg ---------- $Ec = 1/2 * 4 * 20^2 = 800$ J.

$$Ep = Em - Ec = 7.200 - 800 = 6.400 \text{ J.}$$

c) h = 120 m. ------------- Ep = 4 * 10 * 120 = 4.800 J.

Ec = Em - Ep = 7.200 - 4.800 = 2.400 J.

d) v = 0 ------------------ Ec = 0 J.

Ep = Em = 7.200 J.

Ejemplo 2. Se lanza hacia arriba un balón de baloncesto cuya masa es de 66 g con una velocidad inicial de 7 m/s. Determina el valor de la energía mecánica en cada uno de los siguientes casos:

a) En el instante del lanzamiento.

b) Al cabo de medio segundo de haber sido lanzado.

c) En el punto más alto de su trayectoria.

d) Suponiendo que no la toque ninguno de los jugadores, calcula la energía mecánica que tendrá cuando choque contra el suelo, si llega con una velocidad de 7m/s.

a) En el instante inicial, el árbitro sostiene el balón a muy poca altura del suelo; por facilitar los cálculos, consideramos la altura nula. Así pues con los datos:

Recuerda que la masa debe estar en kilogramos: 0,066Kg

h = 0 m $E_p = 0$

$v_0 = 7$ m/s $E_c = ½ \cdot m \cdot v^2 = 1,6J$

$E_m = E_p + E_c$ $E_m = 1,6 + 0 = 1,6$ J

b) Como el balón describe un movimiento uniformemente desacelerado, al cabo de medio segundo la velocidad del balón será:

$v = v_0 - g \cdot t = 7 – 9,8 \cdot 0.5 = 2,1$ m/s

y se encontrará a una altura: $h = v_0 \cdot t – ½ \cdot g \cdot t^2 = 7 \cdot 0,5 – ½ \cdot 9,8 \cdot 0,5^2 = 2,3$ m

Luego tendrá una energía:

$E_p = 0,066 \cdot 9.8 \cdot 2,3 = 1,5$ J $\qquad E_c = ½ \cdot 0,066 \cdot 2,1^2 = 0,1$ J

$E_m = 1,5 + 0,1 = 1,6$ J

c) Conforme sube el balón, su velocidad va decreciendo hasta que al alcanzar el punto más alto de su trayectoria, se anula: v = 0.
Aplicando las mismas ecuaciones que en el caso anterior:

$v = v_0 - g \cdot t = \qquad 0 = 7 – 9,8 \cdot t \qquad t = 0,7$s

$h = v_0 \cdot t – ½ \cdot g \cdot t^2 = 7 \cdot 0,7 – ½ \cdot 9,8 \cdot 0,7^2 = 2,5$ m

y su energía:

$E_p = 0,066 \cdot 9.8 \cdot 2,5 = 1,6$ J $\qquad E_c = ½ \cdot 0,066 \cdot 0^2 = 0$ J

$E_m = 1,6 + 0 = 1,6$ J

Cuando golpea de nuevo con el suelo, h = 0. La velocidad con que llega la calculamos teniendo en cuenta que se trata de un movimiento de caída libre, $v_0 = 0$, v = 7 m/s:

$E_p = 0,066 \cdot 9.8 \cdot 0 = 0$ J

$E_c = ½ \cdot 0,066 \cdot 7^2 = 1,6$ J

$E_m = 1,6 + 0 = 1,6$ J

Como podemos ver, en todos los puntos de la trayectoria el balón posee la misma energía mecánica, E = 1,6 J, es decir, que dicho valor permanece constante a lo largo de la misma. De esta experiencia podemos extraer la siguiente conclusión: si sobre un cuerpo en movimiento sobre una superficie de la Tierra no actúa ninguna fuerza salvo la de la gravedad, su energía mecánica, es decir, la suma de la energía cinética y la energía potencial, permanece constante en todo momento.

5. Demostraciones de algunas características físicas

1.- La altura que alcanza un cuerpo cuando se lanza hacia arriba sólo depende de la velocidad de lanzamiento y no de la masa.

La Em en el suelo es la misma que la Em en su altura máxima , con lo que las podemos igualar :

Suelo : $Em = Ec_{suelo} = 1/2 * m * v^2_{lanz}$

Alt. máx. : $Em = Ep_{max} = m * g * h_{máx.}$

Igualándolas:

$$1/2 * m * v_{lanz.}^2 = m * g * h_{máx}$$

Despejando la altura máxima:

$$h_{máx.} = v^2_{lanz.} / 2g$$

Como vemos, la altura que alcanza un cuerpo cuando se lanza hacia arriba sólo depende de la velocidad de lanzamiento y no de la masa.

Actividad 5

¿Qué altura máxima alcanzará una pelota cuando es lanzada con una velocidad de 5m/s?

2.- La velocidad con que llega al suelo un cuerpo, y por lo tanto, el tiempo que tarda en llegar al suelo, sólo depende de la altura desde la cual se suelta y de la velocidad de lanzamiento, y no de la masa.

De la misma forma, la Em en su altura máxima es igual a la Em al llegar al suelo, con lo que también las podemos igualar:

$$1/2 * m * v_{lleg.}^2 = 1/2 * m * V_{lanz.}^2 + m * g * h_{máx.}$$

Despejando la velocidad de llegada:

$$v_{lleg.} = \sqrt{v^2{}_{lanz} + 2gh_{max}}$$

Lo mismo pasa en este caso, la velocidad con que llega al suelo un cuerpo, y por lo tanto, el tiempo que tarda en llegar al suelo, no depende de la masa del cuerpo.

Ejemplo: Calcula la velocidad de llegada de la pelota lanzada en el ejemplo anterior, cuya velocidad de lanzamiento es de 5 m/s y donde ha alcanzado una altura máxima de 1,27 m.

$$v_{lleg.} = \sqrt{v^2{}_{lanz} + 2gh_{max}} \qquad v_{lleg.} = \sqrt{25 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}27} = 7,\ 06 \text{ m/s}$$

Demostrado el Principio de la conservación de energía, se deben resolver los problemas de caída libre de los cuerpos, por energías y no por cinemática, ya que por energías resulta más fácil.

Ejemplo 1. Se lanza verticalmente hacia arriba, desde el suelo, un cuerpo con una velocidad de 80 m / sg , calcular cual es la altura máxima que alcanza .

$$h_{máx.} = v_{lanz.}^2 / 2g = 80^2 / 20 = 320 \text{ m.}$$

Ejemplo 2. Se deja caer un cuerpo desde una altura de 180 m. Calcular la velocidad con que llega al suelo.

$$v^2_{lleg.} = 2g * h = 20 * 180 = 3.600; \quad V_{llegada} = 60 \text{ m /sg}$$

Ejemplo 3. Se lanza un balón verticalmente hacia arriba con una velocidad de lanzamiento de 9 m/s. Calcula la altura máxima que alcanzará y la velocidad a la que llegará al suelo.

$$h_{máx.} = v_{lanz.}^2 / 2g = 9^2 / 2 \cdot 9{,}8 = 4{,}13 \text{ m}$$

$$v^2_{lleg.} = v_{lanz.}^2 + 2g * h = 81 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot 4{,}13 = 162; \quad V_{llegada} = 12{,}72 \text{ m /sg}$$

6. Temperatura y calor

Todos sabemos que cuando calentamos un objeto su temperatura aumenta. A menudo pensamos que calor y temperatura son lo mismo. Sin embargo este no es el caso. El calor y la temperatura están relacionadas entre si, pero son conceptos diferentes.

6.1. La temperatura

La temperatura es una medida del calor o energía térmica de las partículas en una sustancia. Como lo que medimos en su movimiento medio, la temperatura no depende del número de partículas en un objeto y por lo tanto no depende de su tamaño. Por ejemplo, la temperatura de un cazo de agua hirviendo es la misma que la temperatura de una olla de agua hirviendo, aunque la olla sea mucho más grande y tenga millones y millones de moléculas de agua más que el cazo.

La temperatura no es energía sino una medida de ella, es decir lo que sube o baja el mercurio o un líquido coloreado, en un tubo delgado debido a su variación de volumen. Se mide en ºC (grados centígrados), ºF (grados fahrenheit), o ºK (grados Kelvin).

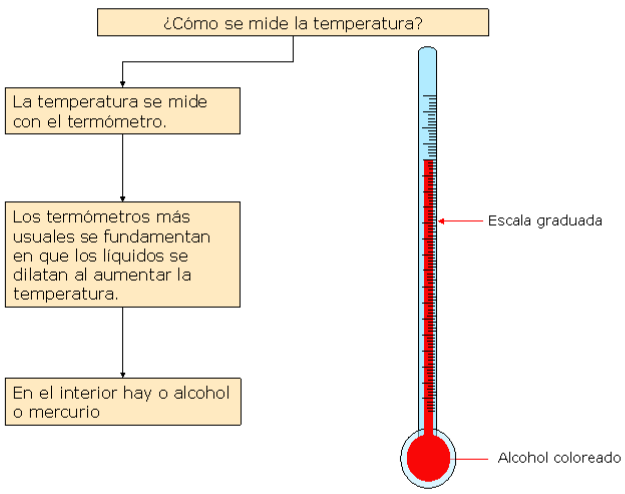
La escala Centígrada, hace corresponder 0º C a la temperatura de congelación del agua y 100º C a la temperatura de ebullición del agua y está dividida en 100 grados (ºC). La escala Fahrenheit, identifica 32 º F y 212 ºF a las temperaturas de congelación y ebullición del agua, respectivamente y tiene 180 divisiones (ºF). La escala Kelvin (ºK) se obtiene sumando 273 a los º C. Así 0º C serían
273 ºK y 0ºK serían -273º C, que es el llamado **cero absoluto, una temperatura imposible de conseguir.**

Para pasar de una escala a otra utilizaremos las siguientes relaciones:

$$\frac{{}^{o}C}{100} = \frac{{}^{o}K - 273}{100} = \frac{{}^{o}F - 32}{180}$$

	ºF	ºC	ºK
El agua hierve a	212	100	373
Temperatura Ambiente	72	23	296
El agua se congela a	32	0	273
Cero Absoluto	-460	-273	0

La temperatura está directamente relacionada con la velocidad de las partículas de los cuerpos, provocando su aumento el paso de sólido a líquido y luego a vapor, o a la inversa si disminuye.



Actividad 6

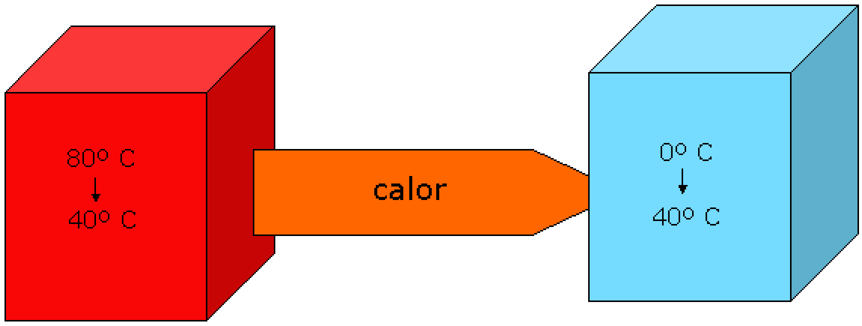
Rellena el siguiente cuadro.

ºC	ºF	ºK
-273		
	5	
		273
25		
	122	
		351
100		
	523,4	
		1473

6.2. Calor

El calor Q, es la transferencia de energía de un cuerpo a mayor temperatura “caliente”, a otro de menor temperatura “frío”. Los cuerpos no pueden tener calor ya que el calor es algo que “fluye“ entre dos cuerpos a distinta temperatura. Para que exista calor debe existir diferencia de temperatura, pero no todos los cuerpos transmiten el calor con igual facilidad, aunque sea igual la variación de la temperatura. El calor se mide en Julios, igual que el trabajo y la energía.

El calor es energía que se transfiere de los cuerpos que están a mayor temperatura a los cuerpos que están a menor temperatura.



El agua es importantísima en nuestra vida. Se ha utilizado para establecer la escala de Celsisus de temperaturas y tiene una excepcional cualidad que hizo que se eligiera para definir el patrón de la energía calorífica: el agua es una de las sustancias que, aunque reciba mucha energía calorífica, incrementa muy poco su temperatura.

Esta cualidad del agua es la responsable del clima benigno (poco oscilante entre el día y la noche) en las proximidades del mar para una misma latitud terrestre.

La capacidad del agua de "encajar" los impactos de calor "sin casi inmutarse" incrementando poco su temperatura se representa mediante una magnitud llamada "calor específico" (Ce): calor que necesita 1 g de sustancia para aumentar 1 grado su temperatura.

En consecuencia, el calor específico del agua es 1 cal /g. grado.

Caloría

Se llama caloría " la cantidad de calor necesaria para que 1g de agua aumente

1º su temperatura" (más exactamente para pasar de 14,5 º a 15,5º)

Una vez demostrado que el calor es una forma de energía se halló su equivalencia con otras unidades que surgieron del estudio de la energía mecánica. Hoy se utiliza siempre el S.I. y usamos como unidad de trabajo y de energía el julio (1 caloría=4,18 Julios).

En el S.I. el Ce (agua)=4180 J/kg ºK.

El cociente entre el calor y el incremento (variación) de temperatura se llama **capacidad calorífica C.**

Calor específico c_e, es la capacidad calorífica por unidad de masa, por lo que:

$\mathbf{Q = C. (t_F - t_I) = m. c_e. (t_F - t_I)}$ siendo t_F y t_I las temperaturas final e inicial, respectivamente

El calor fluye del cuerpo “caliente” al cuerpo frío hasta que se igualan las temperaturas, consiguiendo lo que se llama el **equilibrio térmico.**

$$Q_{cedido} = Q_{ganado}$$

Como el calor cedido es negativo, por convenio. El signo negativo en la fórmula del calor cedido, pasa a la diferncia de temperaturas quedando la temperatura inicial menos la final, al contrario que indica la fórmula. Es debido a ese caracter negativo que se le da.

$\mathbf{Q_{cedid0} = m_{cede}. c_e. (t_1 - t_f)}$

$\mathbf{Q_{ganado} = m_{gana}. c_e. (t_f - t_2)}$

Luego: $\mathbf{m_{cede}. c_e. (t_1 - t_f) = m_{gana}. c_e. (t_f - t_2)}$

Ejemplo 1. Si se mezclan dos litros de agua a 40º C con un litro de agua a 20º C, ¿Cuál será la temperatura final? (dato, el calor específico del agua es de 4180 J / kgºC)

<u>Solución</u>: El agua a mayor temperatura cede energía a la más fría, hasta conseguir el equilibrio térmico a una temperatura intermedia t, de forma que: calor cedido = calor tomado.

Como $\mathbf{Q = m.\ c_e.\ (t_F - t_I)}$ siendo c_e el calor específico, t_F y t_I las temperatura final e inicial, sustituyendo queda:

Calor cedido Q = 2. 4180. (40 –t), calor tomado Q = 1. 4180. (t -20), por lo que :

2. 4180. (40 –t) = 4180. (t- 20) y despejando queda

<u>t = 33’33ºC</u>

Ejemplo 2. Se mezclan 200 gramos de agua a 20ºC con 400 gramos de agua a 80ºC ¿Cuál es la temperatura final de la mezcla?

$$Q_{cedido} = Q_{ganado}$$

$$m_{cede}.\ c_e.\ (t_1 - t_f) = m_{gana}.\ c_e.\ (t_f - t_2)$$

$$400.\ \cancel{c_e}.\ (80 - t_f) = 200.\ \cancel{c_e}.\ (t_f - 20)$$

$$32\,000 - 400t_f = 200t_f - 4000$$

$$36\,000 = 600t_f$$

$$t_f = 60ºC$$

Ejemplo 3. Mezclamos medio kilo de hierro a 550ºC con un litro de agua a 20ºC. ¿Cuál será la temperatura final de la mezcla? Nota: calor especifico de hierro 0,50 cal/g ºC, calor especifico del agua 1cal/g ºC.

Solución: vamos a realizar el ejemplo usando unidades distintas de las del Sistema Internacional. Calor en calorías, masa en gramos y temperatura en Celsius. Así podemos usar los calores específicos que nos da el problema.

$$Q_{cedido}=Q_{ganado}$$

$$m_{cede}.\ c_e.\ (t_1 - t_f) = m_{gana}.\ c_e.\ (t_f - t_2)$$

$$500.\ 0{,}5.\ (550 - t_f) = 1000.\ 1.\ (t_f - 20)$$

$$137\,500 - 250t_f = 1000t_f - 20\,000$$

$$1250t_f = 157500$$

$$T_f = 126ºC$$

7. Respuestas de las actividades

7.1 Respuesta actividad 1

Ya conocemos la definición de trabajo, es la fuerza por el espacio recorrido en su aplicación.

$$W = F * e$$

En la situación a) y en la situación d) no estamos realizando trabajo, en el concepto que acabamos de definir. Se está realizando un esfuerzo, peo no existe desplazamiento en ninguno de los dos casos. Cuando levantamos un paquete desde el suelo, estamos realizando trabajo, la fuerza para soportarlo y elevarlo cierto espacio. En el caso de empujar un coche, también realizamos un trabajo, la fuerza que aplicamos al coche para trasladarlo hasta el garaje.

7.2 Respuestas actividad 2

1. Al atar una cuerda de mayor longitud conseguimos que al tirar la cuerda forme con la dirección del desplazamiento un ángulo menor, sin necesidad de agacharnos, siendo por tanto mayor el coseno de dicho ángulo. Con la misma fuerza realizamos un trabajo mayor.

Nota: el valor del coseno es máximo, vale 1, para un ángulo de 0º, y desciende hasta su valor mínimo, 0, al formar un ángulo de 90º.

2. En primer lugar hay que calcular la fuerza, o lo que es lo mismo el peso del coche.

$F = P = m \cdot g$ $\quad$ $F = 800 \cdot 10 = 8000\ N$

$W = F * e$ $\quad$ $W = 8000 \cdot 20 = 160\,000$ Julios.

7.3 Respuestas actividad 3

1. La fuerza necesaria para hallar el trabajo es el peso del saco de ladrillos. $F = m \cdot g$

$$F = 200 \cdot 10 = 2000\ N$$

$W = F \cdot e$ $\quad$ $W = 2000 \cdot 20 = 40\,000$ Julios

El trabajo es el mismo el que realiza el obrero que el que realiza la grúa. Para calcular el trabajo el tiempo no es necesario. Sin embargo, la vida moderna, el transporte y la actividad industrial son exigentes respecto al tiempo. Todos queremos que el trabajo se haga rápido, más rápido…

Calcula la potencia en cada uno de los dos casos.

En el caso del obrero, el tiempo en segundos:

30 minutos · 60 segundos = 1800s

P = W / t   P = 40 000 / 1800 = 22,22 W

En el caso de la grúa: 2minutos · 60 segundos = 120 s

P = W / t   P = 40 000 / 120 = 333,33 W

2.

1 CV = 735 W a)

P = W / t   P = 40 000 / 1800 = 22,22 W

1 CV……………………………..735 W

X ………………………………22,22 W   X = 0,03 CV

P = W / t   P = 40 000 / 120 = 333,33 W

1 CV……………………………..735 W

X ……………………………… 333,33 W   X = 0,45 CV

7.4 Respuestas actividad 4

$E_p = m \cdot g \cdot h$ $E_p = 1500 \cdot 10 \cdot 700 = 10\,500\,000$ J $= 10\,500$ KJ

Cuando jhablamos de cantidades grandes de energía podemos usar sus multiplos, en este caso el kilojulio. Cada kilojulio contiene 1000 julios.

7.5 Respuestas actividad 5

$$h_{máx.} = v^2_{lanz.} / 2g \qquad h_{máx.} = 5^2 / 2 \cdot 9{,}8 = 1{,}27 \text{ m}$$

7.6 Respuestas actividad 6

Solución: debes usar las siguientes fórmulas para el cálculo de cada una de las temperaturas.

$$ºC = ºK - 27 \qquad 1{,}8 \cdot ºC + 32 = ºF \qquad ºC + 273 = ºK$$

El cuadro queda una vez calculadas las temperaturas:

ºC	ºF	ºK
-273	-459,4	0
-15	**5**	258
0	32	**273**
25	77	298
50	**122**	323
78	172,4	**351**
100	212	373
273	**523,4**	546
1200	2192	**1473**

Ámbito Científico y Tecnológico. Bloque 12.

Ejercicios y Exámenes

ÍNDICE

1. Autoevaluaciones

1.1. Autoevaluación del Tema 6

1.- Se extrae una carta al azar de un mazo inglés normal de 52 cartas. Supongamos que definimos los eventos A: "sale 3" y B: "sale una figura" y se nos pregunta por la probabilidad de que ocurra A ó B.

a) 4/12

b) 3/12

c) 4/13

2.- Se extrae una carta al azar de un mazo inglés normal de 52 cartas, probabilidad de que no salga rey.

a) 10/12

b) 12/13

c) 10/13

3.- En el lanzamiento de un dado de seis caras, calcular la probabilidad de que salga número par o primo.

a) 5/8

b) 5/6

c) 4/7

4.- Lanzamos un dado de seis caras dos veces, calcular la probabilidad de que salga un número par en el primer lanzamiento y un tres en el segundo

a) 1/12

b) 2/11

c) 1/10

5.- Un monedero contiene 2 monedas de plata y 3 de cobre, y otro contiene 4 de plata y 3 de cobre. Si se elige un monedero al azar y se extrae una moneda ¿cuál es la probabilidad de que sea de plata?

a) 17/35

b) 12/35

c) 9/35

1.2. Autoevaluación del Tema 8

1.- Hallar la energía de los siguientes cuerpos:

a) Un camión de 20t que circula a 90 km/h.

1) 6.250.000J 2) 546.000J 3) 124530000J

b) Una pelota de tenis de 200 gr. que se mueve a 150 km/h

1) 234’5J 2) 453J 3) 173’6J

2.- Hallar el trabajo necesario para que un cuerpo de masa de 50Kg incremente su velocidad de 10 a 20 m/s

1) 5.670J 2) 7500J 3) 5.900J

3.- Compara la potencia de un albañil y de un montacargas, si para elevar una masa de 100kg de peso hasta un segundo piso a 10m de altura tardan 500s y 50s, respectivamente.

1) 4 veces mayor que la del albañil

2)12veces mayor que la del albañil

3) 10 veces mayor que la del albañil

4.- Si se mezclan dos litros de agua a 40º C con un litro de agua a 20º C, ¿Cuál será la temperatura final? (dato, el calor específico del agua es de 4180 J / kgºC)

1) 25ºC 2)37’5ºC 3)33’33ºC

5.- Una fuerza de 65 N realiza un desplazamiento de 5’75m durante 12 sg. Calcula la potencia consumida.

1) 45’780w 2) 12’675w 3) 31’145w

2. Ejercicios Propuestos

2.1. Ejercicios Propuestos Tema 6

1. Sean A y B dos sucesos aleatorios con:

$p(A)=\frac{3}{8}$ $p(B)=\frac{1}{2}$ $p(A\cap B)=\frac{1}{4}$

Hallar:

1

2 $p(\overline{A})$

3 $p(\overline{B})$

4 $p(\overline{A}\cap\overline{B})$

5 $p(\overline{A}\cup\overline{B})$

6 $p(A\cap\overline{B})$

7 $p(B\cap\overline{A})$

2. . Sean A y B dos sucesos aleatorios con:

$p(\overline{A})=\frac{2}{3}$ $p(A\cup B)=\frac{3}{4}$ $p(A\cap B)=\frac{1}{4}$

Hallar:

1 $p(A)$

2 $p(B)$

3 $p(A \cap \overline{B})$

4

3. . Se sacan dos bolas de una urna que se compone de una bola blanca, otra roja, otra verde y otra negra. Describir el espacio muestral cuando:

1La primera bola se devuelve a la urna antes de sacar la segunda.

1La primera bola no se devuelve

4. . Una urna tiene ocho bolas rojas, 5 amarilla y siete verdes. Se extrae una al azar de que:

1Sea roja.

2Sea verde.

3Sea amarilla.

4No sea roja.

5No sea amarilla.

5. . Una urna contiene tres bolas rojas y siete blancas. Se extraen dos bolas al azar. Escribir el espacio muestral y hallar la probabilidad de:

1Extraer las dos bolas con reemplazamiento.

2Sin reemplazamiento.

6. . Se extrae una bola de una urna que contiene 4 bolas rojas, 5 blancas y 6 negras, ¿cuál es la probabilidad de que la bola sea roja o blanca? ¿Cuál es la probabilidad de que no sea blanca?

7. . En una clase hay 10 alumnas rubias, 20 morenas, cinco alumnos rubios y 10 morenos. Un día asisten 44 alumnos, encontrar la probabilidad de que el alumno que falta:

1Sea hombre.

2Sea mujer morena.

3Sea hombre o mujer.

8. . Un dado está trucado, de forma que las probabilidades de obtener las distintas caras son proporcionales a los números de estas. Hallar:

1La probabilidad de obtener el 6 en un lanzamiento.

2La probabilidad de conseguir un número impar en un lanzamiento.

9. . Se lanzan dos dados al aire y se anota la suma de los puntos obtenidos. Se pide:

1La probabilidad de que salga el 7.

2La probabilidad de que el número obtenido sea par.

3La probabilidad de que el número obtenido sea múltiplo de tres.

10. . Se lanzan tres dados. Encontrar la probabilidad de que:

1Salga 6 en todos.

2Los puntos obtenidos sumen 7.

2.2. Ejercicios Propuestos Tema 8

1. EJERCICIOS DE CALOR Y TEMPERATURA

1.- Calor y temperatura ¿es lo mismo? ¿Están relacionados?

2.- Dos cuerpos están a la misma temperatura. Un cuerpo ha absorbido 200 kJ y el otro 100 kJ ¿Cuál de los dos adquiere mayor temperatura?

3.- ¿Qué significa que al tocar un objeto notamos frío?

4.- ¿Qué significa que al tocar un cuerpo notamos calor?

5.- ¿Por qué en el invierno notamos el agua de un pozo caliente y en verano fría.

6.- ¿Por qué en los climas marítimos los cambios de temperatura son menos bruscos?

7.- ¿Por qué en invierno los pájaros ahuecan sus plumas.

8.-¿ Por qué los días de viento notamos más frío que un día sin viento, aunque la temperatura exterior sea la misma.

9.- ¿Por qué un trozo de madera en invierno está menos frío que un trozo de hierro, si están ambos a la misma temperatura?

10.- Expresa en las demás escalas térmicas: 400 ºK, 40 ºC y 60 ºF.

11.- ¿A qué temperatura marcarán el mismo valor numérico un termómetro de ºC y otro de ºF?

12.-¿Qué cantidad de energía desprende un litro de agua al pasar de 100 a 15 ºC. (dato, el calor específico del agua es de 4180 J / kgºC)

13.- En un recipiente, con 3 litros de agua a 10º C, se sumerge un bloque de 3 kg de hierro a la temperatura de 150 ºC. Calcula la temperatura final. (dato, el calor específico del agua es de 4180 J / kgºC y del hierro 500 J / kg ºC)

2. EJERCICIOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

1.- Calcular el trabajo realizado al levantar un peso de 40 N a 10 m de altura.

2.- Una fuerza de 50 N traslada su punto de aplicación a la distancia de 50 cm. Calcular el trabajo realizado.

3.-Calcular la altura a la que se ha levantado un peso de 50 N para que el trabajo realizado sea de 25 J.

4.- ¿Qué trabajo realiza un cuerpo de masa 500 g, al caer desde 2 m de altura,

(dato g =9.8 m/s^2)

5.- Un hombre que pesa 800 N (80 kg de peso), sube por una escalera de 3m de altura. Calcular el trabajo realizado.

6.- ¿Qué clase de energía tiene un arco tenso?

7.- ¿Qué clase de energía tiene un jarrón de alabastro sobre un pedestal?

8.- Un escalador con una masa de 50kg invierte 40s en escalar una pared de 10m de altura. Calcula:

a) El peso

b) El trabajo realizado en la escalada.

c) La potencia real del escalador.

9.- Hallar la relación de energía potencial entre dos cuerpos A y B, sabiendo que la masa del A es el doble que la del B.

10.- Calcular la energía potencial de un hombre de 90 Kg. al subirse a un andamio de 20m de altura. (dato g =9.8 m/s^2)

11.- Un helicóptero de masa 8 toneladas asciende en dos minutos a una altura de 600 m. Calcula la potencia desarrollada por su motor en Watios y en Caballos de Vapor. (Datos: 1 C.V. = 750 W , 1 tonelada = 1000 kg, g=9´8m/s^2)

12.- Un camión de 20 toneladas viaja a 108 km /h. Calcula su energía cinética.

(Dato: 1 tonelada = 1000 Kg.

13.- La energía cinética se llama también "fuerza viva" ¿Por qué será?

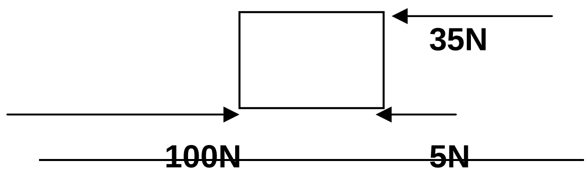
14.- Un coche de masa 2 t que viajaba a 36 km/h , acelera a 72 km / h. Calcular el trabajo realizado por el motor. 1 tonelada = 1000 kg,

15.- ¿Qué clase de energía tiene una golondrina en vuelo?

16.- La energía cinética del vuelo de una golondrina es el doble que la de una paloma, a pesar de que la masa de la golondrina es la mitad de la masa de la paloma. ¿Cómo es esto posible?

17.- Un carrito de 1 Kg. de masa se desplaza en línea recta a una velocidad constante de 2m/s. Le aplicamos una fuerza, y la velocidad aumenta a 4m/s. En un espacio de 5 m. Suponemos que no hay rozamiento. Calcula el trabajo realizado por la fuerza aplicada y el valor de dicha fuerza.

18.- Sobre un cuerpo de 5 Kg. , inicialmente en reposo actúan las siguientes fuerzas:



Sabiendo que el coeficiente de rozamiento vale 0'2, calcular: a) la aceleración que adquiere el cuerpo, b) el espacio que recorre en 4 sg., c) el trabajo realizado por todas las fuerzas en esos 4 sg, d) la potencia de cada fuerza.

19.- Dos automóviles se desplazan a la misma velocidad. La masa del primer automóvil es el triple de la del otro y su energía cinética es de 9000J. ¿Cuál es la energía cinética del segundo automóvil?

20.- Un coche recorre 2 Km por una carretera. La variación de energía cinética en ese tramo ha sido de 20.000J. ¿Que trabajo ha realizado el motor?

2. Ejercicios

2.1. Ejercicios del Tema 6

1.- Hallar la probabilidad de que al levantar unas fichas de dominó se obtenga un número de puntos mayor que 9 o que sea múltiplo de 4.

2.- Busca la probabilidad de que al echar un dado al aire, salga:

1 Un número par.

2 Un múltiplo de tres.

3 Mayor que cuatro.

3.- Hallar la probabilidad de que al lanzar al aire dos monedas, salgan:

1 Dos caras.

2 Dos cruces.

3 Dos caras y una cruz.

4.- En un sobre hay 20 papeletas, ocho llevan dibujado un coche las restantes son blancas. Hallar la probabilidad de extraer al menos una papeleta con el dibujo de un coche:

1 Si se saca una papeleta.

2 Si se extraen dos papeletas.

3 Si se extraen tres papeletas.

5.- Los estudiantes A y B tienen respectivamente probabilidades 1/2 y 1/5 de suspender un examen. La probabilidad de que suspendan el examen simultáneamente es de 1/10. Determinar la probabilidad de que al menos uno de los dos estudiantes suspenda el examen.

2.2. Tareas del Tema 8

1.- Calcula la energía cinética de un tren de 900 T que lleva una velocidad de 25 m/s.

2.- ¿Cuánto ha aumentado la energía potencial de un objeto de 50kg si lo elevamos desde una altura de 400m a otra de 900m?

3.- Si se eleva un objeto de 1kg, con una velocidad de 8m/s, calcular la energía mecánica en los siguientes casos:

a) **En el momento del lanzamiento.**
b) **Al segundo de lanzarlo.**
c) **En el punto más alto de su trayectoria.**
d) **Al caer al suelo.**

4.-Un ama de casa levanta su bolsa de medio kilo de peso hasta una superficie de una mesa de 70 cm de altura.

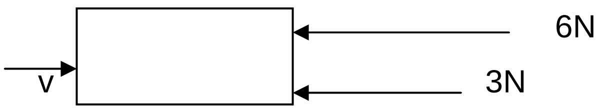
a) **¿Cuál es el peso del cuerpo y qué fuerza tendrá que hacer para levantarlo?**
b) **¿Cuál será el trabajo realizado?**

5.- Un niño de 25 kg de peso, se encuentra a 2m del suelo subido en un tobogán. Si cae a una velocidad de 20 m/s. ¿Cuál es su energía cinética y potencial en ese momento? ¿Cuál será su energía mecánica?

6.- Calcular la energía total de un avión de 2t que vuela con velocidad de 360 k/h a una altura de 300m.

7.- Si el avión del ejercicio anterior cayera en el suelo, calcular la velocidad con que llegaría al suelo.

8.- Sobre un cuerpo de 2kg, que lleva una velocidad de 20m/s, actúan las siguientes fuerzas:



Sabiendo que el coeficiente de rozamiento vale 0'05, calcular la potencia que desarrolla cada fuerza hasta que el cuerpo se para.

9.- ¿Qué cantidad de calor hay que comunicarle a 3,4 kg de agua para elevar su temperatura de 10 a 100 ºC? (dato, el calor específico del agua es de 4180 J / kgºC)

10.- Calcular la temperatura final de una mezcla formada por 2L de agua a 28ºC y 10L de agua a 46ºC.
(dato, el calor específico del agua es de 4180J /kgºC)

Ámbito Científico y Tecnológico. Bloque 12.

Soluciones Tareas y Exámenes

ÍNDICE

1. Soluciones Autoevaluaciones

1.1. Soluciones Autoevaluación del Tema 6

1.-Se extrae una carta al azar de un mazo inglés normal de 52 cartas. Supongamos que definimos los eventos A: "sale 3" y B: "sale una figura" y se nos pregunta por la probabilidad de que ocurra A ó B.

a) 4/12

b) 3/12

c) 4/13

2.-Se extrae una carta al azar de un mazo inglés normal de 52 cartas, probabilidad de que no salga rey.

a) 10/12

b) 12/13

c) 10/13

3.- En el lanzamiento de un dado de seis caras, calcular la probabilidad de que salga número par o primo.

a) 5/8

b) 5/6

c) 4/7

4.- Lanzamos un dado de seis caras dos veces, calcular la probabilidad de que salga un número par en el primer lanzamiento y un tres en el segundo

a) 1/12

b) 2/11

c) 1/10

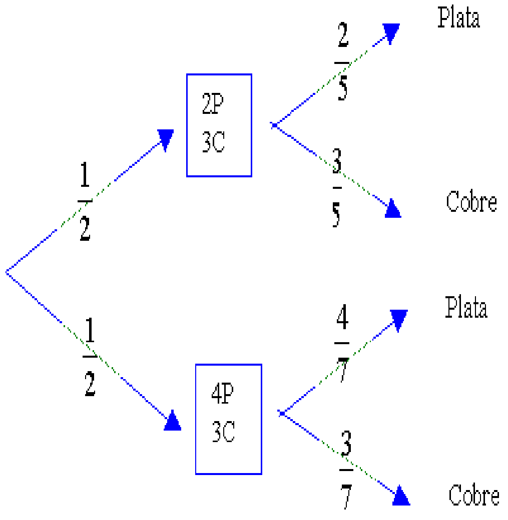
5.- Un monedero contiene 2 monedas de plata y 3 de cobre, y otro contiene 4 de plata y 3 de cobre. Si se elige un monedero al azar y se extrae una moneda ¿cuál es la probabilidad de que sea de plata?

a) 17/35

b) 12/35

c) 9/35

Dibujamos el siguiente diagrama de árbol:



$$P(Plata) = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{7}=\frac{1}{5}+\frac{2}{7}=\frac{7+10}{35}=\frac{17}{35}$$

1.2. Autoevaluación del Tema 2

1.- Hallar la energía de los siguientes cuerpos:

a) Un camión de 20t que circula a 90 km/h.

1) 6.250.000J 2) 546.000J 3) 124530000J

b) Una pelota de tenis de 200 gr. que se mueve a 150 km/h

1) 234’5J 2) 453J 3) 173’6J

Solución:

a) masa = 20.000kg

v = 25 m/s

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2; \frac{1}{2}20.000 \bullet 25^2 = 6.250.000J$$

b) masa = 0’2 kg

$$v = \frac{150}{3'6} m/s$$

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2; \frac{1}{2} \bullet 0'2 \bullet \left(\frac{150}{3'6}\right)^2 = \underline{173'6}J$$

2.- Hallar el trabajo necesario para que un cuerpo de masa de 50Kg incremente su velocidad de 10 a 20 m/s

1) 5.670J 2) 7500J 3) 5.900J

Solución:

$W = \otimes E_C = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$

$W = \frac{1}{2} . 50 . (20)^2 - \frac{1}{2} . 50 . 10^2$

W = 10.000 – 2.500

W = 7.500 J

3.- Compara la potencia de un albañil y de un montacargas, si para elevar una masa de 100kg de peso hasta un segundo piso a 10m de altura tardan 500s y 50s, respectivamente.

1) 4 veces mayor que la del albañil
2)12veces mayor que la del albañil
3) 10 veces mayor que la del albañil

Solución:

P = W/t

Peso = 100kg x 10 = 1000 N

W = F x s = P x s = 1000 x 10 = 10.000 J

Potencia albañil: P = 10.000/500 = 20 w

Potencia montacargas: P = 10.000/50 = 200w

(La potencia del montacargas es 10 veces mayor que la del albañil).

4.- Si se mezclan dos litros de agua a 40º C con un litro de agua a 20º C, ¿Cuál será la temperatura final? (dato, el calor específico del agua es de 4180 J / kgºC)

1) 25ºC   2)37'5ºC   3)33'33ºC

Solución: El agua a mayor temperatura cede energía a la más fría, hasta conseguir el equilibrio térmico a una temperatura intermedia t, de forma que : calor cedido = calor tomado.

Como **Q =m. c. (t_F –t_I)** siendo c el calor específico, t_F y t_I las temperatura final e inicial, sustituyendo queda:

Calor cedido Q = 2. 4180. (40 –t) , calor tomado Q = 1. 4180. (t -20) , por lo que :

2. 4180. (40 –t) = 4180. (t- 20) y despejando queda

t = 33'33ºC

5.- Una fuerza de 65 N realiza un desplazamiento de 5'75m durante 12 sg. Calcula la potencia consumida.

1) 45'780w   2) 12'675w   3) 31'145w

Solución:

T = F . e ;   T = 65 N . 5'77m ;   T = 373'75 J

P = $\frac{T}{t}$; $\frac{373'75}{12sg} = 31'145w$

ANEXOS

ORIENTACIONES PARA EL ALUMNADO

BLOQUE 10

Este bloque número 10 está dividido en dos unidades:

- **Unidad 1** "las funciones lineales y la química en la sociedad"
- **Unidad 2** "las funciones cuadráticas y reacciones químicas"

En este bloque aprenderás a:

- Realizar gráficas y a interpretarlas.
- Utilizar modelos lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos del conocimiento y de la vida cotidiana, mediante la confección de una tabla, la representación gráfica y la obtención de la expresión algebraica.
- Diferenciar los cambios físicos de los químicos.
- Interpretar las reacciones químicas.
- Valorar la repercusión ambiental de la fabricación de materiales y sustancias de uso frecuente.
- Valorar las consecuencias de la utilización del carbono así como su origen.
- Reconocer los cambios que se están produciendo en la tierra y en la atmósfera.

Para que te resulte mucho más sencillo el aprendizaje intenta seguir estos consejos:

- Lee atentamente cada tema, realiza un esquema en el que quede reflejado lo más importante de cada una de las preguntas.

- Utiliza en cada momento papel y lápiz para: a) representar las funciones tanto lineales como exponenciales y comprueba tus gráficas con las dadas, b) ajustar las distintas reacciones químicas que vienen como ejemplo, c) Comprobar que se cumple la ley de la conservación de la masa.

- Comunícate con tu tutor, recuerda que está ahí para ayudarte.

ORIENTACIONES PARA EL ALUMNADO
BLOQUE 11

1. Consejos

En primer lugar, debes leer los contenidos de cada uno de los temas; esto es, las preguntas y respuestas.

Otra cosa importante es que organices tu tiempo de estudio. Podías empezar leyendo cada una de las preguntas y respuestas de ese tema. Después, inicia un esquema en cada pregunta. Así tendrás compendiado lo más importante. Pasa a continuación a la siguiente pregunta. Fíjate en las ilustraciones y busca algunas cosas más en la web, enciclopedias, libros de consulta, etc.

Te tengo que insistir en la necesidad de estudiar en un horario fijo y continuo, lo más a diario que sea posible, desde el comienzo del curso hasta el final. Estudia intensamente. No lo hagas de forma poco constante (cada 2 o tres semanas, o en las vacaciones) porque ese método no suele dar buenos resultados.

Al final de cada tema va una autoevaluación. Cuando hayas completado el proceso de estudio, decídete a hacerla y apunta los fallos que has tenido. Te servirá mucho para conocer cuales son tus posibilidades de aprendizaje, de ese aprender a aprender, los conocimientos más básicos. Ten en cuenta que la evaluación presencial contendrá preguntas muy similares.

También quiero decirte que el tutor está ahí para ayudarte. Es una persona cercana y accesible, con la que siempre podrás contar para cualquier problema que le plantees durante el cuatrimestre.

2. Sobre las competencias que debes adquirir

En el currículo de Educación Secundaria para personas adultas puedes observar la inclusión de unas competencias básicas que debes adquirir en tu aprendizaje. Una de esas competencias es aprender a aprender. En este caso, para conseguir esa habilidad, debes organizar, memorizar y construir información mediante resúmenes, esquemas o mapas conceptuales.

ORIENTACIONES PARA EL ALUMNADO
BLOQUE 12

1. Consejos

En primer lugar, debes leer los contenidos de cada uno de los temas; esto es, las preguntas y respuestas.

En la unidad 7 y 8 de este bloque hemos realizado algunos problemas dándole a la gravedad el valor de $10m/s^2$ (por simplificar los resultados). Recuerda que su valor es de $9'8m/s^2$.

Otra cosa importante es que organices tu tiempo de estudio. Podías empezar leyendo cada una de las preguntas y respuestas de ese tema. Después, inicia un esquema en cada pregunta. Así tendrás compendiado lo más importante. Pasa a continuación a la siguiente pregunta. Fíjate en las ilustraciones y busca algunas cosas más en la web, enciclopedias, libros de consulta, etc.

Te tengo que insistir en la necesidad de estudiar en un horario fijo y continuo, lo más a diario que sea posible, desde el comienzo del curso hasta el final. Estudia intensamente. No lo hagas de forma poco constante (cada 2 o tres semanas, o en las vacaciones) porque ese método no suele dar buenos resultados.

Al final de cada tema va una autoevaluación. Cuando hayas completado el proceso de estudio, decídete a hacerla y apunta los fallos que has tenido. Te servirá mucho para conocer cuales son tus posibilidades de aprendizaje, de ese aprender a aprender, los conocimientos más básicos. Ten en cuenta que la evaluación presencial contendrá preguntas muy similares.

También quiero decirte que el tutor está ahí para ayudarte. Es una persona cercana y accesible, con la que siempre podrás contar para cualquier problema que le plantees durante el cuatrimestre.

2. Al terminar este bloque serás capaz de:

- Aplicar el principio de conservación de la energía a la comprensión de las transformaciones energéticas de la vida diaria.

- Reconocer el trabajo y el calor como formas de transferencias de energía.

3. Sobre las competencias que debes adquirir

En el currículo de Educación Secundaria para personas adultas puedes observar la inclusión de unas competencias básicas que debes adquirir en tu aprendizaje. Una de esas competencias es aprender a aprender. En este caso, para conseguir esa habilidad, debes organizar, memorizar y construir información mediante resúmenes, esquemas o mapas conceptuales.

Aplicar los conceptos y técnicas de cálculo de probabilidades para resolver diferentes situaciones.