

EJERCICIOS Y PROBLEMAS RESUELTOS DE ECUACIONES

1 Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba la solución:

a) $12x - 8 = 34 + 5x$

b) $4(2 - x) - (4 - x) = 7(2x + 3)$

c) $2[x + 3(x + 1)] = 5x$

d) $5(x - 2) - 2(x - 5) = 2x - (12 + 3x)$

a) $12x - 8 = 34 + 5x \rightarrow 12x - 5x = 34 + 8$

$$7x = 42 \rightarrow x = \frac{42}{7} = 6 \rightarrow x = 6$$

Comprobación:

$$\left. \begin{array}{l} 12 \cdot 6 - 8 = 72 - 8 = 64 \\ 34 + 5 \cdot 6 = 34 + 30 = 64 \end{array} \right\} \text{Coinciden} \rightarrow x = 6 \text{ es solución.}$$

b) $4(2 - x) - (4 - x) = 7(2x + 3)$

$$8 - 4x - 4 + x = 14x + 21 \rightarrow -4x + x - 14x = 21 - 8 + 4$$

$$-17x = 17 \rightarrow x = -1$$

Comprobación:

$$\left. \begin{array}{l} 4(2 - (-1)) - (4 - (-1)) = 4 \cdot 3 - 5 = 12 - 5 = 7 \\ 7(2 \cdot (-1) + 3) = 7(-2 + 3) = 7 \cdot 1 = 7 \end{array} \right\} \text{Coinciden} \rightarrow x = -1 \text{ es solución.}$$

c) $2[x + 3(x + 1)] = 5x \rightarrow 2[x + 3x + 3] = 5x$

$$2[4x + 3] = 5x \rightarrow 8x + 6 = 5x \rightarrow 8x - 5x = -6$$

$$3x = -6 \rightarrow x = -2$$

Comprobación:

$$\left. \begin{array}{l} 2[-2 + 3(-2 + 1)] = 2[-2 + 3(-1)] = 2[-2 - 3] = 2 \cdot [-5] = -10 \\ 5 \cdot (-2) = -10 \end{array} \right\}$$

Coinciden $\rightarrow x = -2$ es solución.

d) $5(x - 2) - 2(x - 5) = 2x - (12 + 3x)$

$$5x - 10 - 2x + 10 = 2x - 12 - 3x$$

$$5x - 2x - 2x + 3x = -12 + 10 - 10$$

$$4x = -12 \rightarrow x = -3$$

Comprobación:

$$\left. \begin{array}{l} 5(-3 - 2) - 2(-3 - 5) = 5(-5) - 2(-8) = -25 + 16 = -9 \\ 2(-3) - (12 + 3(-3)) = -6 - (12 - 9) = -6 - 3 = -9 \end{array} \right\}$$

Coinciden $\rightarrow x = -3$ es solución.

2 Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{1}{2} + \frac{1}{3}x &= x - \frac{1}{6} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{x}{3} = x - \frac{1}{6} \\ \frac{3}{6} + \frac{2x}{6} &= \frac{6x}{6} - \frac{1}{6} \rightarrow 3 + 2x = 6x - 1 \\ 2x - 6x &= -1 - 3 \rightarrow -4x = -4 \rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{3x-3}{4} &= \frac{x+4}{3} \rightarrow \frac{9x-9}{12} = \frac{4x+16}{12} \\ 9x-9 &= 4x+16 \rightarrow 9x-4x = 16+9 \\ 5x &= 25 \rightarrow x = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{3(x+3)}{2} - 2(2-3x) &= 8x-1-2(x+3) \\ \frac{3x+9}{2} - 4 + 6x &= 8x-1-2x-6 \\ 3x+9-8+12x &= 16x-2-4x-12 \\ 3x+12x-16x+4x &= -2-12-9+8 \\ 3x &= -15 \rightarrow x = -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{3x+3}{4} - \frac{3x-2}{3} &= \frac{1}{6} + \frac{x+3}{12} \\ \frac{9x+9}{12} - \frac{12x-8}{12} &= \frac{2}{12} + \frac{x+3}{12} \\ 9x+9-12x+8 &= 2+x+3 \\ 9x-12x-x &= 2+3-9-8 \\ -4x &= -12 \rightarrow x = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{x+7}{2} - \frac{7-x}{6} &= \frac{x-7}{12} + 7 \\ \frac{6x+42}{12} - \frac{14-2x}{12} &= \frac{x-7}{12} + \frac{84}{12} \\ 6x+42-14+2x &= x-7+84 \\ 6x+2x-x &= -7+84-42+14 \\ 7x &= 49 \rightarrow x = 7 \end{aligned}$$

$$f) \frac{5+x}{4} - \frac{5-x}{5} = \frac{1+x}{4} - 1$$

$$\frac{25+5x}{20} - \frac{20-4x}{20} = \frac{5+5x}{20} - \frac{20}{20}$$

$$25+5x-20+4x=5+5x-20$$

$$5x+4x-5x=5-20-25+20$$

$$4x=-20 \rightarrow x=-5$$

3 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 - 9x + 14 = 0$

b) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

c) $x^2 - 6x + 10 = 0$

d) $1 - x(x - 3) = 4x - 1$

a) $x^2 - 9x + 14 = 0$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{9 \pm 5}{2} = \begin{cases} x = 2 \\ x = 7 \end{cases}$$

b) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{8} = \frac{4 \pm 0}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

c) $x^2 - 6x + 10 = 0$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 40}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{2}. \text{ No tiene solución}$$

d) $1 - x(x - 3) = 4x - 1$

$$1 - x^2 + 3x = 4x - 1 \rightarrow 0 = x^2 + x - 2$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

4 Calcula un número cuya mitad es 20 unidades menor que su triple.

El número: x	}	Si sumamos 20 a su mitad, obtenemos su triple:
Su mitad: $\frac{x}{2}$		
Su triple: $3x$		

$$\frac{x}{2} + 20 = 3x \rightarrow x = \dots$$

$$\frac{x}{2} + 20 = 3x \rightarrow x + 40 = 6x \rightarrow 40 = 6x - x \rightarrow 40 = 5x$$

$$x = \frac{40}{5} = 8 \rightarrow x = 8$$

Solución: El número es el 18.

- 5** Si a un número le restas 12, se reduce a su tercera parte. ¿Cuál es ese número?

Llamamos x al número que buscamos. Tenemos que:

$$x - 12 = \frac{x}{3} \rightarrow 3x - 36 = x \rightarrow 3x - x = 36 \rightarrow 2x = 36$$

$$x = \frac{36}{2} = 18 \rightarrow x = 18$$

Solución: El número es el 18.

- 6** Calcula tres números sabiendo que:

— El primero es 20 unidades menor que el segundo.

— El tercero es igual a la suma de los dos primeros.

— Entre los tres suman 120.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Primero} \rightarrow x - 20 \\ \text{Segundo} \rightarrow x \\ \text{Tercero} \rightarrow x + x - 20 = 2x - 20 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (x - 20) + x + (2x - 20) = 120 \\ \rightarrow 4x - 40 = 120 \\ 4x = 120 + 40 \rightarrow 4x = 160 \end{array}$$

$$x = \frac{160}{4} = 40 \rightarrow x = 40 \rightarrow \begin{cases} x - 20 = 40 - 20 = 20 \\ 2x - 20 = 80 - 20 = 60 \end{cases}$$

Solución: El primer número es 20, el segundo 40 y el tercero 60.

- 7** La suma de tres números naturales consecutivos es igual al cuádruple del menor. ¿De qué números se trata?



Llamamos x al menor de los tres números. El siguiente es $x + 1$ y el siguiente $x + 2$. Tenemos que:

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 4x \rightarrow 3x + 3 = 4x \rightarrow 3 = 4x - 3x \rightarrow x = 3$$

Solución: Los números son 3, 4 y 5.

- 8** La suma de un número par, el que le sigue y el anterior es 282. Halla esos números.

El número par es $2x$, el que le sigue es $2x + 1$ y el anterior es $2x - 1$. Tenemos que:

$$\begin{aligned} 2x + (2x + 1) + (2x - 1) = 282 &\rightarrow 6x = 282 \rightarrow x = \frac{282}{6} = 47 \rightarrow \\ &\rightarrow x = 47 \rightarrow 2x = 94 \end{aligned}$$

Solución: El número par es el 94, el que le sigue, el 95; y el anterior el 93.

- 9** María tiene 5 años más que su hermano Luis, y su padre tiene 41 años. Dentro de 6 años, entre los dos hermanos igualarán la edad del padre. ¿Qué edad tiene cada uno?

EDAD DE...	HOY	DENTRO DE 6 AÑOS
LUIS	x	$x + 6$
MARÍA	$x + 5$	$x + 11$
PADRE	41	47

La suma de las edades de los dos hermanos debe ser igual a 47.

$$x + 6 + x + 11 = 47 \rightarrow 2x = 47 - 6 - 11 \rightarrow 2x = 30 \rightarrow x = 15 \rightarrow x + 5 = 20$$

Solución: Luis tiene 15 años, María tiene 20 y su padre 41.

- 10** Antonio tiene 15 años, su hermano Roberto, 13, y su padre, 43. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?

Llamamos x a los años que han de transcurrir.

	AHORA	DENTRO DE x AÑOS
ANTONIO	15	$15 + x$
ROBERTO	13	$13 + x$
PADRE	43	$43 + x$

$$(15 + x) + (13 + x) = 43 + x \rightarrow 2x + 28 = 43 + x \rightarrow 2x - x = 43 - 28$$

$$x = 15$$

Solución: Han de transcurrir 15 años.

- 11** La suma de las edades de los cuatro miembros de una familia es 104 años. El padre tiene 6 años más que la madre, que tuvo a los dos hijos gemelos a los 27 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

Edad de cada hijo $\rightarrow x$ (son dos hijos)

Edad de la madre $\rightarrow x + 27$

Edad del padre $\rightarrow x + 27 + 6 = x + 33$

Tenemos que:

$$2x + (x + 27) + (x + 33) = 104 \rightarrow 4x + 60 = 104$$

$$4x = 104 - 60 \rightarrow 4x = 44 \rightarrow x = \frac{44}{4} = 11 \rightarrow x = 11 \begin{cases} x + 27 = 38 \\ x + 33 = 44 \end{cases}$$

Solución: La madre tiene 38 años, el padre 44 y cada uno de los hijos tiene 11 años.

12 Resuelve estas ecuaciones.

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$

b) $2x^2 - 5x + 2 = 0$

a) $x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2}; x = 2, x = 1$

b) $x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4}; x = 2, x = \frac{1}{2}$

13 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$

b) $x^2 - 11x + 30 = 0$

a) $x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2}; x = 5, x = 2$

b) $x = \frac{11 \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30}}{2 \cdot 1} = \frac{11 \pm \sqrt{1}}{2}; x = 6, x = 5$

14 Sin resolverlas, averigua el número de soluciones de estas ecuaciones.

a) $2x^2 + x + 2 = 0$

c) $3x^2 - 5x - 8 = 0$

b) $x^2 - 6x + 9 = 0$

d) $-3x^2 - 4x + 5 = 0$

Vemos el signo del discriminante.

a) $1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 < 0$. No tiene soluciones reales.

b) $(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0$. Tiene una única solución.

c) $(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-8) > 0$. Dos soluciones reales.

d) $(-4)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 5 > 0$. Dos soluciones reales.