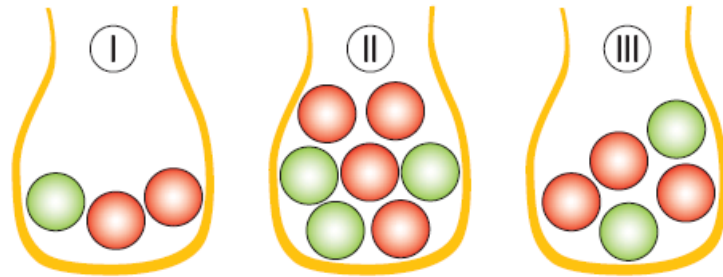


**EJERCICIOS DE PROBABILIDAD RESUELTOS**

¿De cuál de las siguientes bolsas es más probable sacar bola roja?



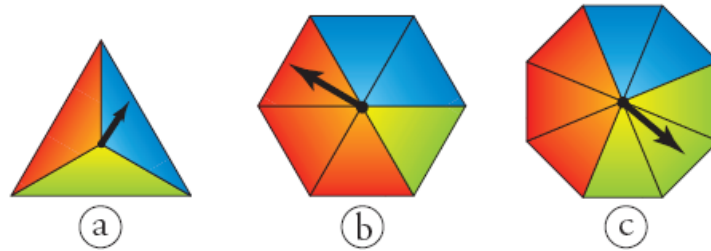
$$P_{\text{I}}(\text{rojo}) = \frac{2}{3} = 0,6\widehat{6}$$

$$P_{\text{II}}(\text{rojo}) = \frac{4}{7} = 0,571\dots$$

$$P_{\text{III}}(\text{rojo}) = \frac{3}{5} = 0,6$$

Por tanto, es más probable sacar bola roja de la bolsa I.

¿En cuál de las ruletas es más difícil obtener color azul?



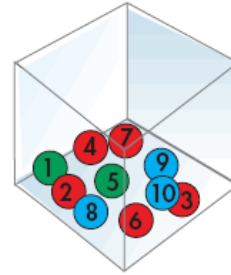
$$P_{\text{a}}(\text{AZUL}) = \frac{1}{3} = 0,3\widehat{3}$$

$$P_{\text{b}}(\text{AZUL}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,3\widehat{3}$$

$$P_{\text{c}}(\text{AZUL}) = \frac{2}{8} = 0,25$$

Es más difícil obtener color azul en la tercera.

De la urna que tienes a la derecha, sacamos una bola al azar y anotamos su número.



a) Describe el espacio muestral. ¿Cuántos casos tiene?

b) Describe los siguientes sucesos:

- BOLA ROJA = A
- BOLA VERDE = B
- BOLA AZUL = C
- BOLA ROJA CON NÚMERO IMPAR = D
- BOLA CON NÚMERO PAR = F

c) Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.

a)  $E = \{ \textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}, \textcircled{4}, \textcircled{5}, \textcircled{6}, \textcircled{7}, \textcircled{8}, \textcircled{9}, \textcircled{10} \}$

$E$  tiene 10 casos.

b)  $A = \{ \textcircled{2}, \textcircled{3}, \textcircled{4}, \textcircled{6}, \textcircled{7} \}$

$$B = \{ \textcircled{1}, \textcircled{5} \}$$

$$C = \{ \textcircled{8}, \textcircled{9}, \textcircled{10} \}$$

$$D = \{ \textcircled{3}, \textcircled{7} \}$$

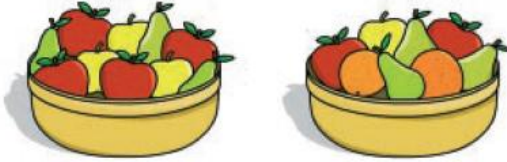
$$F = \{ \textcircled{2}, \textcircled{4}, \textcircled{6}, \textcircled{8}, \textcircled{10} \}$$

$$c) P[A] = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \qquad P[B] = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \qquad P[C] = \frac{3}{10}$$

$$P[D] = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \qquad P[F] = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

En cada uno de los siguientes experimentos aleatorios di cuál es la probabilidad de que ocurra el suceso que se indica.

- a)            CESTA I                      CESTA II



*Se extrae una pieza de fruta.*

Suceso: OBTENER UNA PERA.

- b)            BOLSA I                                  BOLSA II



*Se extrae una bola.*

Suceso: OBTENER BOLA VERDE.

- c)            RULETA I                                  RULETA II



*Se hace girar la flecha y se observa sobre qué color se detiene.*

Suceso: OBTENER COLOR AZUL.

$$a) \text{ CESTA I} \rightarrow P[\text{PERA}] = \frac{3}{10}$$

$$\text{CESTA II} \rightarrow P[\text{PERA}] = \frac{3}{8}$$

$$b) \text{ BOLSA I} \rightarrow P[\text{VERDE}] = \frac{1}{5}$$

$$\text{BOLSA II} \rightarrow P[\text{VERDE}] = \frac{1}{5}$$

$$c) \text{ RULETA I} \rightarrow P[\text{AZUL}] = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{RULETA II} \rightarrow P[\text{AZUL}] = \frac{3}{8}$$

Se lanza un dado de seis caras, numeradas del 1 al 6, y otro dado de cuatro caras, numeradas del 1 al 4. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 1 en cada uno de ellos?

En el dado de 6 caras  $\rightarrow P[1] = \frac{1}{6}$

En el dado de 4 caras  $\rightarrow P[1] = \frac{1}{4}$

(Es más probable obtener un 1 en el dado de 4 caras que en el de 6).

¿Cuál es la probabilidad de obtener cada uno de los colores?  
Razónalo.

El objeto está dividido en 6 zonas iguales.

La probabilidad de obtener cada una de esas seis zonas o colores es  $\frac{1}{6}$ .



De una bolsa con 7 bolas rojas, 5 verdes, 3 amarillas, 11 negras y 3 azules, sacamos una al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que...

a) ... sea roja?

b) ... no sea negra?

a)  $P[\text{ROJA}] = \frac{7}{29}$

b)  $P[\text{no NEGRA}] = \frac{18}{29}$

Halla las siguientes probabilidades asociadas al lanzamiento de un dado correcto:

a) El resultado es múltiplo de 3.

b) El resultado es múltiplo de 2.

c) El resultado es mayor que 1.

d) El resultado es menor que 5.

e) El resultado es menor que 1.

a)  $P[\text{MÚLTIPLO DE 3}] = \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

b)  $P[\text{MÚLTIPLO DE 2}] = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

c)  $P[\text{MAYOR QUE 1}] = \frac{5}{6}$

d)  $P[\text{MENOR QUE 5}] = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

e)  $P[\text{MENOR QUE 1}] = 0$

Para un examen de Geografía, hay que saber situar sobre un mapa mudo las 17 comunidades autónomas de España. Ricardo solo sabe situar 10 de ellas.

- Si en el examen le piden situar una, ¿cuál es la probabilidad de que sea una de las que sabe?
- Supongamos que le piden que sitúe una de las que no sabe y, en vez de no contestar, lo hace a boleo. ¿Cuál es la probabilidad de que acierte?

- $\frac{10}{17}$
- $\frac{1}{7}$

Se hace girar la flecha y se observa sobre qué número se detiene. Calcula las probabilidades de los siguientes sucesos:



- Obtener número par.
- Obtener número impar.
- Obtener 5 o más.
- Que no salga el 7.

- $P[\text{PAR}] = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
- $P[\text{IMPAR}] = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
- $P[5 \text{ o MÁS}] = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
- $P[\text{NO } 7] = \frac{7}{8}$

Los alumnos de una clase se distribuyen del siguiente modo:

	CHICAS	CHICOS
CON GAFAS	3	6
SIN GAFAS	12	10

Escogemos al azar a una persona de esa clase. Calcula la probabilidad de que:

- Sea chica.
- Tenga gafas.
- Sea una chica con gafas.

- $P[\text{CHICA}] = \frac{15}{31}$
- $P[\text{TENGA GAFAS}] = \frac{9}{31}$
- $P[\text{CHICA CON GAFAS}] = \frac{3}{31}$



Lanzamos dos dados. Llamamos  $A$ ,  $B$  y  $C$  a los siguientes sucesos:

$A$ : La suma de puntos es 5

$B$ : En uno de los dados ha salido 4

$C$ : En los dos dados salió el mismo resultado.

a) Escribe los sucesos elementales de  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  y  $A \cap C$ .

b) Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos del apartado a).

$$a) A = \{(4, 1), (3, 2), (2, 3), (1, 4)\}$$

$$B = \{(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (1, 4), (2, 4), (3, 4), (5, 4), (6, 4)\}$$

$$C = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$$

$$A \cup B = \{(4, 1), (3, 2), (2, 3), (1, 4), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (2, 4), (3, 4), (5, 4), (6, 4)\}$$

$$A \cap B = \{(4, 1), (1, 4)\}$$

$$A \cap C = \emptyset$$

$$b) P[A] = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$P[B] = \frac{11}{36}$$

$$P[C] = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P[A \cup B] = \frac{13}{36}$$

$$P[A \cap B] = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

$$P[A \cap C] = 0$$

Se extrae una carta de una baraja española. Di cuál es la probabilidad de que sea:

a) REY o AS.

b) FIGURA y OROS.

c) NO sea ESPADAS.

$$a) P[\text{REY O AS}] = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$$

$$b) P[\text{FIGURA Y OROS}] = P(\text{FIGURA DE OROS}) = \frac{3}{40} = \frac{1}{10}$$

$$c) P[\text{NO SEA ESPADAS}] = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$$

En la lotería primitiva se extraen bolas numeradas del 1 al 49. Calcula la probabilidad de que la primera bola extraída:

- a) Sea un número de una sola cifra.
- b) Sea un número múltiplo de 7.
- c) Sea un número mayor que 25.

a)  $P[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9] = \frac{9}{49}$

b)  $P[7, 14, 21, 28, 35, 42, 49] = \frac{7}{49} = \frac{1}{7}$

c)  $P[26, 27, 28, \dots, 49] = \frac{24}{49}$

En un centro escolar hay 1000 alumnos y alumnas repartidos así:

	CHICOS	CHICAS
USAN GAFAS	147	135
NO USAN GAFAS	368	350

(Este tipo de tabla numérica se llama tabla de contingencia).

Se elige al azar uno de ellos. Calcula la probabilidad de que:

- a) Sea chico
- b) Sea chica
- c) Use gafas
- d) No use gafas
- e) Sea una chica con gafas

a) Sea chico  $\rightarrow P[\text{SEA CHICO}] = \frac{147 + 368}{1\,000} = 0,515$

b) Sea chica  $\rightarrow P[\text{SEA CHICA}] = 1 - P[\text{SEA CHICO}] = 1 - 0,515 = 0,485$

c) Use gafas  $\rightarrow P[\text{USE GAFAS}] = \frac{147 + 135}{1\,000} = 0,282$

d) No use gafas  $\rightarrow P[\text{NO USE GAFAS}] = 1 - P[\text{USE GAFAS}] = 1 - 0,282 = 0,718$

e) Sea una chica con gafas  $\rightarrow P[\text{SEA UNA CHICA CON GAFAS}] = \frac{135}{1\,000} = 0,135$

En una empresa hay 200 empleados, 100 hombres y 100 mujeres. Los fumadores son 20 hombres y 15 mujeres.

Completa la tabla como en el ejercicio anterior.

Se elige un empleado al azar.

Calcula estas probabilidades:

- a) Sea fumador o fumadora.
- b) Sea hombre y no fume.
- c) Sea mujer y no fume.

	FUMA	NO FUMA	
HOMBRE	20	80	100
MUJER	15	85	100
	35	165	200



a)  $P[\text{FUMADOR O FUMADORA}] = \frac{35}{200} = 0,175$

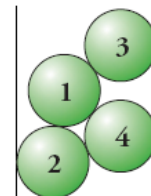
b)  $P[\text{HOMBRE Y NO FUME}] = \frac{80}{200} = 0,4$

c)  $P[\text{MUJER Y NO FUME}] = \frac{85}{200} = 0,425$

▮ Luis saca una bola de la urna, observa su número y la vuelve a meter. Después Miguel hace lo mismo.

a) Construye una tabla con los posibles resultados.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que Luis obtenga mayor puntuación que Miguel?



c) ¿Y la de que la puntuación de Miguel sea superior a la de Luis?

d) ¿Son contrarios los sucesos anteriores?

a)

LUIS	1				2				3				4			
MIGUEL	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
RESULTADOS	11	12	13	14	21	22	23	24	31	32	33	34	41	42	43	44

b)  $N^{\circ}$  TOTAL DE RESULTADOS = 16

Luis obtiene mayor puntuación que Miguel en los siguientes casos: 21, 31, 32, 41, 42, 43 → 6 posibilidades.

$$P[\text{LUIS TENGA MAYOR PUNTUACIÓN QUE MIGUEL}] = \frac{6}{16} = 0,375$$

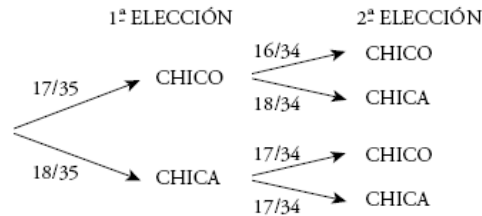
c) Resultados en los que la puntuación de Miguel es superior a la de Luis: 12, 13, 14, 23, 24, 34 → 6 posibilidades.

$$P[\text{MIGUEL TENGA MAYOR PUNTUACIÓN QUE LUIS}] = \frac{6}{16} = 0,375$$

d) No; entre los dos no forman todos los elementos del espacio muestral. Faltarían los sucesos en los que ambos tienen la misma puntuación.

En una clase hay 17 chicos y 18 chicas. Elegimos al azar dos alumnos de esa clase. Calcula la probabilidad de que:

- Los dos sean chicos.
- Sean dos chicas.
- Sean un chico y una chica.



$$a) P[\text{DOS CHICOS}] = \frac{17}{35} \cdot \frac{16}{34} = \frac{8}{35}$$

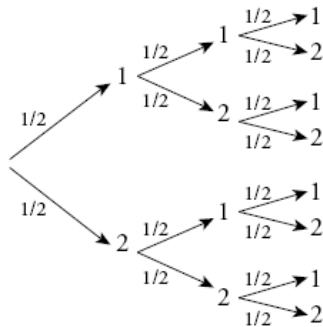
$$b) P[\text{DOS CHICAS}] = \frac{18}{35} \cdot \frac{17}{34} = \frac{9}{35}$$

$$c) P[\text{UN CHICO Y UNA CHICA}] = \frac{17}{35} \cdot \frac{18}{34} + \frac{18}{35} \cdot \frac{17}{34} = \frac{18}{35}$$

En una bolsa hay 4 bolas, dos de ellas están marcadas con un 1 y las otras dos con un 2. Se hacen tres extracciones. Calcula la probabilidad de que el número formado por las tres bolas sea el 121, suponiendo que:

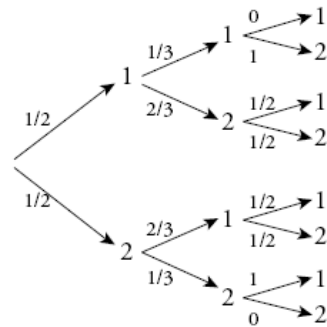
- La bola se reintegra a la bolsa
- La bola no se devuelve a la bolsa.

a) 1ª EXTRAC.    2ª EXTRAC.    3ª EXTRAC.



$$P[121] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

b) 1ª EXTRAC.    2ª EXTRAC.    3ª EXTRAC.

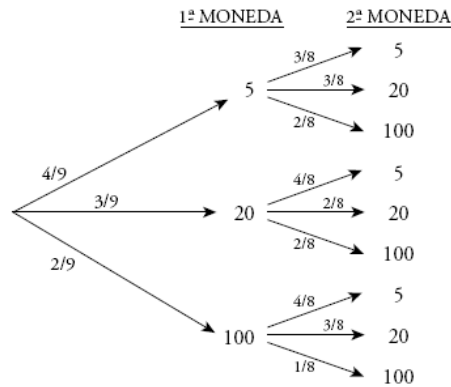


$$P[121] = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Javier tiene en su monedero 4 monedas de cinco céntimos, 3 de veinte y 2 de un euro. Saca dos monedas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de los siguientes sucesos?

- Que las dos sean de cinco céntimos
- Que ninguna sea de un euro
- Que saque 1,20 €

En el diagrama de árbol, las monedas aparecen en céntimos. 1 € = 100 cent.



$$a) P[\text{DOS DE 5 CENT.}] = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{6}$$

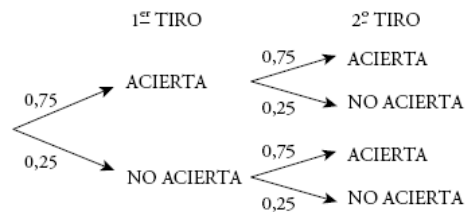
$$b) P[\text{NINGUNA DE 1 €}] = \frac{4}{9} \left( \frac{3}{8} + \frac{3}{8} \right) + \frac{3}{9} \left( \frac{4}{8} + \frac{2}{8} \right) = \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{7}{12}$$

$$c) P[\text{SACAR 1,20 €}] = P[100, 20] = \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{6}$$

Un jugador de baloncesto suele acertar el 75% de sus tiros desde el punto de lanzamiento de personales. Si acierta el primer tiro, puede tirar de nuevo. Calcula la probabilidad de que:

- Haga dos puntos.
- Haga un punto.
- No haga ningún punto.

$$P[\text{ACERTAR}] = 0,75$$



$$a) P[\text{DOS PUNTOS}] = 0,75 \cdot 0,75 = 0,56$$

$$b) P[\text{UN PUNTO}] = 0,75 \cdot 0,25 + 0,25 \cdot 0,75 = 0,37$$

$$c) P[\text{NO HAGA NINGÚN PUNTO}] = 0,25 \cdot 0,25 = 0,06$$

En un laboratorio se somete un nuevo medicamento a tres controles. La probabilidad de pasar el primero es 0,89; la de pasar el segundo es 0,93 y la de pasar el tercero es 0,85.

¿Cuál es la probabilidad de que el nuevo producto pase las tres pruebas?

Las tres pruebas son independientes una de otra.

$$P[\text{PASAR EL PRIMER CONTROL}] = 0,89$$

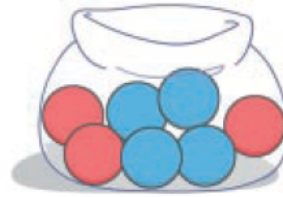
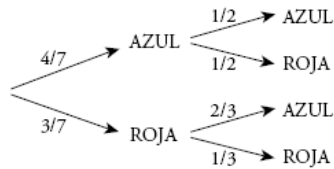
$$P[\text{PASAR EL SEGUNDO CONTROL}] = 0,93$$

$$P[\text{PASAR EL TERCER CONTROL}] = 0,85$$

$$P[\text{PASAR LOS TRES CONTROLES}] = 0,89 \cdot 0,93 \cdot 0,85 = 0,703$$

Se extraen dos bolas de esta bolsa.

Calcula la probabilidad de que las dos sean del mismo color.

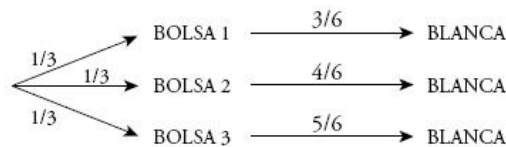


$$P[\text{AZUL Y AZUL}] = \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{7}$$

$$P[\text{ROJA Y ROJA}] = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{7}$$

$$P[\text{AMBAS DEL MISMO COLOR}] = \frac{2}{7} + \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$$

¿Cuál es la probabilidad de obtener bola blanca al elegir al azar una de estas bolsas y extraer de ella una bola?



$$P[\text{BLANCA}] = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{6} + \frac{2}{9} + \frac{5}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$